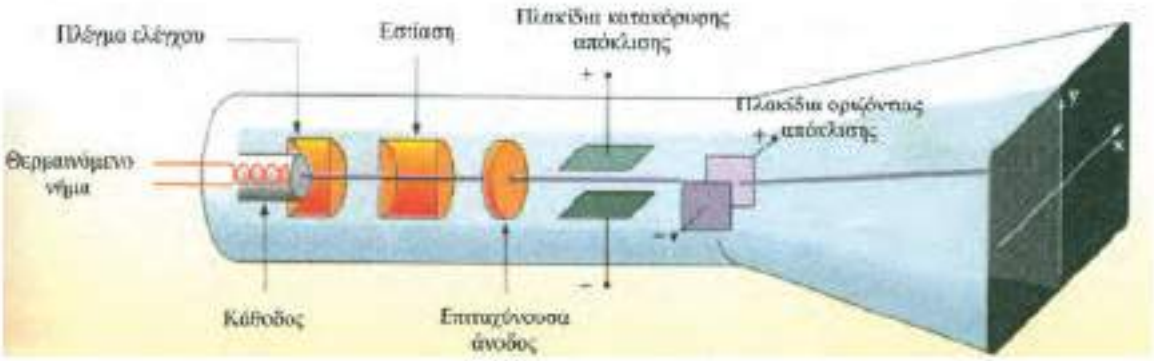
φροντιστήριο

ΠΡΙΣΜΑ

ΦΥΣΙΚΗ

Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τράπεζα Θεμάτων



ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ - ΧΗΜΕΙΑΣ - ΒΙΟΛΟΓΙΑΣ

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$ δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, ενός πεδίου βαρύτητας είναι αρνητική. Αυτό σημαίνει ότι:
(α) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια.
(β) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β δεν απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια.
(γ) κατά τη μεταφορά σημειακής μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι θετικό.
2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά την αδιαβατική συμπίεση ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία του αερίου:
(α) ελαττώνεται, **(β)** παραμένει σταθερή, **(γ)** αυξάνεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το έργο της βαρυτικής δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση: $W_{\vec{w}} = (V_A - V_B) \cdot m$ και συνεπώς είναι αρνητικό (καταναλισκόμενο). Έτσι, για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται ενέργεια τουλάχιστον ίση με την απόλυτη τιμή του έργου της βαρυτικής δύναμης.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τον πρώτο (1ο) Θερμοδυναμικό Νόμο ισχύει: $Q = \Delta U + W$. Στην αδιαβατική μεταβολή όμως $Q = 0$. Έτσι, $0 = \Delta U + W$, $\Delta U = -W$. Κατά τη συμπίεση: $W < 0$, οπότε: $\Delta U > 0$, $\Delta T > 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο υλικά σημεία, που έχουν ίσες μάζες και φέρουν ηλεκτρικά φορτία $q_1 = +1\,\mu C$ και $q_2 = +2\,\mu C$, συγκρατούνται ακίνητα στο κενό και σε απόσταση $r = 2\,cm$.

4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική τους ενέργεια.

Μονάδες 6

Τα υλικά σημεία αφήνονται ελεύθερα να κινηθούν την χρονική στιγμή $t_0 = 0$.

4.2. Αν υ_1, υ_2 είναι τα αντίστοιχα μέτρα των ταχυτήτων τους, να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$, όταν η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη.

Μονάδες 6

4.3. Αν η μάζα κάθε υλικού σημείου είναι $m = 0{,}1\,kg$, να υπολογίσετε τα μέτρα υ_1 και υ_2 των ταχυτήτων του προηγούμενου ερωτήματος.

Μονάδες 7

4.4. Για την χρονική διάρκεια από t_0 μέχρι την χρονική στιγμή που η απόστασή τους γίνει αρκετά μεγάλη, ώστε η μεταξύ τους ηλεκτρική αλληλεπίδραση να θεωρείται ασήμαντη, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που δέχεται το πρώτο υλικό σημείο από το δεύτερο.

Μονάδες 6

Δίνεται: $k_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Να θεωρήσετε αμελητέα την βαρυτική αλληλεπίδραση των υλικών σημείων τόσο μεταξύ τους όσο και με άλλα σώματα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο υλικών σημείων ισχύει:

$$U_{\eta\lambda} = k_{\eta\lambda} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-2}} J = 0{,}9\,J$$

Μονάδες 6

4.2. Η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή, αφού είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής, με θετική φορά τη φορά κίνησης του πρώτου υλικού σημείου:

$$0 = m \cdot \upsilon_1 - m \cdot \upsilon_2 \,,\ \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη είναι συντηρητική, συνεπώς η μηχανική ενέργεια του συστήματος των υλικών σημείων διατηρείται σταθερή:

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda} \,,\ K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \,,\ 0 + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + 0 \,,$$

$$U_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_2^2 \,,\ U_{\alpha\rho\chi} = m \cdot \upsilon^2 \,,\ \upsilon = \sqrt{\frac{U_{\alpha\rho\chi}}{m}} = 3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

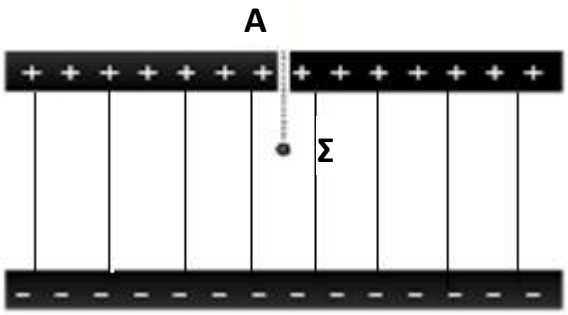
4.4. Από το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας ισχύει:

$$\Delta K_1 = W_{\vec{F}_{1,2}} \,,\ K_1 - 0 = W_{\vec{F}_{1,2}} \,,\ W_{\vec{F}_{1,2}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_1^2 = 0{,}45\,J$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Το πείραμα του Millikan, γνωστό και ως πείραμα της σταγόνας λαδιού, είναι από τα πιο διάσημα πειράματα στην ιστορία της Φυσικής και είχε ως αποτέλεσμα την ακριβή μέτρηση για πρώτη φορά του στοιχειώδους φορτίου (φορτίου του ηλεκτρονίου) το 1909. Η συσκευή με την οποία πραγματοποιήθηκε το πείραμα φαίνεται στη φωτογραφία. Στο κάτω μέρος της συσκευής υπάρχει ομογενές ηλεκτρικό πεδίο (επίπεδος πυκνωτής με τους οπλισμούς - πλάκες τοποθετημένους οριζόντια). Αρνητικά φορτισμένες σταγόνες λαδιού εισέρχονται από την οπή Α που υπάρχει στο θετικό οπλισμό του οριζόντια επίπεδου πυκνωτή. Όλο τα σύστημα βρίσκεται σε κενό. Η σταγόνα Σ, με μάζα $m = 0{,}1\ g$ και φορτίο $q = 1{,}5 \times 10^{-8}\ C^{-}$, κινείται ήδη εντός του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, που έχει ένταση $E = 60\ kV/m$. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι $d = 10\ mm$.



4.1. Να σχεδιάσετε τη φορά των δυναμικών γραμμών του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή, και να υπολογίσετε την ηλεκτρική δύναμη που δέχεται η σταγόνα Σ.

Μονάδες 5

4.2. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχεται η σταγόνα, καθώς και την κατεύθυνση της κίνησής της. Υπολογίστε την επιτάχυνση με την οποία κινείται.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά τη μετακίνηση της σταγόνας λαδιού από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Μονάδες 6

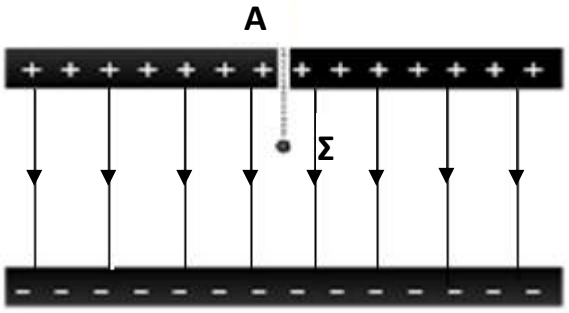
4.4. Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργεια της σταγόνας κατά την κίνησή της από τον θετικό στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή.

Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$. Η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα.

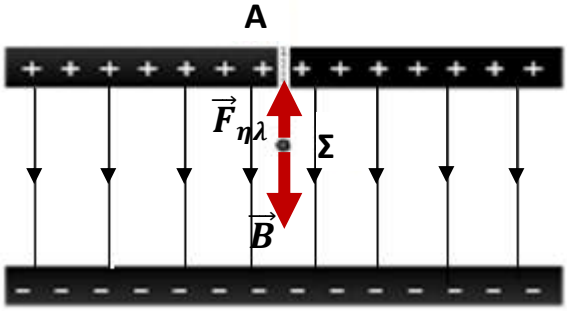
4.1.

$$F_{\eta\lambda} = qE = (1{,}5 \times 10^{-8}\, C)\left(60\frac{kV}{m}\right) =$$
$$= (1{,}5 \times 10^{-8}\, C)\left(60 \times 10^{3}\frac{N}{C}\right)$$
$$= 9 \times 10^{-4}\, N$$



Μονάδες 5

4.2. Η σταγόνα δέχεται το βάρος της προς τα κάτω και την ηλεκτρική δύναμη προς τα επάνω (η ίδια είναι αρνητικά φορτισμένη, οπότε έλκεται από τον θετικό οπλισμό). (2 μονάδες)



Το βάρος της σταγόνας είναι $B = mg = (0{,}1\ g)\left(10\frac{m}{s^2}\right) = (0{,}1 \times 10^{-3}\ kg)\left(10\frac{m}{s^2}\right) = 10 \times 10^{-4}\ N$ (1 μονάδα)

Το βάρος είναι μεγαλύτερο από την ηλεκτρική δύναμη σε μέτρο, άρα η σταγόνα θα επιταχυνθεί **προς τα κάτω** (1 μονάδα). Σύμφωνα με τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα (2 μονάδες):

$$a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{B - F_{\eta\lambda}}{m} = \frac{10 \times 10^{-4}\ N - 9 \times 10^{-4}\ N}{0{,}1 \times 10^{-3}\ kg} = 1\ m/s^2$$

Μονάδες 6

4.3. Η ηλεκτρική δύναμη κάνει αρνητικό έργο, αφού είναι αντίθετη (ασκείται κατακόρυφα προς τα επάνω) στην κίνηση του σώματος (η οποία γίνεται κατακόρυφα προς τα κάτω). (Ισοδύναμα, $συνθ = συν180^o = -1$ για αντικατάσταση στον τύπο του έργου) (2 μονάδες). Υπολογισμός (4 μονάδες):

$$W_{F_{\eta\lambda}} = -F_{\eta\lambda}d = -(9 \times 10^{-4}\ N)(10\ mm) = -(9 \times 10^{-4}\ N)(10 \times 10^{-3}\ m) = -9 \times 10^{-6}\ J$$

Μονάδες 6

4.4. Από το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} = \Sigma Fd = (10 \times 10^{-4}\ N - 9 \times 10^{-4}\ N)(10\ mm) = (10^{-4}\ N)(10 \times 10^{-3}\ m)$$
$$= 10^{-6}\ J$$

ή με διαφορετικό τρόπο υπολογισμού: $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} = W_B + W_{F_{\eta\lambda}} = mgd + W_{F_{\eta\lambda}} =$

$$(0{,}1 \times 10^{-3}\ kg)\left(10\frac{m}{s^2}\right)(10 \times 10^{-3}\ m) + (-9 \times 10^{-6}\ J) = 10^{-6}\ J$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Οι εξωπλανήτες είναι πλανήτες οι οποίοι περιφέρονται γύρω από μακρινούς αστέρες, όπως η Γη περιφέρεται γύρω από τον Ήλιο. Μια βασική προϋπόθεση ώστε να μπορούσαν κάποτε άνθρωποι να επισκεφθούν κάποιον εξωπλανήτη και να μπορεί αυτός να συντηρήσει ζωή όπως την γνωρίζουμε, είναι να έχει βαρύτητα συγκρίσιμη με αυτήν της Γης. Ένας υποθετικός εξωπλανήτης έχει ακτίνα $R = 6 \times 10^6\ m$ και μάζα τέτοια ώστε $GM = 3{,}6 \times 10^{14}\ Nm^2/kg$.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση g_0 του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του εξωπλανήτη και να επιβεβαιώσετε έτσι πως η βαρύτητά του είναι παρόμοια με αυτήν της Γης.

Μονάδες 6

Για να μελετηθεί καλά ο υποθετικός εξωπλανήτης από μελλοντικούς επισκέπτες, οι τελευταίοι θα τοποθετούσαν τεχνητούς δορυφόρους σε τροχιά γύρω από αυτόν.

4.2. Υπολογίστε την γραμμική ταχύτητα περιφοράς δορυφόρου ο οποίος εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από το κέντρο του πλανήτη σε ύψος R από την επιφάνειά του.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται ο ίδιος δορυφόρος για να εκτελέσει μία πλήρη περιφορά γύρω από τον εξωπλανήτη.

Μονάδες 6

Μία ιδιαίτερα χρήσιμη κατηγορία δορυφόρων είναι οι γεωσύγχρονοι δορυφόροι. Στον συγκεκριμένο εξωπλανήτη ένας τέτοιος δορυφόρος πρέπει να τοποθετηθεί σε κυκλική τροχιά με κέντρο το κέντρο του εξωπλανήτη και ακτίνα $r' = 2.4 \times 10^7\ m$.

4.4. Υπολογίστε την ενέργεια που πρέπει να δοθεί σε έναν πύραυλο μάζας $m = 1000\ kg$, ώστε να φτάσει σε ύψος ίδιο με αυτό του γεωσύγχρονου δορυφόρου, ξεκινώντας από την επιφάνεια του πλανήτη.

Μονάδες 6

Μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι ακόλουθες προσεγγίσεις: $\sqrt{0{,}3} \cong 0{,}55$, $\frac{24\pi}{55} \cong 1{,}4$. Υπενθυμίζεται πως στην επιφάνεια της Γης η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Απλή αντικατάσταση (5 μονάδες) $g_0 = \frac{GM}{R^2} = \frac{3{,}6\times10^{14}\ Nm^2/kg}{(6\times10^6\ m)^2} = 10\ N/kg$

Παρατηρούμε πως η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια του πλανήτη είναι όση και στη Γη (1 μονάδα).

Μονάδες 6

4.2. Η ακτίνα της τροχιάς του δορυφόρου θα είναι $r = R + h = R + R = 2R$ (1 μονάδα).

Πρέπει η βαρυτική δύναμη να παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης (2 μονάδες):

$$F_\kappa = F_{\beta\alpha\rho}$$

Αντικατάσταση και επίλυση (4 μονάδες):

$$\frac{mv^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{2R}}$$

$$v = \sqrt{\frac{3{,}6\times10^{14}\frac{Nm^2}{kg}}{2(6\times10^6\ m)}}$$

$$v = \sqrt{0{,}3}\times10^4\frac{m}{s} \cong 5500\ m/s$$

Μονάδες 7

4.3. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi 2R}{T}$$

$$T = \frac{4\pi R}{v} = \frac{4\pi(6\times10^6\ m)}{5500\ m/s} \cong 1{,}4\times10^4\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Το έργο του βαρυτικού πεδίου για τη μετακίνηση μάζας m από σημείο Α σε σημείο Β του βαρυτικού πεδίου είναι (2 μονάδες)

$$W_{A\to B} = m(V_A - V_B)$$

Το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από τον τύπο: $V = -\frac{GM}{r}$

Για τον πύραυλο, Α=σημείο στην επιφάνεια της Γης και Β=σημείο σε απόσταση $2{,}4\times10^7\ m$ από το κεντρο του πλανήτη, άρα $r_A = R$, $r_B = r' = 2{,}4\times10^7\ m$ (1 μονάδα).

Με αντικατάσταση (2 μονάδες):

$$W_{A\to B} = m\left(-\frac{GM}{R} - \left(-\frac{GM}{r'}\right)\right) = (10^3\ kg)\left(-\frac{3{,}6\times10^{14}\frac{Nm^2}{kg}}{6\times10^6\ m} - \left(-\frac{3{,}6\times10^{14}\frac{Nm^2}{kg}}{2.4\times10^7\ m}\right)\right)$$

$$= -4{,}5\times10^{10}\ J$$

Η ενέργεια που πρέπει να δοθεί είναι (1 μονάδα) ακριβώς $E = -W_{A\to B} = 4{,}5 \times 10^{10}\ J$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{m} = 300\mathrm{Kg}$ διαγράφει κυκλική τροχιά σε ύψος $\mathrm{h} = \mathrm{R}_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης. Κάποια στιγμή λόγω εσωτερικής έκρηξης διασπάται σε δύο τμήματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα. Το Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, ενώ το Σ_1 συνεχίζει να εκτελεί κίνηση στην ίδια κυκλική τροχιά με αυτή που ήταν πριν την έκρηξη, αλλάζοντας κατεύθυνση κίνησης. Να υπολογίσετε:

4.1. το μέτρο της ορμής του δορυφόρου στο ύψος αυτό.

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της ταχύτητας του τμήματος Σ_2 μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. τον λόγο των μαζών m_1/m_2.

Μονάδες 7

4.4. την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $\mathrm{R}_\Gamma = 64 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_o} = 10\ \mathrm{m/s^2}$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} \Rightarrow$$

$$\upsilon = 4\sqrt{2} \cdot 10^3 = 5{,}6 \cdot 10^3 \text{ m/s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Συνεπώς, το μέτρο της ορμής του δορυφόρου σε ύψος h είναι:

$$p = m\upsilon = 16{,}8 \cdot 10^5 \text{ Kg} \cdot \text{m/s} \qquad (\text{μονάδες } 2)$$

Μονάδες 7

4.2. Το τμήμα Σ_2 αμέσως μετά την έκρηξη αποκτά την απαραίτητη ταχύτητα για να διαφύγει οριακά από την έλξη της Γης, που είναι η ταχύτητα διαφυγής του:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma}} = \sqrt{g_0 R_\Gamma} \implies \upsilon_\delta = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 5

4.3. Για την έκρηξη ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Το τμήμα Σ_1 παραμένει σε κυκλική τροχιά ακτίνας ίση με την αρχική, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, αλλά κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση. Συνεπώς έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow (m_1 + m_2)\upsilon = -m_1\upsilon + m_2\upsilon_\delta \Rightarrow 2m_1\upsilon = m_2(\upsilon_\delta - \upsilon) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 7

4.4. Από την προηγούμενη σχέση έχουμε:

$m_2 = 5m_1$, οπότε $m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = 6m_1 \Rightarrow m_1 = 50 \text{ Kg}$ και $m_2 = 250 \text{ Kg}$ (μονάδες 2)

Η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη είναι:

$$E = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \left(\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\delta^2\right) - \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 4 \cdot 10^9 \text{ J} \quad (\text{μονάδες } 4)$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα μονοατομικού ιδανικού αερίου, που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Α, πρόκειται να μεταβεί στην κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας Β, στην οποία η πίεση και ο όγκος έχουν μεγαλύτερη τιμή από ότι στην κατάσταση Α. Η μεταβολή του αερίου από την κατάσταση Α στη Β μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους, εκτελώντας σε κάθε περίπτωση διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές. Με τον πρώτο τρόπο οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισοβαρής-ισόχωρη, ενώ με το δεύτερο τρόπο ισόχωρη-ισοβαρής. Οι ενέργειες που μεταφέρονται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι

(α) ίσες και με τους δύο τρόπους.

(β) μεγαλύτερη με τον πρώτο τρόπο.

(γ) μεγαλύτερη με το δεύτερο τρόπο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο δορυφόροι της Γης Δ_1 και Δ_2 με μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = 4m$ αντίστοιχα, κινούνται σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες r_1 και r_2 αντίστοιχα. Αν το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_1 είναι τετραπλάσιο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του δορυφόρου Δ_2, τότε οι ακτίνες r_1 και r_2 των τροχιών των δορυφόρων συνδέονται με τη σχέση:

(α) $r_1 = r_2/2$, **(β)** $r_1 = r_2/4$, **(γ)** $r_1 = 2r_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

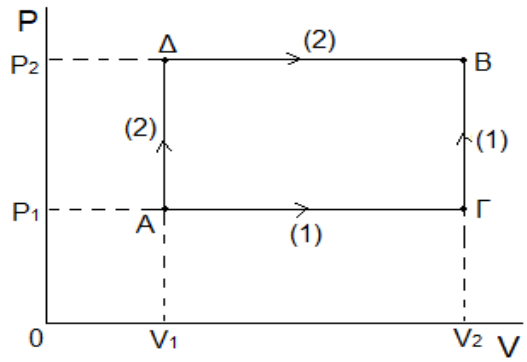
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Με τον πρώτο τρόπο (1), η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι:

$$W_1 = W_{A\Gamma} + W_{\Gamma B} = P_1(V_2 - V_1) + 0 = P_1(V_2 - V_1) \quad (1)$$

Με το δεύτερο τρόπο (2), η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι:

$$W_2 = W_{A\Delta} + W_{\Delta B} = 0 + P_2(V_2 - V_1) = P_2(V_2 - V_1) \quad (2)$$

Επειδή $P_2 > P_1$ από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$W_2 > W_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ισχύει ότι: $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F} = \vec{F}_g$, όπου $\vec{F}_g$, η βαρυτική δύναμη που δέχεται ο δορυφόρος από τη Γη. Συνεπώς, για το δορυφόρο Δ_1 έχουμε:

$$F_{g,1} = G\frac{M_\Gamma . m_1}{r_1^2} = G\frac{M_\Gamma . m}{r_1^2} \qquad (1)$$

ενώ για το δορυφόρο Δ_2 έχουμε:

$$F_{g,2} = G\frac{M_\Gamma . m_2}{r_2^2} = G\frac{M_\Gamma . 4m}{r_2^2} \qquad (2)$$

Επειδή ισχύει ότι $F_{g,1} = 4F_{g,2}$, από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$G\frac{M_\Gamma . m}{r_1^2} = 4G\frac{M_\Gamma . 4m}{r_2^2} \Rightarrow r_2^2 = 16r_1^2 \Rightarrow r_1 = r_2/4$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όταν η απόλυτη θερμοκρασία (Τ) ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου διπλασιάζεται υπό σταθερό όγκο, τότε η πίεσή του:
(α) παραμένει σταθερή.
(β) διπλασιάζεται.
(γ) υποδιπλασιάζεται.
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο από διαφορά δυναμικού V_1 και αποκτά ταχύτητα μέτρου υ_1, όταν βγαίνει από το πεδίο. Αν ένα ηλεκτρόνιο επιταχυνθεί από την ηρεμία σε άλλο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο από διαφορά δυναμικού $V_2 = 2V_1$ θα αποκτήσει, κατά την έξοδό του από αυτό, ταχύτητα μέτρου υ_2. Για τα μέτρα των δύο ταχυτήτων ισχύει η σχέση :

(α) $\upsilon_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \upsilon_1$, **(β)** $\upsilon_2 = \sqrt{2} \cdot \upsilon_1$, **(γ)** $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού ο όγκος παραμένει σταθερός, η μεταβολή είναι ισόχωρη και ισχύει $\frac{P}{T} = σταθ$

(Μονάδες 2)

Συνεπώς, είναι:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2},$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{\frac{T_1}{2}},$$

$$P_1 = 2 \cdot P_2$$

(Μονάδες 6)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από τη διαφορά δυναμικού V_1 και αποκτά κινητική ενέργεια που δίνεται από το θεώρημα έργου – ενέργειας.

$$K_1 - K_o = \Sigma W$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon_1^2 = q_e \cdot V_1 \, , \, \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}} (1)$$

(Μονάδες 3)

Ομοίως, όταν επιταχύνεται από τη διαφορά δυναμικού V_2 αποκτά ταχύτητα:

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}} (2)$$

(Μονάδα 1)

Διαιρούμε κατά μέλη τη $\frac{(2)}{(1)} \rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}}}{\sqrt{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}}}, \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_2}{m_e}}{\frac{2 \cdot q_e \cdot V_1}{m_e}}}, \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}, \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \sqrt{\frac{2 \cdot V_1}{V_1}} = \sqrt{2}, \upsilon_2 = \sqrt{2} \cdot \upsilon_1$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}}} \ (1)$$

(Μονάδα 1)

Η ένταση του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια της Γης είναι ίση με:

$$g_o = G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}^2} \ , \ g_o \cdot R_{\Gamma}^2 = G \cdot M_{\Gamma} \ (2)$$

(Μονάδα 1)

Αντικαθιστούμε στην (1) τη (2) και έχουμε:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma}}} \ , \ \upsilon_{\delta} = \sqrt{2 \cdot g_o \cdot R_{\Gamma}} \ (3)$$

Συνεπώς, με αντικατάσταση στην (3) προκύπτει:

$$\upsilon_{\delta} = \sqrt{2 \cdot 10 \ \frac{m}{s^2} \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \ m} \ , \ \upsilon_{\delta} = 8\sqrt{2} \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στην επιφάνεια της Γης είναι ίσο με:

$$V_o = - G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma}},$$

(Μονάδα 1)

$$V_o = - \frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma}} \ , \ V_o = - g_o \cdot R_{\Gamma} \ , \ V_o = - 6{,}4 \cdot 10^7 \frac{J}{Kg}$$

(Μονάδες 2)

Το δυναμικό στο σημείο Α στο ύψος $h = R_{\Gamma}$ θα δίνεται από τη σχέση:

$$V_A = - G \cdot \frac{M_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + h},$$

(Μονάδα 1)

$$V_A = - \frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{R_{\Gamma} + R_{\Gamma}} \ , \ V_A = - \frac{g_o \cdot R_{\Gamma}^2}{2 \cdot R_{\Gamma}} \ , \ V_A = - \frac{g_o \cdot R_{\Gamma}}{2} \ , \ V_A = - 3{,}2 \cdot 10^7 \frac{J}{Kg}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Έργου – Ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος από την επιφάνεια της Γης μέχρι το ύψος h

$$K_A - K_o = W$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = m \cdot (V_o - V_A),$$

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot v_1^2 = (V_o - V_A)\,,\ v_2^2 - v_1^2 = 2 \cdot (V_o - V_A),$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2 \cdot (V_o - V_A)\,,\ v_2^2 = \left(\frac{3}{4} \cdot v_\delta\right)^2 + 2 \cdot (V_o - V_A)\,,\ v_2^2 = \frac{9}{16} \cdot v_\delta^2 + 2 \cdot (V_o - V_A)$$

Και με αντικατάσταση προκύπτει: $v_2 = \sqrt{\frac{9}{16} \cdot 128 \cdot 10^6 + 2 \cdot (-3{,}2 \cdot 10^7)}\ \frac{m}{s}$,

$$v_2 = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 6

4.4. Εφόσον το βαρυτικό πεδίο είναι διατηρητικό, η μηχανική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων (Γη και σώμα) διατηρείται. Επομένως κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ δύο θέσεων θα ισχύει

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

(Μονάδα 1)

Στο μέγιστο ύψος h_{max} θα είναι $K_2 = 0$, συνεπώς:

(Μονάδα 1)

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 + \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma}\right) = 0 + \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h_{max}}\right)$$

(Μονάδα 1)

Όμως, $g_o \cdot R_\Gamma^2 = G \cdot M_\Gamma$ και με αντικατάσταση προκύπτει ότι:

$$\frac{1}{2} \cdot v_1^2 - \frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}}\,,\ \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{16} \cdot v_\delta^2 - \frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{9}{16} \cdot 2 \cdot g_o \cdot R_\Gamma - g_o \cdot R_\Gamma = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}},$$

$$\frac{9}{16} \cdot g_o \cdot R_\Gamma - g_o \cdot R_\Gamma = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}}\,,\ -\frac{7}{16} \cdot g_o \cdot R_\Gamma = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_{max}}\,,$$

$$\frac{7}{16} \cdot g_o = \frac{g_o \cdot R_\Gamma}{R_\Gamma + h_{max}} \rightarrow$$

$$h_{max} = \frac{9 \cdot R_\Gamma}{7}$$

(Μονάδες 3)

Και με αντικατάσταση:

$$h_{max} \cong 8{,}23 \cdot 10^6\ m$$

(Μονάδα 1)

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σώμα βρίσκεται στην οριζόντια ταράτσα ουρανοξύστη και εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε κύκλο ακτίνας $r = \frac{5}{\pi}$ m με περίοδο $T = \frac{1}{2}$ s. Το επίπεδο της κυκλικής τροχιάς είναι οριζόντιο. Να βρείτε:

4.1. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σώματος.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το σχοινί, το οποίο συγκρατεί το σώμα στην κυκλική τροχιά, κόβεται με αποτέλεσμα το σώμα να διαφύγει από την ταράτσα εκτελώντας οριζόντια βολή. Να βρείτε:

4.2. Την ταχύτητα του σώματος κατά μέτρο και κατεύθυνση $2\ s$ αφότου διέφυγε από την ταράτσα της πολυκατοικίας.

Μονάδες 6

4.3. Την απόσταση μεταξύ του σημείου από το οποίο διέφυγε από την ταράτσα και του σημείου στο οποίο βρίσκεται τη χρονική στιγμή που περιγράφεται στο ερώτημα 4.2

Μονάδες 6

4.4. Γνωρίζουμε ότι όταν το σώμα φτάνει στο οριζόντιο έδαφος, η διεύθυνση της ταχύτητας σχηματίζει γωνία ω ως προς αυτό, όπου: εφ$\omega = 2$. Να συγκρίνετε: α) την κατακόρυφη απόσταση του σημείου πτώσης του σώματος στο έδαφος, από το σημείο βολής με β) την οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) που διένυσε το σώμα κατά τη διάρκεια της βολής.

Μονάδες 7

Δίδεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στη επιφάνειας της γης $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, και ότι κάθε είδους τριβή όπως και η αντίσταση από τον αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1 $\upsilon_0 = \frac{2\pi r}{T} = 20\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.2 Η οριζόντια βολή είναι σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο απλές κινήσεις, μια κατακόρυφη που είναι ελεύθερη πτώση και μια οριζόντια που είναι ευθύγραμμη ομαλή. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας των κινήσεων για να υπολογίσουμε την ταχύτητα μετά από χρόνο t γράφουμε το διανυσματικό άθροισμα των ταχυτήτων.

$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_\chi + \vec{\upsilon}_\psi$ ή $\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = 20\sqrt{2}\ \frac{m}{s}$, η οποία σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση, όπου: $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = 1 \Rightarrow \theta = 45^0$.

Μονάδες 6

4.3 Η ζητούμενη απόσταση των δύο σημείων αποτελεί την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου με πλευρές την κατακόρυφη και την οριζόντια απόσταση που διανύει το σώμα σε χρόνο $2s$:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(\upsilon_0 t)^2 + \left(\frac{1}{2} g t^2\right)^2} = 20\sqrt{5}\ \text{m}.$$

Μονάδες 6

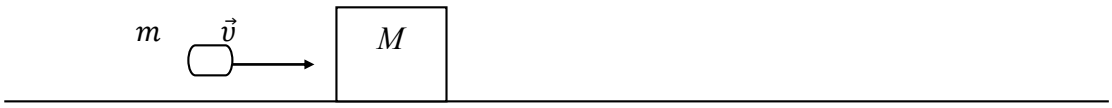
4.4 Η γωνία ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα με το οριζόντιο έδαφος. Για τη γωνία αυτή ισχύει: $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{gt}{\upsilon_0} = \frac{gt^2}{\upsilon_0 t}$ ή $\varepsilon\varphi\omega = \frac{2H}{S}$ ή $2 = \frac{2H}{S}$

Άρα: $\frac{H}{S} = 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα κιβώτιο μάζας $M = 970\ g$ βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Βλήμα μάζας $m = 30\ g$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v = 200\ m/s$, και συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό, οπότε δημιουργείται συσσωμάτωμα.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία ξεκινά να κινείται το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το μέτρο της μέσης δύναμης $\bar{F}$ που άσκησε το βλήμα πάνω στο κιβώτιο, αν η κρούση διήρκεσε χρονικό διάστημα $\Delta t = 0{,}01\ s$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε το διάστημα που θα διανύσει το συσσωμάτωμα, αμέσως μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \frac{m}{s^2}$, ο συντελεστής τριβής ολίσθησης ανάμεσα στο δάπεδο και το κιβώτιο $\mu = 0{,}2$. Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Από την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα κιβώτιο-βλήμα υπολογίζουμε την κοινή ταχύτητα μετά την κρούση:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } mv = (m+M)V_\sigma \text{ ή } V_\sigma = 6\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η απώλεια της κινητικής ενέργειας λόγω της κρούσης δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$K_{\text{Απωλ.}} = |\Delta K| = \left|\frac{1}{2}\cdot(m+M)\cdot {V_\sigma}^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2\right| = 582\,J$$

Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ορμής για το κιβώτιο είναι:

$$\Delta p = p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi} = MV_\sigma - 0$$

Από το δεύτερο νόμο του Newton η σχέση δύναμης και μεταβολής της ορμής για το κιβώτιο είναι:

$$\bar{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \text{ ή } \bar{F} = \frac{\vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t} \text{ ή } F = \frac{MV_\sigma}{\Delta t}$$

Οπότε το μέτρο της δύναμης είναι: $F = 582\ N$.

Μονάδες 6

4.4. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος (λόγω του έργου της τριβής ολίσθησης) θα είναι:

$$0 - \frac{1}{2}\cdot(M+m)\cdot {V_\sigma}^2 = W_T \text{ ή } -\frac{1}{2}\cdot(M+m)\cdot {V_\sigma}^2 = -\mu\cdot(M+m)\cdot g\cdot s$$

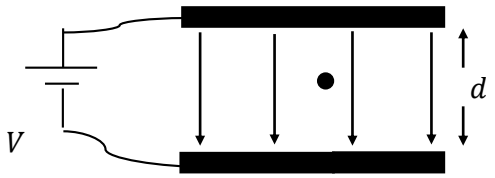
όπου το μέτρο της τριβής ολίσθησης είναι ίσο με $T = \mu N = \mu(M+m)g = 2\ N$.

Με αντικατάσταση των δεδομένων στην πιο πάνω σχέση προκύπτει ότι το διάστημα είναι $s = 9\ m$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Οι δύο φορτισμένες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες του σχήματος συνδέονται με πηγή συνεχούς τάσης V και απέχουν απόσταση d. Στο χώρο μεταξύ των πλακών, στο μέσο της απόστασης τους, αιωρείται μικρή σταγόνα μάζας $m = 2 \cdot 10^{-4}$ kg και φορτίου $q = -2 \cdot 10^{-7}$ C.



4.1. Αν η σταγόνα ισορροπεί, να υπολογίσετε την ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των πλακών.

Μονάδες 6

Διπλασιάζουμε την τάση της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών, οπότε η σταγόνα αρχίζει να κινείται κατακόρυφα.

4.2. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί η σταγόνα και να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που θα αποκτήσει.

Μονάδες 6

4.3. Αν η σταγόνα φτάνει στη πλάκα, προς την οποία κινήθηκε, με ταχύτητα μέτρου $1 \frac{m}{s}$, να υπολογίσετε την απόσταση d μεταξύ των πλακών.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης του βάρους της σταγόνας καθώς και το έργο της ηλεκτρικής δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση της σταγόνας από την αρχική της θέση μέχρι τη στιγμή που φτάνει στην πλάκα προς την οποία κινήθηκε.

Μονάδες 7

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \frac{m}{s^2}$. Η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Αφού η σταγόνα ισορροπεί θα έχουμε:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad F_{\eta\lambda} = |q|E = mg \quad \text{ή} \quad E = \frac{mg}{|q|} = 10^4 \frac{V}{m}$$

Μονάδες 6

4.2. Αν διπλασιάσουμε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της πηγής, διατηρώντας σταθερή την απόσταση των πλακών θα διπλασιαστεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E' = \frac{V'}{d} \quad \text{ή} \quad E' = \frac{2V}{d} \quad \text{ή} \quad E' = 2E$$

Συνεπώς θα διπλασιαστεί η ηλεκτρική δύναμη και η σταγόνα δε θα ισορροπεί πλέον. Η αρχική τιμή της δύναμης είναι $F_{\eta\lambda}$ και η νέα τιμή της δύναμης θα είναι $F_{\eta\lambda}{}'$ οπότε θα έχουμε (χρησιμοποιώντας $E' = 2E$):

$$F_{\eta\lambda} = mg \text{ και}$$

$$F_{\eta\lambda}{}' = qE' = 2qE = 2mg$$

Η συνισταμένη δύναμη που δέχεται η σταγόνα θα είναι: $\Sigma F = F_{\eta\lambda}{}' - mg$

Άρα: $\Sigma F = 2mg - mg = mg$, συνεπώς η σταγόνα θα κινηθεί προς τα πάνω.

Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Newton:

$$\Sigma F = ma \quad \text{ή} \quad mg = ma$$

$$\alpha = g = 10\frac{m}{s^2}$$

Ανέρχεται προς τα πάνω με επιτάχυνση με μέτρο ίσο με $10\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 6

4.3. Η σταγόνα κινείται ευθύγραμμα ομαλά επιταχυνόμενα, συνεπώς για τον χρόνο κίνησης του ηλεκτρικού φορτίου θα έχουμε:

$$t = \frac{\upsilon}{\alpha} = 0{,}1s \ ,$$

Και για την απόσταση που διανύει η σταγόνα: $\frac{d}{2} = \frac{1}{2}at^2$

$$d = at^2 = 0{,}1m$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε το έργο του βάρους w καθώς και το έργο της δύναμης $F_{\eta\lambda}{}'$ από τις παρακάτω σχέσεις:

$$W_w = -mg\frac{d}{2} = -10^{-4}J$$

$$W_{F'} = qE'\frac{d}{2} = 2mg\frac{d}{2} = 2 \cdot 10^{-4}J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Μικρή σφαίρα μάζας $0{,}1\ kg$ αφήνεται από ύψος h να πέσει ελεύθερα πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Η σφαίρα προσκρούει στο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 5\ m/s$ και αναπηδά κατακόρυφα. Η ταχύτητα με την οποία ξεκινά την αναπήδηση από το δάπεδο έχει μέτρο $\upsilon_2 = 2\ m/s$. Η χρονική διάρκεια της επαφής της σφαίρας με το δάπεδο είναι $0{,}1\ s$. Να υπολογιστούν:

4.1. Η μεταβολή της ορμής της σφαίρας (κατά μέτρο και κατεύθυνση) κατά την κρούση της με το δάπεδο.

Μονάδες 6

4.2. Η μέση τιμή της δύναμης που ασκήθηκε από το δάπεδο στη σφαίρα κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.3. Το ύψος h από το οποίο αφέθηκε η σφαίρα.

Μονάδες 6

4.4. Το επί τοις εκατό (%) ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας της σφαίρας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ m/s^2$ και ότι η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε ως επίπεδο δυναμικής ενέργειας μηδέν, το επίπεδο του δαπέδου. Να ορίσετε θετική φορά προς τα πάνω.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μεταβολή της ορμής είναι (θετική φορά προς τα επάνω):

$$\Delta p = m\upsilon_2 - m\upsilon_1$$

$$\Delta p = [0{,}1 \cdot 2 - 0{,}1\,(-5)]kg\,m/s = 0{,}7\,kg\,m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα κατά τη διάρκεια της κρούσης είναι το βάρος του mg και η δύναμη A από το δάπεδο. Η συνισταμένη δύναμη υπολογίζεται από τη σχέση

$$\Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ ή } A - mg = \frac{\Delta p}{\Delta t} \text{ άρα } A = mg + \frac{\Delta p}{\Delta t} = (1 + \frac{0{,}7}{0{,}1})N \text{ ή } A = 8\,N$$

Μονάδες 6

4.3. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά τη μετακίνηση της σφαίρας :

$$m\,g\,h = \frac{1}{2}m\,{\upsilon_1}^2 \text{ ή } h = 1{,}25\,m$$

Μονάδες 6

4.4. Υπολογίζουμε την κινητική ενέργεια της σφαίρας πριν και μετά την κρούση :

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m\,{\upsilon_1}^2 = 1{,}25\,J \text{ και } K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m\,{\upsilon_2}^2 = 0{,}2\,J$$

το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά την κρούση είναι :

$$\frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} \cdot 100\,\% = \frac{1{,}05}{1{,}25}100\,\% = 84\,\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_1 = 4\,kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_1 σε λείο οριζόντιο δάπεδο που βρίσκεται σε ύψος H πάνω από το έδαφος. Το σώμα συγκρούεται πλαστικά με ακίνητο σώμα που βρίσκεται στην ίδια ευθεία, μάζας $m_2 = 6\,kg$. Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το οριζόντιο δάπεδο με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_\sigma = 1\frac{m}{s}$ και προσκρούει στο έδαφος σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}4\,m$ από το σημείο που το εγκατέλειψε.

4.1. Ποιος είναι ο χρόνος t που χρειάζεται για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το ύψος H.

***Μονάδες* 6**

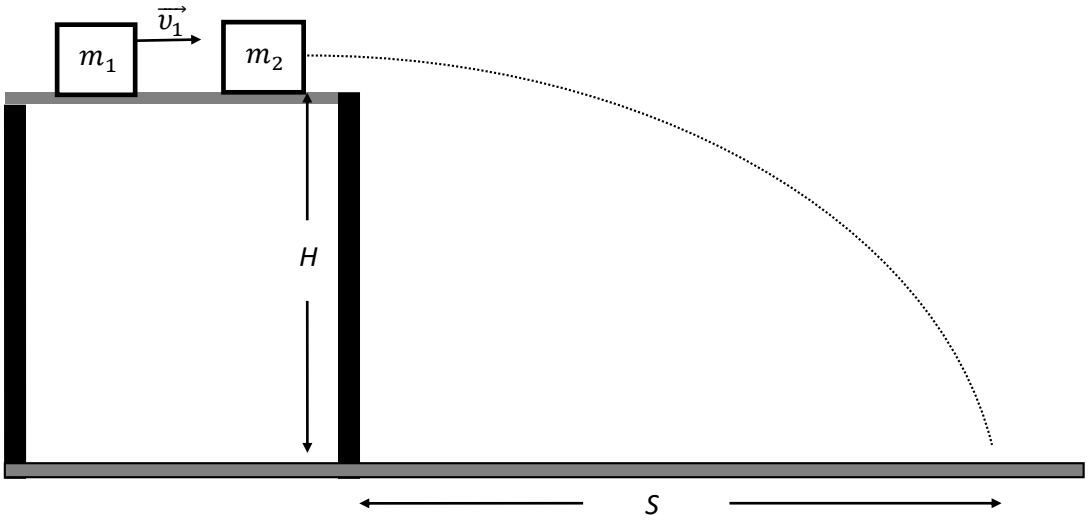
4.3. Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 του σώματος m_1 πριν συγκρουστεί με το ακίνητο σώμα μάζας m_2.

***Μονάδες* 5**

4.4. Να βρεθεί το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της πτώσης του.

Μονάδες 8

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει τιμή $g = 10\,m/s^2$. Και τα δύο σώματα θεωρούνται μικρών διαστάσεων και σημειακά.



ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή άρα στον οριζόντιο άξονα (σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων) η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης.

$$s = V_\sigma t \quad \text{ή} \quad t = 0{,}4\ s$$

Μονάδες 6

4.2. Αντίστοιχα στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση του συσσωματώματος περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης, οπότε το ύψος :

$$H=\frac{1}{2}gt^2 = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής θα υπολογίσουμε την ταχύτητα υ_1 (ορίζουμε θετική φορά προς τα δεξιά)

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \quad \text{ή} \quad m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)\upsilon_\sigma \quad \text{ή} \quad \upsilon_1 = 2{,}5\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Με το 2ο νόμο του Νεύτωνα υπολογίζουμε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής. Η τιμή της είναι ίση με τη συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα, δηλαδή με το βάρος του σώματος.

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \Sigma F = w = (m_1 + m_2)g = 100\frac{kg\frac{m}{s}}{s} = 100\ N$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μαθητές, ο Πέτρος και ο Μάνος, συζητούν για το βαρυτικό πεδίο της Γης. Ο Πέτρος θεωρεί ότι η ένταση του πεδίου, σε οποιοδήποτε σημείο του, έχει μέτρο 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ ενώ ο Μάνος υποστηρίζει ότι η ένταση του πεδίου μεταβάλλεται με το ύψος και ότι το μέτρο της μειώνεται καθώς το ύψος αυξάνεται. Τελικά,
(α) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου από το κέντρο της Γης.
(β) ο Μάνος έχει δίκιο, διότι το μέτρο της έντασης σε σημείο του πεδίου βαρύτητας της Γης μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο του ύψους από την επιφάνεια της Γης.
(γ) ο Πέτρος έχει δίκιο, αφού το πεδίο βαρύτητας της Γης είναι ομογενές και η έντασή του διατηρεί σταθερό μέτρο και ίσο με 10 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ σε κάθε σημείο του.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 2 \cdot m$ και $m_2 = m$, που κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις με ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$ συγκρούονται πλαστικά.
Αν K_1 η κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_1 και K_σ η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος που δημιουργείται, τότε ο λόγος $\frac{K_1}{K_\sigma}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{3}$, **(β)** 3 , **(γ)** 6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ένα σημείο του Α, έχει μέτρο:

$$g = G\frac{M_Γ}{r^2} \quad (1)$$

(Μονάδες 2)

Το μέγεθος r στην παραπάνω σχέση εκφράζει την απόσταση του σημείου Α από το κέντρο της Γης.

Η σχέση (1) δείχνει ότι το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης σε σημείο του Α μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα με το τετράγωνο της απόστασης του σημείου Α από το κέντρο της Γης και όχι αντιστρόφως ανάλογα με το ύψος από την επιφάνειά της.

(Μονάδες 6)

Αν και η πρόταση (β) μοιάζει σωστή, στην πραγματικότητα δεν ισχύει αφού αναφέρεται στο ύψος (μετρημένο από την επιφάνεια της Γης). Μπορούμε να βρούμε με ποιον τρόπο το ύψος επηρεάζει την ένταση του βαρυτικού πεδίου αν στην προηγούμενη σχέση αντικαταστήσουμε την απόσταση r από το κέντρο της Γης με το άθροισμα $R_Γ + h$, όπου h το ύψος του σημείου που μας ενδιαφέρει από την επιφάνεια της Γης και $R_Γ$ η ακτίνα της Γης. Καταλήγουμε στην έκφραση:

$$g = G\frac{M}{(R_Γ+h)^2} \quad (2)$$

που μας δείχνει ότι η ένταση δεν είναι αντιστρόφως ανάλογη του ύψους (αλλά ούτε και του τετραγώνου του καθώς υπάρχει ο προσθετικός όρος ($R_Γ$).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται :$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$

$$m_1 \cdot \vec{υ}_1 + m_2 \cdot \vec{υ}_2 = (m_1 + m_2) \cdot \vec{V}$$

$m_1 \cdot υ_1 - m_1 \cdot υ_2 = (m_1 + m_2) \cdot V$, $2m \cdot υ - m \cdot υ = 3m \cdot V$, $m \cdot υ = 3m \cdot V$, $υ = 3 \cdot V$,
$V = \frac{υ}{3}$ (1)

(Μονάδες 5)

Για τις κινητικές ενέργειες είναι:
Σώμα 1

$$K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot υ_1^2 \text{ , } K_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot υ^2 \text{ , } K_1 = m \cdot υ^2 \text{ (2)}$$

Συσσωμάτωμα

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot V^2$$

Με αντικατάσταση της (1)

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{v}{3}\right)^2 , K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \frac{v^2}{9} , K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{v^2}{3} , K_\sigma = \frac{m \cdot v^2}{6} \ (3)$$

Άρα, διαιρώντας $\frac{(2)}{(3)}$ είναι:

$$\frac{K_1}{K_\sigma} = \frac{m \cdot v^2}{\frac{m \cdot v^2}{6}} , \frac{K_1}{K_\sigma} = 6$$

(Μονάδες 4)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όταν ο όγκος ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου τριπλασιάζεται υπό σταθερή θερμοκρασία, τότε η πίεσή του
(α) παραμένει σταθερή.
(β) τριπλασιάζεται
(γ) υποτριπλασιάζεται

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρούμε ότι ο λόγος των ακτίνων της Γης προς αυτόν της Σελήνης είναι ίσος με $\frac{R_Γ}{R_Σ} = \frac{11}{3}$ ενώ ο λόγος των μέτρων της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης προς την αντίστοιχη επιτάχυνση στην επιφάνεια της Σελήνης είναι ίσος με $\frac{g_{oΓ}}{g_{oΣ}} = 6$. Αν $υ_{δΓ}$ είναι το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Γης και $υ_{δΣ}$ το μέτρο της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Σελήνης, τότε ο λόγος των μέτρων των δύο ταχυτήτων $\frac{υ_{δΓ}}{υ_{δΣ}}$ είναι ίσος με:

(α) $\frac{1}{\sqrt{22}}$, **(β)** $\sqrt{22}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{11}{2}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η θερμοκρασία παραμένει σταθερή (Τ=σταθ) η μεταβολή είναι ισόθερμη

(Μονάδα 1)

Συνεπώς, ισχύει ο Νόμος Boyle

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 ,$$

(Μονάδα 1)

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot \cdot 3V_1 , P_1 = 3 \cdot P_2 , P_2 = \frac{P_1}{3}$$

(Μονάδες 6)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια ενός πλανήτη είναι ίση με

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\pi}{R_\Pi}}$$

όπου M_π: η μάζα του πλανήτη και R_π: η ακτίνα του πλανήτη.

Η ένταση του Βαρυτικού Πεδίου στην επιφάνεια ενός πλανήτη είναι ίση με:

$$g_{o\Pi} = G \cdot \frac{M_\Pi}{R_\Pi^2} , g_o \cdot R_\Pi^2 = G \cdot M_\Pi \, (2)$$

Αντικαθιστούμε στην (1) τη (2) και έχουμε:

$$\upsilon_\delta = \sqrt{\frac{2g_o R_\Pi^2}{R_\Pi}} , \upsilon_\delta = \sqrt{2g_o R_\Pi} \, (3)$$

Η ταχύτητα διαφυγής για τη Γη, σύμφωνα με την (3), είναι ίση με:

$$\upsilon_{\delta\Gamma} = \sqrt{2g_{o\Gamma} R_\Gamma} \, (4)$$

Η ταχύτητα διαφυγής για τη Σελήνη, σύμφωνα με την (3), είναι ίση με:

$$\upsilon_{\delta\Sigma} = \sqrt{2g_{o\Sigma} R_\Sigma} \, (5)$$

(Μονάδες 7)

Διαιρούμε κατά μέλη τις σχέσεις (4), (5).

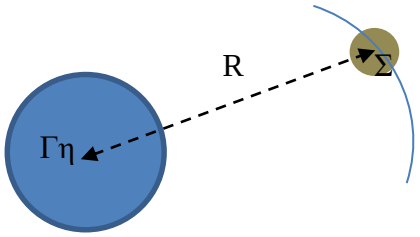
$$\frac{(4)}{(5)}:\ \frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}}=\frac{\sqrt{2g_{o\Gamma}R_{\Gamma}}}{\sqrt{2g_{o\Sigma}R_{\Sigma}}},\ \frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}}=\sqrt{\frac{2g_{o\Gamma}R_{\Gamma}}{2g_{o\Sigma}R_{\Sigma}}},\ \frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}}=\sqrt{\frac{g_{o\Gamma}}{g_{o\Sigma}}\frac{R_{\Gamma}}{R_{\Sigma}}},\ \frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}}=\sqrt{6\cdot\frac{11}{3}},\ \frac{v_{\delta\Gamma}}{v_{\delta\Sigma}}=\sqrt{22}$$

(Μονάδες 2)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η μάζα της Γης είναι $M_Γ = 5{,}97x10^{24}kg$ ενώ της Σελήνης $m_Σ$. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων των δύο σωμάτων είναι $R = 3{,}84x10^{5}\ km$ ενώ δεχόμαστε ότι η Σελήνη εκτελεί κυκλική τροχιά γύρω από την Γη.



Δίνεται $G = 6{,}67.10^{-11}\ \frac{m^3}{Kg.s^2}$.

(α) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μεγαλύτερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(β) Η δύναμη που ασκεί η Γη στην Σελήνη είναι μικρότερη από αυτήν της Σελήνης στη Γη.

(γ) Οι δύο δυνάμεις έχουν ίσα μέτρα.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θεωρώντας ότι η Σελήνη εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, η επιτάχυνσή της κατά την κίνηση αυτή είναι:

(α) $10{,}37x10^{6}$ m/s^2 , **(β)** $2{,}7x10^{-3}$ m/s^2 , **(γ)** $5{,}4x10^{3}$ m/s^2

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο σώματα αλληλεπιδρούν καθώς το ένα έλκει το άλλο. Οι δυνάμεις μεταξύ τους έχουν σχέση δράσης – αντίδρασης και σύμφωνα με τον 3ο νόμο του Newton, τα μέτρα τους θα είναι ίσα.

Προκύπτουν από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης: $F = G\frac{M_Γ m_Σ}{r^2}$

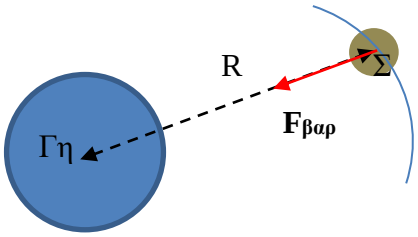
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η μόνη δύναμη που ασκείται στην Σελήνη είναι η βαρυτική έλξη της Γης. Η δύναμη αυτή αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη στην κυκλική κίνηση που εκτελεί η Σελήνη γύρω από την Γη, και άρα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_κ$$

$$F_{βαρ} = F_κ$$

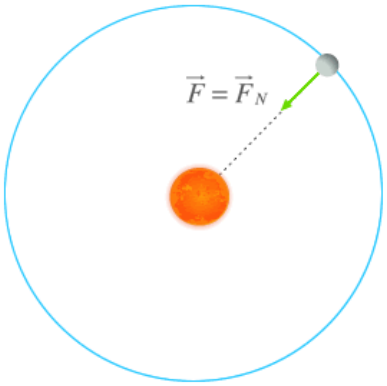
$$G\frac{M_Γ m_Σ}{R^2} = m_Σ.α_κ$$

$$α_κ = G\frac{M_Γ}{R^2} = 6{,}67 \cdot .10^{-11}.\frac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{(3{,}84 \cdot 10^{8})^2} = 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ m/s^2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση γύρω από ένα άλλο μάζας Μ λόγω της βαρυτικής έλξης μεταξύ των δύο σωμάτων. Αν τετραπλασιάσουμε την μάζα του σώματος Μ χωρίς να μεταβάλλουμε την μεταξύ τους απόσταση, για να συνεχίσει να εκτελεί την ίδια τροχιά το σώμα m, η γραμμική ταχύτητά του:



(α) Θα πρέπει να παραμείνει η ίδια.

(β) Θα πρέπει να διπλασιαστεί.

(γ) Θα πρέπει να υποδιπλασιστεί

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Υποτριπλασιάζουμε την απόσταση των δύο σωμάτων. Πόσο πρέπει να μεταβληθεί η μάζα του m, χωρίς να αλλάξει η μάζα Μ του άλλου σώματος, ώστε για την μεταξύ τους βαρυτική δύναμη να ισχύει $F' = 27 \cdot F$:

(α) 100% , **(β)** 200% , **(γ)** 300%

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η βαρυτική δύναμη είναι η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα m και άρα αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη για την κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$F_{βαρ} = F_κ \Leftrightarrow G\frac{Mm}{R^2} = \frac{mu^2}{R} \Leftrightarrow u = \sqrt{G\frac{M}{R}}$$

Η νέα γραμμική ταχύτητα, αντίστοιχα, θα είναι:

$$u' = \sqrt{G\frac{4M}{R}} = 2\sqrt{G\frac{M}{R}} = 2u$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά, η βαρυτική δύναμη μεταξύ τους είναι:

$$F_{βαρ} = G\frac{Mm}{R^2} \qquad (1)$$

Μετά τον υποτριπλασιασμό της απόστασης, θα είναι:

$$F'_{βαρ} = G\frac{Mm'}{R'^2} \Leftrightarrow 27 \cdot F_{βαρ} = G\frac{Mm'}{\left(\frac{R}{3}\right)^2} = G\frac{9Mm'}{R^2} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (1) και (2):

$$\frac{F_{βαρ}}{F'_{βαρ}} = \frac{G\frac{Mm}{R^2}}{G\frac{9Mm'}{R^2}} \Leftrightarrow \frac{F_{βαρ}}{27 \cdot F_{βαρ}} = \frac{m}{9m'} \Leftrightarrow \frac{1}{3} = \frac{m}{m'} \Leftrightarrow m' = 3m$$

Η ποσοστιαία μεταβολή θα είναι:

$$Π = \frac{Δm}{m}100\% = \frac{m' - m}{m}100\% = \frac{3m - m}{m}100\% = 200\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα μπαλόνι περιέχει αέριο ήλιο. Τα μόρια του αερίου συγκρούονται μεταξύ τους και μετά από κάθε κρούση μεταξύ τους ή με τα τοιχώματα του μπαλονιού η ορμή τους αυξάνεται ή μειώνεται. Το μέγεθος του μπαλονιού:

(α) αυξάνεται.

(β) μειώνεται.

(γ) παραμένει σταθερό.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Το ήλιο που περιέχει το μπαλόνι, προσεγγίζει καλύτερα από κάθε άλλο αέριο την συμπεριφορά του ιδανικού αερίου. Θερμαίνουμε το μπαλόνι με συνέπεια να αυξηθεί ο όγκος και η θερμοκρασία του. Αυτό συνέβη επειδή η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου:

(α) αυξήθηκε **(β)** μειώθηκε **(γ)** παρέμεινε σταθερή

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η ορμή των μορίων μεταβάλλεται μετά από τις συγκρούσεις, αλλά η συνολική ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή, αφού το σύστημα είναι μονωμένο. Κατά συνέπεια δεν αλλάζει το σχήμα του μπαλονιού

Μονάδες 9

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου δίνεται από την:

$$\overline{K} = \frac{3}{2}kT$$

Εφόσον αυξήθηκε η θερμοκρασία, αυξήθηκε και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο δορυφόροι έχουν ίδια μάζα m και διαγράφουν την ίδια κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Γη κινούμενοι με αντίθετες φορές. Οι δορυφόροι συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Τι κίνηση θα κάνει το συσσωμάτωμα μετά την κρούση;

(α) θα παραμείνει ακίνητο.

(β) θα εξακολουθήσει να είναι δορυφόρος της Γης κινούμενος στην ίδια κυκλική τροχιά.

(γ) θα εκτελέσει επιταχυνόμενη κίνηση με αυξανόμενη επιτάχυνση από το ύψος που έγινε η σύγκρουση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η έλικα ενός ανεμιστήρα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Θεωρούμε δύο σημεία Α και Β σε μία ακτίνα της έλικας. Το σημείο Α έχει γραμμική ταχύτητα μέτρου u_A και βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο περιστροφής της έλικας σε σχέση με το σημείο Β. Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Β έχει μέτρο u_B. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις είναι η σωστή;

(α) $u_A = u_B$, **(β)** $u_A < u_B$, **(γ)** $u_A > u_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού οι δορυφόροι κινούνται στην ίδια τροχιά, έχουν ταχύτητα ίδιου μέτρου, το οποίο δίνεται από την σχέση $u = \sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}$. Την στιγμή που συγκρούονται οι δύο δορυφόροι ίσης μάζας, το σύστημα έχει ορμή μηδέν γιατί οι ορμές τους είναι αντίθετες. Επειδή η ορμή διατηρείται, το συσσωμάτωμα που θα προκύψει θα είναι αρχικά ακίνητο. Όμως, επειδή δέχεται την ελκτική δύναμη από την Γη, θα αρχίσει να επιταχύνεται προς την Γη, με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, η οποία διαρκώς αυξάνει.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η γραμμική ταχύτητα ενός σημείου της έλικας δίνεται από την σχέση $u = \frac{2\pi r}{T}$, όπου Τ η περίοδος της τροχιάς και r η ακτίνα της. Όλα τα σημεία της έλικας έχουν την ίδια περίοδο, οπότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας θα είναι ανάλογο με την ακτίνα περιστροφής. Επειδή ισχύει $r_A > r_B$, θα έχουμε ότι $u_A > u_B$, δηλαδή το σημείο στο Α έχει μεγαλύτερη γραμμική ταχύτητα από το Β.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένας δορυφόρος έχει μάζα $m = 5.000Kg$ και περιστρέφεται γύρω από την Γη σε κυκλική τροχιά και σε απόσταση $h = 3R_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης. Η ακτίνα της Γης είναι $R_\Gamma = 6.400km$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνειά της είναι $g_0 = 10\frac{m}{s^2}$. Θεωρώντας την αντίσταση του αέρα αμελητέα, και την βαρυτική δυναμική ενέργεια σε πολύ μεγάλη απόσταση ίση με μηδέν, να βρεθούν:

4.1. το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου της Γης στο ύψος που βρίσκεται η τροχιά του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της ταχύτητας περιστροφής του δορυφόρου καθώς και το χρονικό διάστημα στο οποίο ολοκληρώνει μία περιστροφή .

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου.

Μονάδες 6

4.4. Με την βοήθεια ενσωματωμένων προωθητικών πυραύλων, ο δορυφόρος διπλασιάζει το μέτρο της ταχύτητάς του. Να αποδείξετε ότι ο δορυφόρος θα φύγει για πάντα από την βαρυτική έλξη της Γης και να βρεθεί η τελική του ταχύτητα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης σε ύψος h από την επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h = 3R_\Gamma$ και το γεγονός ότι $GM_\Gamma = g_0 R_\Gamma^2$ θα έχουμε

$$g = \frac{GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{16R_\Gamma^2} = \frac{g_0}{16} = 0{,}624\,\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 5

4.2. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου θα είναι

$$u = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{10\,\frac{m}{s^2}\ 6{,}4\cdot 10^6\ m}}{2} = 4\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σε χρονικό διάστημα μισής περιόδου, ο δορυφόρος αντιστρέφει την φορά της ταχύτητάς του χωρίς να αλλάζει το μέτρο, οπότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του θα είναι:

$$\Delta P = P_{\tau\varepsilon\lambda} - P_{\alpha\rho\chi} = mu - (-mu) = 2mu = 2\cdot 5\cdot 10^3 kg\cdot 4\cdot 10^3\,\frac{m}{s} = 4\cdot 10^7\,\frac{kgm}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για να αποδείξουμε ότι ο δορυφόρος διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης θα συγκρίνουμε την ταχύτητα διαφυγής σε αυτό το ύψος με την ταχύτητα που απέκτησε ο δορυφόρος. Έχουμε

$$u_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{2g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma}} = \frac{\sqrt{2g_0 R_\Gamma}}{2} = \frac{\sqrt{2\cdot 10\,\frac{m}{s^2}\ 6{,}4\cdot 10^6\ m}}{2} = 4\sqrt{2}\cdot 10^3\,\frac{m}{s} < 2u = 8\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Η ταχύτητα που απέκτησε από τους πυραύλους είναι μεγαλύτερη από την ταχύτητα διαφυγής στο σημείο αυτό, οπότε θα μεταβεί σε ''άπειρη' απόσταση. Για να υπολογίσουμε την τελική ταχύτητα του δορυφόρου θα εφαρμόσουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από την αρχική θέση μέχρι την τελική ($U_{\tau\varepsilon\lambda} = 0$).

$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow -\frac{GM_\Gamma m}{R_\Gamma + h} + \frac{mu_1^2}{2} = \frac{mu_\infty^2}{2} \Leftrightarrow \frac{u_\infty^2}{2} = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{u_1^2}{2} \Leftrightarrow$$

$$u_\infty = \sqrt{\frac{2u_1^2 - g_0 R_\Gamma}{2}} = \sqrt{\frac{128\cdot 10^6 - 64\cdot 10^6}{2}}\,\frac{m}{s} = \sqrt{32\cdot 10^6}\,\frac{m}{s} = 4\sqrt{2}\cdot 10^3\,\frac{m}{s}$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Δύο μικρά ομογενή σφαιρικά σώματα αμελητέων διαστάσεων έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και m_2 και βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απέχουν μεταξύ τους $d = 1m$ και έλκονται με βαρυτική δύναμη μέτρου $F = \frac{40}{3} \cdot 10^{-11}$N. Αν η σταθερά της παγκόσμιας έλξης είναι $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11}\ N\ m^2 Kg^{-2}$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρείται μηδέν

4.1. Ποια είναι η μάζα του σώματος m_2;

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από τις δύο μάζες στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης.

Μονάδες 6

4.3. Στο σημείο Μ τοποθετούμε μία μάζα $m_3 = 0{,}5kg$. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών και να βρεθεί το έργο της βαρυτικής δύναμης όταν το σώμα μάζας m_3 μεταφερθεί έξω από το βαρυτικό πεδίο των άλλων δύο μαζών.

Μονάδες 7

4.4. Αν οι μάζες m_1 και m_2 αφεθούν ελεύθερες να κινηθούν, να υπολογιστεί ο λόγος των ταχυτήτων τους $\frac{u_1}{u_2}$ οποιαδήποτε χρονική στιγμή πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για να υπολογίσουμε την μάζα m_2 θα εφαρμόσουμε τον νόμο της παγκόσμιας έλξης για τις δύο μάζες.

$$F = \frac{Gm_1m_2}{d^2} \Leftrightarrow m_2 = \frac{Fd^2}{Gm_1} = \frac{\frac{40}{3}10^{-11} \cdot 1^2}{\frac{20}{3}\ 10^{-11} \cdot 2} kg = 1kg$$

Μονάδες 6

4.2. Το δυναμικό στο σημείο Μ, το οποίο είναι το μέσο της απόστασης των σημείων οφείλεται στην συνεισφορά των δύο μαζών, συνεπώς

$$V^{(M)} = V_1^{(M)} + V_2^{(M)} = -\frac{Gm_1}{\frac{d}{2}} - \frac{Gm_2}{\frac{d}{2}} = -\frac{2G(m_1+m_2)}{d} = -2\frac{20}{3}10^{-11} \cdot 3\frac{J}{kg} = -4 \cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 6

4.3. Η βαρυτική δυναμική ενέργεια του συστήματος των 3 μαζών θα είναι

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{d} - \frac{Gm_1m_3}{\frac{d}{2}} - \frac{Gm_2m_3}{\frac{d}{2}} = -\frac{G}{d}(m_1m_2 + 2m_1m_3 + 2m_2m_3) \Leftrightarrow$$

$$U = -\frac{20}{3}10^{-11} \cdot (2+2+1)J = -\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}J$$

Το έργο της βαρυτικής δύναμης για την μεταφορά της m_3 από το σημείο Μ στο "άπειρο" είναι

$$W_{M\to\infty} = mV_M = 0{,}5kg\left(-4 \cdot 10^{-10}\frac{J}{kg}\right) = -2 \cdot 10^{-10}J$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν αφεθούν ελεύθερες οι μάζες να κινηθούν, το σύστημα που δημιουργούν είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής σε όλη την διάρκεια της κίνησής τους. Συνεπώς

$$\vec{\mathrm{P}}_{\alpha\rho\chi} = \vec{\mathrm{P}}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow 0 = \mathrm{m_1u_1} - \mathrm{m_2u_2} \Leftrightarrow \mathrm{m_1u_1} = \mathrm{m_2u_2} \Leftrightarrow 2\mathrm{u_1} = \mathrm{u_2} \Leftrightarrow \frac{\mathrm{u_1}}{\mathrm{u_2}} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m = 0{,}1kg$ κινείται με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $u_1 = 100\, m/s$ και συναντά ένα ακίνητο κιβώτιο μάζας M, το οποίο βρίσκεται σε ένα οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο και εξέρχεται από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $u_2 = 20\, m/s$, ενώ το κιβώτιο αμέσως μετά την κρούση αποκτά ταχύτητα $V = 5\, m/s$.

4.1. Να υπολογίσετε την μάζα του κιβωτίου.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε την μέση δύναμη που δέχτηκε το βλήμα από το κιβώτιο, αν το χρονικό διάστημα που χρειάστηκε να περάσει μέσα από το κιβώτιο ήταν $\Delta t = 0{,}2s$.

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίστε το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Το κιβώτιο διανύει απόσταση $s = 4m$ και σταματάει. Να υπολογίσετε τον συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ οριζόντιου επιπέδου και κιβωτίου. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\,\frac{m}{s^2}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την διάρκεια του φαινομένου, στο οποίο το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο και ισχύει η διατήρηση της ορμής. Έχουμε:

$$P_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow mu_1 = mu_2 + MV \Leftrightarrow M = \frac{mu_1 - mu_2}{V} \Leftrightarrow$$
$$M = \frac{0{,}1kg100\frac{m}{s} - 0{,}1kg\ 20\frac{m}{s}}{5\frac{m}{s}} = 1{,}6\ kg$$

Μονάδες 6

4.2. Με χρήση της γενίκευσης του 2ου νόμου του Νεύτωνα, η μέση δύναμη που δέχεται το βλήμα από το κιβώτιο είναι

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P_{1\tau\varepsilon\lambda} - P_{1\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{mu_2 - mu_1}{\Delta t} = \frac{0{,}1kg20\frac{m}{s} - 0{,}1kg\ 100\frac{m}{s}}{0{,}2s} = -40N$$

Μονάδες 6

4.3. Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που μεταφέρθηκε στο κιβώτιο εξαιτίας της κρούσης είναι το πηλίκο των κινητικών τους ενεργειών, δηλαδή

$$\frac{K_{\kappa\iota\beta}}{K_1} = \frac{\frac{MV^2}{2}}{\frac{mu_1^2}{2}} = \frac{MV^2}{mu_1^2} = \frac{1{,}6kg\left(5\frac{m}{s}\right)^2}{0{,}1kg\ \left(100\frac{m}{s}\right)^2} = \frac{40}{1000} = 0{,}04 = 4\%$$

Μονάδες 6

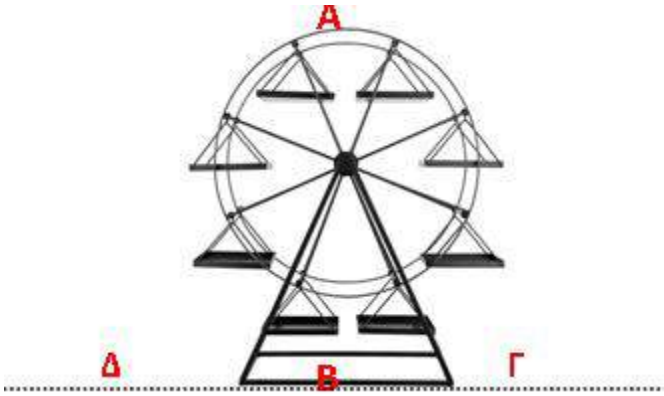
4.4. Για την κίνηση που εκτελεί το κιβώτιο αμέσως μετά την κρούση και μέχρι να σταματήσει θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.). Οι δυνάμεις που δέχεται το κιβώτιο είναι το βάρος του Β, η τριβή Τ και η κάθετη αντίδραση Ν, ενώ η τελική κινητική του ενέργεια είναι μηδέν. Συνεπώς

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda} \Leftrightarrow 0 - \frac{MV^2}{2} = W_B + W_T + W_N \Leftrightarrow -\frac{MV^2}{2} = -Ts \overset{T=\mu N=\mu Mg}{\Longleftrightarrow}$$
$$\frac{MV^2}{2} = \mu Mgs \Leftrightarrow \mu = \frac{V^2}{2gs} = \frac{5^2}{2\cdot 10\cdot 4} = \frac{25}{80} = \frac{5}{16}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα παιδί ανεβαίνει στην «Ρόδα» ενός Λούνα Πάρκ, η οποία εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στην φορά των δεικτών του ρολογιού (δεξιόστροφα):



Την στιγμή που βρίσκεται στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς του απλώνει το χέρι του και αφήνει μία μπάλα να πέσει ελεύθερα. Αν αγνοήσουμε την ύπαρξη αέρα και θεωρήσουμε μικρό το ύψος της «Ρόδας», τότε η μπάλα θα πέσει:

(α) στη βάση Β της «Ρόδας».

(β) σε ένα σημείο Γ, δεξιά του Β που απέχει απόσταση x από την βάση Β της «Ρόδας».

(γ) σε ένα σημείο Δ, αριστερά του Β που απέχει απόσταση x από την βάση Β της «Ρόδας».

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Την ίδια στιγμή (όταν το παιδί κάθεται στο κάθισμά του στο υψηλότερο σημείο Α της τροχιάς της «Ρόδας»), και η ρόδα στρέφεται, η κάθετη αντίδραση Ν που δέχεται από το κάθισμα ανά μονάδα μάζας του παιδιού (N/m), είναι:

(α) $\frac{u^2}{R} - g$, **(β)** $\frac{u^2}{R} + g$, **(γ)** $g - \frac{u^2}{R}$

2.2.Α.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην ανώτερη θέση Α το παιδί που κρατά την μπάλα έχει γραμμική ταχύτητα u με κατεύθυνση εφαπτόμενη στο Α προς τα δεξιά, συμμετέχοντας στην κίνηση της ρόδας. Άρα την στιγμή που αφήνει την μπάλα, θα έχει και αυτή οριζόντια ταχύτητα προς τα δεξιά, εκτελώντας οριζόντια βολή και άρα θα πέσει στο σημείο Γ.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην θέση Α και καθώς στρέφεται η ρόδα, οι δυνάμεις που ασκούνται στο παιδί είναι: το βάρος mg του παιδιού προς το κέντρο της ρόδας και η κάθετη αντίδραση Ν στην ίδια διεύθυνση αλλά προς τα πάνω.

Λόγω της κυκλικής κίνησης, είναι:

$$\Sigma F = F_{\kappa} \Leftrightarrow m.g - N = \frac{m.u^2}{R} \Leftrightarrow N = m.g - \frac{m.u^2}{R} \Leftrightarrow N = m.(g - \frac{u^2}{R}) \Leftrightarrow \frac{N}{m} = g - \frac{u^2}{R}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένας δορυφόρος κινείται σε ύψος $h = 2600\ km$ από την επιφάνεια της Γης. Η μάζα της Γης έχει μετρηθεί $M_Γ = 6 \cdot 10^{24}\ kg$, η ακτίνα της $R_Γ = 6400\ km$, ενώ η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια αυτής είναι $g_0 = 10\ m/s^2$. Δίνεται η παγκόσμια βαρυτική σταθερά $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N/kg \cdot m^2$, ενώ αμελούνται τριβές.

Να υπολογίσετε:

4.1.Την ένταση και το δυναμικό σε ένα σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου.

Μονάδες 6

4.2.Την μηχανική ενέργεια του δορυφόρου στο ύψος αυτό, αν η μάζα του δορυφόρου είναι $450\ kg$.

Μονάδες 6

4.3.Κάποια στιγμή πυροδοτούνται πύραυλοι του δορυφόρου με συνέπεια την μεταβολή της ολικής ενέργειάς του στο 80% της αρχικής του ενέργειας. Να βρείτε το ύψος της νέας τροχιάς στο οποίο μεταπίπτει ο δορυφόρος.

Μονάδες 6

4.4.Να υπολογίσετε τον λόγο των ταχυτήτων $\frac{u'}{u}$, όπου u' η ταχύτητα του δορυφόρου στην νέα θέση και u η ταχύτητά του στην αρχική του θέση. Δίνεται $\sqrt{5} \cong 2{,}24$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.Η ένταση στο σημείο Σ της τροχιάς του δορυφόρου είναι:

$$g_\Sigma = G\frac{M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{(9 \cdot 10^6)^2} = \frac{409{,}6}{81} \cong 5{,}06\ \mathrm{m/s^2}$$

με διεύθυνση, την διεύθυνση της ακτίνας και φορά προς το κέντρο της Γης.

Για το δυναμικό ισχύει:

$$V_\Sigma = -G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{10 \cdot (6{,}4 \cdot 10^6)^2}{9 \cdot 10^6} \cong -45{,}5 \cdot 10^6\ \mathrm{J/kg}$$

Μονάδες 6

4.2.Η μηχανική ενέργεια είναι το άθροισμα δυναμικής και κινητικής ενέργειας στο ύψος αυτό.

Η δυναμική ενέργεια είναι:

$$U_\Sigma = -G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h}$$

Για την κινητική ενέργεια:

Από την κυκλική κίνηση είναι $\Sigma F = F_\kappa \Leftrightarrow F_g = F_\kappa$

$$G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{(R_\Gamma + h)^2} = \frac{m_\Sigma \cdot u^2}{R_\Gamma + h} \Leftrightarrow G\frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = m_\Sigma \cdot u^2$$

$$\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = \frac{1}{2} \cdot m_\Sigma \cdot u^2 = K_\Sigma$$

$$E_M = U_\Sigma + K_\Sigma = -G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} + \frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = -\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h}$$

$$E_M = -\frac{1}{2} \cdot 45{,}5 \cdot 10^6 \cdot 450\ \mathrm{J} = -1{,}02 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 6

4.3.Στην νέα τροχιά ο δορυφόρος θα έχει το 80% της αρχικής μηχανικής ενέργειας:

$$E'_M = 0{,}8 \cdot E_M$$

$$-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h} = 0{,}8 \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma \cdot m_\Sigma}{R_\Gamma + h'}\right)$$

$$\frac{1}{R_\Gamma + h} = \frac{0{,}8}{R_\Gamma + h'} \Leftrightarrow R_\Gamma + h' = 0{,}8 \cdot (R_\Gamma + h) \Leftrightarrow h' = 800\ \mathrm{km}$$

Μονάδες 6

4.4. Οι ταχύτητες του δορυφόρου στις δύο τροχιές είναι:

$$u = \sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h}} \qquad (1)$$

$$u' = \sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'}} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{u'}{u} = \frac{\sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma+h'}}}{\sqrt{G\frac{M_\Gamma}{R_\Gamma+h}}} = \sqrt{\frac{R_\Gamma + h}{R_\Gamma + h'}} = \sqrt{\frac{9\cdot 10^6}{7{,}2\cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{1}{0{,}8}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{,}12$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Μία σεληνάκατος μάζας $m_{Δ}$=5000 kg κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10 m/s για να προσεληνωθεί. Σε ύψος h=120m από την επιφάνεια αποκολλάται ένα εξάρτημα μικρής μάζας από το σύστημα προσελήνωσης και πέφτει στην Σελήνη. Αν η μάζα της Σελήνης είναι $m_{Σ}=7,4.10^{22}$ kg, η ακτίνα της $R_{Σ}$=1750km και δίνεται $G=6,67.10^{-11}$ N/kg.m^2, να υπολογίσετε :

4.1.Την ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 5

4.2.Την δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη και την δυναμική ενέργειά της όταν βρίσκεται σε ύψος h=1250 km και αρχίζει η διαδικασία καθόδου.

Μονάδες 6

4.3.Με ποια ταχύτητα θα φθάσει στην επιφάνεια της Σελήνης το εξάρτημα που αποκολλήθηκε.

Μονάδες 7

4.4.Ποιο από τα δύο σώματα (σεληνάκατος – εξάρτημα) θα φθάσει πρώτο στην επιφάνεια και με ποια χρονική διαφορά.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια της Σελήνης, δίνεται:

$$g_{\Sigma} = G\frac{M_{\Sigma}}{R_{\Sigma}^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}}{(1750.10^3)^2} = 1{,}6\ m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2.Η δύναμη που ασκεί η σεληνάκατος στην Σελήνη προκύπτει από τον νόμο της παγκόσμιας έλξης:

$$F = G\frac{M_{\Sigma}.m_{\Delta}}{(R_{\Sigma}+h)^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}.5000}{(3.10^6)^2} = 2742\ N$$

Η δυναμική ενέργεια της σεληνακάτου όταν βρίσκεται σε ύψος h είναι:

$$U = -G\frac{M_{\Sigma}.m_{\Delta}}{R_{\Sigma}+h} = -\frac{6{,}67.10^{-11}.7{,}4.10^{22}.5000}{3.10^6} = -82{,}2.10^8\ J$$

Μονάδες 6

4.3.Το εξάρτημα αποκολλάται σε ύψος h=120m και ενώ η σεληνάκατος κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10m/s. Άρα και αυτό έχει εκείνη τη στιγμή την ίδια ταχύτητα. Λόγω της έλλειψης ατμόσφαιρας και άρα τριβών, μπορούμε να υπολογίσουμε την ταχύτητα με την οποία φθάνει στην επιφάνεια με την βοήθεια του Θ.Ε.Ε.:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_W$$

$$\frac{1}{2}m_{\Delta}u_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}m_{\Delta}u_{\alpha\rho\chi}^2 = m_{\Delta}.g_{\Sigma}.h \Leftrightarrow u_{\tau\varepsilon\lambda}^2 = 2gh - u_{\alpha\rho\chi}^2$$

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = \sqrt{2g_{\Sigma}h + u_{\alpha\rho\chi}^2} = \sqrt{484} = 22\ m/s$$

Μονάδες 7

4.4.Μετά την αποκόλληση, η μεν σεληνάκατος συνεχίζει να κατεβαίνει με σταθερή ταχύτητα u=10m/s ενώ το εξάρτημα επιταχύνει με σταθερή επιτάχυνση g_{Σ} από την αρχική ταχύτητα u. Η επιτάχυνση g_{Σ} θεωρείται σταθερή λόγω του μικρού ύψους από το οποίο έγινε η αποκόλληση.

Άρα το εξάρτημα θα φθάσει γρηγορότερα στην επιφάνεια της Σελήνης.

Ο χρόνος για να διανύσει τα 120m η σεληνάκατος είναι :

$$t_{\sigma\varepsilon\lambda\eta\nu} = \frac{h}{u} = \frac{120}{10} = 12\ s$$

Αντίστοιχα, για το εξάρτημα που εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, είναι:

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = u + g_{\Sigma}t$$

$$h = u.t + \frac{1}{2}g_{\Sigma}t^2$$

Με δεδομένο τον υπολογισμό της ταχύτητας από το προηγούμενο ερώτημα:

$$u_{\tau\varepsilon\lambda} = u + g_{\Sigma}t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} \Leftrightarrow 22 = 10 + 1{,}6.t \Leftrightarrow t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} = 7{,}5\ s$$

Οπότε η ζητούμενη χρονική διαφορά θα είναι

$$\Delta t = t_{\sigma\varepsilon\lambda\eta\nu} - t_{\varepsilon\xi\alpha\rho\tau} = 4{,}5\ s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα μάζας m=1,2 kg κινείται πάνω σε οριζόντια κυκλική τροχιά ακτίνας R=0,2m. Η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα έχει μέτρο ΣF=600 N και κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Να υπολογίσετε:

4.1. Την κεντρομόλο επιτάχυνση του σώματος.

Μονάδες 4

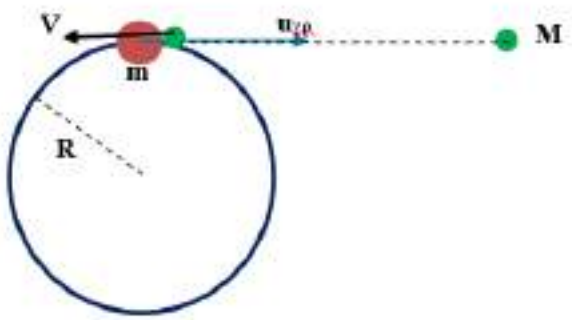
4.2. Την γωνιακή ταχύτητα του σώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει, σε χρόνο ίσο με το χρόνο κίνησης δεύτερου σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα και αποκτά ταχύτητα u=54 m/s έχοντας επιτάχυνση $\alpha=12 m/s^2$.

Μονάδες 7

4.4. Το δεύτερο σώμα μάζας M=m/2 συγκρούεται τελικά με το πρώτο σώμα σε κάποιο σημείο της κυκλικής τροχιάς του, έχοντας ταχύτητα V με κατεύθυνση αντίρροπη της γραμμικής ταχύτητας του του πρώτου σώματος τη στιγμή της κρούσης.



Αν η κρούση είναι πλαστική, να υπολογίσετε την ταχύτητα V του σώματος μάζας M ώστε το συσσωμάτωμα να έχει μηδενική κινητική ενέργεια μετά την κρούση.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF είναι η κεντρομόλος δύναμη που αναγκάζει το σώμα να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση. Ισχύει:

$$\Sigma F = F_{\kappa} = m.\alpha_{\kappa} \Leftrightarrow 600 = 1{,}2.\alpha_{\kappa} \Leftrightarrow \alpha_{\kappa} = 500\ m/s^2$$

Μονάδες 5

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση ισούται:

$$\alpha_{\kappa} = \frac{u^2}{R} = \omega^2 R \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\alpha_{\kappa}}{R}} = \sqrt{\frac{500}{0{,}2}} = 50\ rad/s$$

Μονάδες 6

4.3. Το μήκος του τόξου που θα διαγράψει το σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση είναι:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \qquad (1)$$

Η γραμμική ταχύτητα λόγω της κυκλικής κίνησης είναι:

$$u_{\gamma\rho} = \omega.R = 50.0{,}2 = 10\ \frac{m}{s} \qquad (2)$$

Στον ίδιο χρόνο το σώμα μάζας Μ αποκτά ταχύτητα που δίνεται από την σχέση:

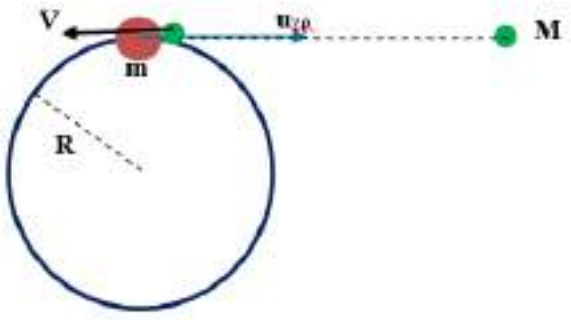
$$u = a.t \Leftrightarrow 54 = 12.t \Leftrightarrow t = 4{,}5\ s \qquad (3)$$

Αντικαθιστώντας την (2) και την (3) στην (1) προκύπτει το ζητούμενο μήκος του τόξου:

$$s = u_{\gamma\rho}.t \Leftrightarrow s = 10.4{,}5 = 45\ m$$

Μονάδες 7

4.4. Μετά την πλαστική κρούση η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι μηδενική. Άρα τα σώματα μετά την κρούση ακινητοποιούνται.



Από την αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau}$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m.u_{\gamma\rho} - M.V = 0 \Leftrightarrow m.u_{\gamma\rho} = \frac{m}{2}.V \Leftrightarrow V = 20\ m/s$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας πύραυλος μάζας m=1200 kg εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης με αρχική ταχύτητα u_0=100m/s κατακόρυφα προς τα πάνω. Κάποια στιγμή φθάνει στο ανώτερο σημείο στο οποίο σταματά στιγμιαία. Εκείνη τη στιγμή εκρήγνυται σε 3 κομμάτια Α, Β και Γ. Το κομμάτι Α μάζας m_1=m/3 αποκτά οριζόντια ταχύτητα u_A=30 m/s, ενώ το κομμάτι Β, μάζας m_B=500 kg, εξακολουθεί να παραμένει ακίνητο και μετά την έκρηξη. Θεωρούμε ότι για όλες τις κινήσεις η επιτάχυνση της βαρύτητας g=10m/s^2, παραμένει σταθερή και ότι δεν υπάρχει ατμόσφαιρα. Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει ο πύραυλος.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του κομματιού Γ, αμέσως μετά την έκρηξη.

Μονάδες 5

4.3. Σε ποια θέση θα προσγειωθεί το κομμάτι Α ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4. Πόσο απέχουν τα κομμάτια Α και Γ την στιγμή t=3s μετά την έκρηξη.

Μονάδες 8

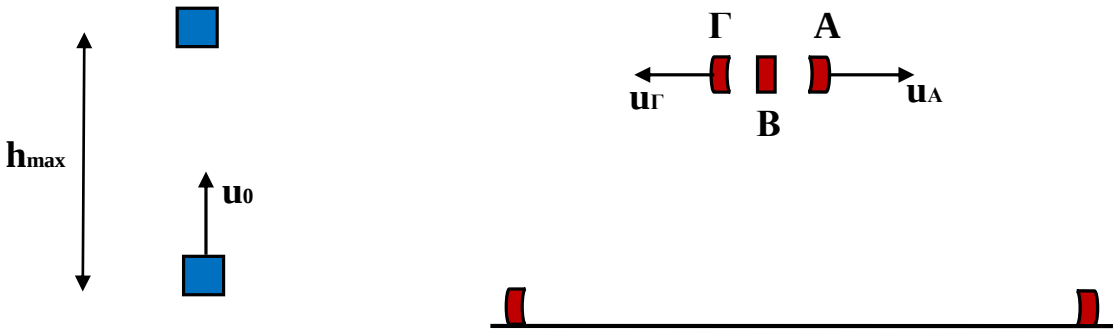
ΘΕΜΑ 4

4.1.Λόγω των παραδοχών δεν υπάρχουν τριβές, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με επίπεδο αναφοράς το επίπεδο εκτόξευσης του πυραύλου και μέχρι του μέγιστου ύψους όπου στιγμιαία ακινητεί:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}mu_0^2 + 0 = 0 + mgh \Leftrightarrow h = \frac{u_0^2}{2g} = 500m$$

Μονάδες 5

4.2. Στο ανώτερο σημείο όπου η ταχύτητα μηδενίζεται, ο πύραυλος εκρήγνυται. Διατηρείται η ορμή του συστήματος κατά την έκρηξη, οπότε:



$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετά} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{P}_B + \vec{P}_\Gamma \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{P}_A + \vec{0} + \vec{P}_\Gamma$$

Θέτοντας θετική φορά προς τα δεξιά:

$$0 = m_A u_A + m_\Gamma u_\Gamma \Leftrightarrow -\frac{1200}{3}30 = \left(1200 - 500 - \frac{1200}{3}\right)u_\Gamma \Leftrightarrow u_\Gamma = -40m/s$$

Άρα το κομμάτι Γ θα κινηθεί προς τα αριστερά με ταχύτητα 40 m/s.

Μονάδες 5

4.3. Το κομμάτι Α του πυραύλου εκτελεί οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα u_A=30m/s.

Στον άξονα των xx' εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με χρονική διάρκεια ίδια με εκείνη στον yy':

$$yy':\ h_{max} = \frac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h_{max}}{g}} = 10s$$

$$xx':\ x = u_A t = 30 \cdot 10 = 300m$$

Άρα το σώμα θα συναντήσει το έδαφος στο σημείο (300, -500) ως προς το σημείο της έκρηξης.

Μονάδες 7

4.4.Τα δύο κομμάτια του πυραύλου εκτελούν επίσης οριζόντιες βολές. Σε χρόνο 3s θα έχουν πέσει κατά τον ίδιο ύψος h_1:

$$h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$

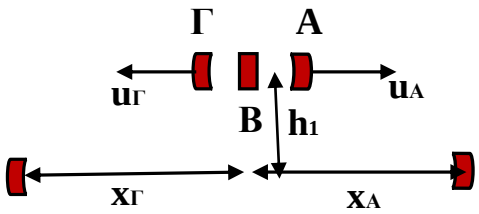
Η μεταξύ τους απόσταση καθορίζεται μόνο από την κίνηση στον άξονα των xx'.

Οπότε για το κομμάτι Α του πυραύλου:

$$x_A = u_A t_1 = 30 \times 3 = 90m$$

Αντίστοιχα, για το κομμάτι Γ του πυραύλου:

$$x_\Gamma = u_A t_1 = -40 \times 3 = -120m$$



Άρα, η μεταξύ τους απόσταση θα είναι : $\Delta x = x_A - x_\Gamma = 90 - (-120) = 210m$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μάζες m_1 και m_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση r. Πόσο μεταβάλλεται η βαρυτική δύναμη, αν διπλασιαστούν οι μάζες των σωμάτων και τετραπλασιαστεί η μεταξύ τους απόσταση;

(α) η δύναμη τετραπλασιάζεται.

(β) η δύναμη υποτετραπλασιάζεται.

(γ) η δύναμη διπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στην επιφάνεια της Γης ένα σώμα έχει βάρος $w = 300N$. Να βρείτε το βάρος του σώματος σε έναν πλανήτη, που έχει ακτίνα ίση με την ακτίνα της Γης και μάζα ίση με το μισό της μάζας της Γης.

(α) 600N , **(β)** 50N , **(γ)** 150N

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η αρχική δύναμη ισούται με: $F = G \bullet \frac{m_1 \bullet m_2}{r^2}$, ενώ η τελική δύναμη:

$F = G \bullet \frac{2m_1 \bullet 2m_2}{(4r)^2} = G \bullet 4\frac{m_1 \bullet m_2}{16r^2} = \frac{F}{4}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το βάρος του σώματος στην επιφάνεια της Γης και του πλανήτη αντίστοιχα, ισούται με: $B_Γ = m \bullet g_Γ$, $B_Π = m \bullet g_Π$, όπου: $g_Γ = \frac{GM_Γ}{R_Γ^2}$ και $g_Π = \frac{GM_Π}{R_Π^2}$

Αντικαθιστώντας έχουμε: $B_Γ = m \bullet \frac{GM_Γ}{R_Γ^2}$ και $B_Π = m \bullet \frac{GM_Π}{R_Π^2}$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε: $\frac{B_Γ}{B_Π} = \frac{M_Γ \bullet R_Π^2}{M_Π \bullet R_Γ^2} = \frac{M_Γ}{M_Π} = 2$

Άρα: $B_Π = \frac{B_Γ}{2} = 150N$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η ένταση του βαρυτικού πεδίου που οφείλεται σε δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 , ισούται με το μηδέν στο σημείο Κ. Αν οι αποστάσεις του σημείου Κ από τις m_1 και m_2 είναι L_1 και L_2 , με $\frac{L_1}{L_2} = 4$, για τη σχέση μαζών των δύο σωμάτων ισχύει:

(α) $m_1 = 16 \bullet m_2$

(β) $m_2 = 4 \bullet m_1$

(γ) $m_1 = \frac{m_2}{16}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας πλανήτης έχει μάζα Μ και σε σχέση με τη Γη, έχει ίδια πυκνότητα και τριπλάσια ακτίνα. Αν στην επιφάνεια της Γης η ένταση του βαρυτικού πεδίου ισούται με 10N/kg και ο όγκος μιας σφαίρας είναι $V = \frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R^3$,τότε το μέτρο της έντασης του βαρυτικού πεδίου στην επιφάνεια του πλανήτη είναι:

(α) 20N/kg , **(β)** 15N/kg , **(γ)** 30N/kg

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ισχύει: $g_1 = g_2 \rightarrow \frac{Gm_1}{L_1^2} = \frac{Gm_2}{L_2^2} \rightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{L_1^2}{L_2^2} = 16 \rightarrow m_1 = 16 \bullet m_2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην επιφάνεια της Γης: $g_Γ = \frac{GM_Γ}{R_Γ^2} = \frac{G\rho V_Γ}{R_Γ^2} = \frac{G\rho}{R_Γ^2}(\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_Γ^3) = G\rho\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_Γ$

Στην επιφάνεια του πλανήτη: $g_Π = \frac{GM_Γ}{R_Π^2} = \frac{G\rho V_Π}{R_Π^2} = \frac{G\rho}{R_Π^2}(\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_Π^3) = G\rho\frac{4}{3} \bullet \pi \bullet R_Π$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{g_Γ}{g_Π} = \frac{R_Γ}{R_Π} = \frac{1}{3} \rightarrow g_π = 3 \bullet g_Γ = 30N/Kg$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένας δορυφόρος κινείται κυκλικά γύρω από τη Γη και η απόστασή του από την επιφάνεια της Γης, σταδιακά μειώνεται. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές;

(α) Το μέτρο της επιτάχυνσης του δορυφόρου μειώνεται .

(β) Η κινητική ενέργεια του δορυφόρου αυξάνεται.

(γ) Η δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο από τη Γη μειώνεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Έστω δύο σημειακά φορτία q_1, q_2 που έχουν απόσταση $d = 20cm$. Αν η δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -10\,J$, η δύναμη που ασκείται μεταξύ τους έχει μέτρο:

(α) $F = 10N$, **(β)** $F = 5N$, **(γ)** $F = 50N$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σωστή, διότι η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_\delta = \sqrt{\frac{G\,M_\Gamma}{r}}$,άρα όσο μειώνεται η απόσταση r το μέτρο της ταχύτητας αυξάνεται. Επομένως αυξάνεται και η κινητική ενέργεια του δορυφόρου ($K = \frac{1}{2} \bullet m_\delta \bullet u_\delta^2$)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων ισούται με:

$$U = K_c \frac{q_1 \bullet q_2}{r}$$

Το μέτρο της ελκτικής δύναμης που αναπτύσσεται μεταξύ των φορτίων είναι:

$$F = K_c \frac{|q_1| \bullet |q_2|}{r^2}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε: $F = \frac{|U|}{r} = 50\ N.$

Όμως έχουμε U<0, άρα τα φορτία είναι ετερώνυμα και η δύναμη F είναι ελκτική.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η δυναμική ενέργεια ενός σώματος αυξάνεται καθώς αυτό πλησιάζει την επιφάνεια της Γης .

(β) Η δυναμική ενέργεια στο βαρυτικό πεδίο της Γης έχει αρνητικό πρόσημο, διότι η ελκτική δύναμη μεταξύ Γης και σωμάτων είναι μικρού μέτρου.

(γ) Ένα σώμα το οποίο αφήνεται ελεύθερο σε βαρυτικό πεδίο, κινείται από υψηλότερη δυναμική ενέργεια σε χαμηλότερη .

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο δορυφόροι έχουν την ίδια μάζα και περιστρέφονται γύρω από τη Γη σε ύψη $h_{1=}R_{\Gamma}$ και $h_{2=}2R_{\Gamma}$ αντίστοιχα, όπου R_{Γ} η ακτίνα της Γης. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;

(1). Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων τους είναι: $\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{3}$

(2). Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους είναι: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{3}$

(3). Ο λόγος των κινητικών ενεργειών τους είναι: $\frac{K_1}{K_2} = \frac{3}{2}$

(α) η πρόταση 1 , **(β)** η πρόταση 2 , **(γ)** η πρόταση 3

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

α) Η δυναμική ενέργεια δίνεται από τη σχέση: $U = -G \bullet \frac{M_Γ M}{r}$.

Καθώς μειώνεται η απόσταση r από το κέντρο της Γης, μειώνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια του σώματος και αυξάνεται η κινητική του ενέργεια.

β) Το αρνητικό πρόσημο στον τύπο της δυναμικής ενέργειας εξηγείται από το γεγονός, ότι πρέπει να προσφέρουμε ενέργεια σε ένα σύστημα δύο μαζών, προκειμένου να τις μεταφέρουμε σε μια απόσταση r από το άπειρο.

γ) Σωστή, διότι το σώμα κινείται από σημείο υψηλότερης δυναμικής ενέργειας σε σημείο χαμηλότερης δυναμικής ενέργειας, αφού: $W = -\Delta U = U_{αρχ} - U_{τελ} > 0$, δηλαδή: $U_{αρχ} > U_{τελ}$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

1. Λάθος, διότι τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο δορυφόρων ισούται με:

$u_1 = \sqrt{\frac{G\,M_Γ}{r}} = \sqrt{\frac{G\,M_Γ}{2R_Γ}}$, $u_2 = \sqrt{\frac{G\,M_Γ}{r}} = \sqrt{\frac{G\,M_Γ}{3R_Γ}}$

Επομένως: $\frac{u_1}{u_2} = \sqrt{\frac{3}{2}}$

2. Λάθος, διότι το μέτρο της κινητικής ενέργειας για κάθε δορυφόρο ισούται με:

$K_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet {u_1}^2$, $K_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet {u_2}^2$

Διαιρώντας κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{K_1}{K_2} = (\frac{u_1}{u_2})^2 = (\sqrt{\frac{3}{2}})^2 = \frac{3}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου u_0 από μικρό ύψος h. Η τροχιά που θα διαγράψει το σώμα θα είναι παραβολή εάν:

(α) στο σώμα ασκούνται η βαρυτική δύναμη και η αντίσταση του αέρα .

(β) η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι το βάρος του.

(γ) η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι μηδενική.

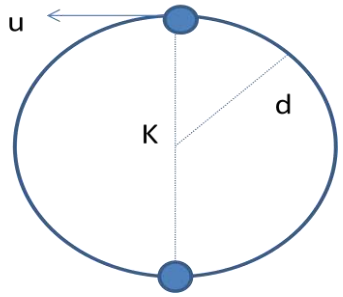
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μικρή σφαίρα μάζας m είναι δεμένη από την άκρη νήματος μήκους d και περιστρέφεται σε κατακόρυφο κύκλο κέντρου Κ. Έστω u το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας όταν διέρχεται από το ανώτερο σημείο της τροχιά της.



Αν το σώμα βρίσκεται στην κατώτερη θέση της τροχιάς του και το νήμα κοπεί, το όριο θραύσης του νήματος δίνεται από την σχέση:

(α) $T_{o\rho} = m \bullet \frac{u^2}{d}$, **(β)** $T_{o\rho} = m \bullet (\frac{u^2}{d} - 5g)$, **(γ)** $T_{o\rho} = m \bullet (\frac{u^2}{d} + 5g)$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η οριζόντια βολή του σώματος είναι παραβολικής τροχιάς, διότι στον οριζόντιο άξονα το σώμα δεν δέχεται καμία οριζόντια δύναμη και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση: $x = u_0 \cdot t$,άρα: $t = \frac{x}{u_0}$ (1)

Στον κατακόρυφο άξονα στο σώμα ασκείται μόνο η δύναμη του βάρους του με συνέπεια να εκτελεί ελεύθερη πτώση:

$y = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t^2$ και λόγω της σχέσης (1): $y = \frac{1}{2} \bullet g \bullet \frac{x^2}{u_0^2}$, που αποτελεί εξίσωση παραβολικής τροχιάς.

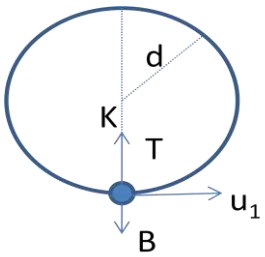
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας για τη σφαίρα, μεταξύ της ανώτερης και κατώτερης θέσης της τροχιά της:

$Εμηχ_{αρχ} = Εμηχ_{τελ}$. Επομένως έχουμε:

$\frac{1}{2} \bullet m \bullet u^2 + m \bullet g \bullet 2d = \frac{1}{2} \bullet m \bullet u_1^2 \rightarrow$

$u_1^2 = u^2 + 4 \bullet g \bullet d$ (1)

Στην κατώτερη θέση η συνισταμένη δύναμη ισούται με την κεντρομόλο δύναμη που ασκείται στο σώμα: $\Sigma F = F_k$, δηλαδή: $T_{o\rho} - mg = m \bullet \frac{u_1^2}{d}$. Λόγω της σχέσης (1):

$$T_{o\rho} = m \bullet \left(\frac{u_1^2}{d} + g\right) = m \bullet \left(\frac{u^2 + 4 \bullet g \bullet d}{d} + g\right)$$

Άρα: $T_{o\rho} = m \bullet \left(\frac{u^2}{d} + 5g\right)$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{m} = 2000\ \mathrm{Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1} = 192 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ από την επιφάνεια της Γης. Να υπολογίσετε:

4.1. Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης, με δεδομένο ότι το δυναμικό είναι μηδέν σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 6

4.2. Την περίοδο περιφοράς T του δορυφόρου.

Μονάδες 7

4.3. Τη μεταβολή της ορμής του δορυφόρου σε χρονικό διάστημα $\Delta\mathrm{t} = \mathrm{T}/2$.

Μονάδες 6

Διαστημικό αντικείμενο μάζας $\mathrm{m_1} = 4000\ \mathrm{Kg}$, έρχεται από το διάστημα και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το δορυφόρο με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 8000\mathrm{m}/s$ και αντίθετης κατεύθυνσης από την κατεύθυνση της ταχύτητας του δορυφόρου.

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος που θα δημιουργηθεί μετά την σύγκρουση. Να εξηγήσετε αν μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα θα παραμείνει ή όχι σε τροχιά σε ύψος $\mathrm{h_1}$ από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 6

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_Γ} = 64 \cdot 10^5\ \mathrm{m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_o} = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Το δυναμικό του πεδίου βαρύτητας της Γης σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$V_1 = -\frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma + h_1} = -\frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1} = -16 \cdot 10^6 \text{ J/Kg}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h_1}} = 4 \cdot 10^3 \text{ m/s} \qquad (\text{μονάδες } 4)$$

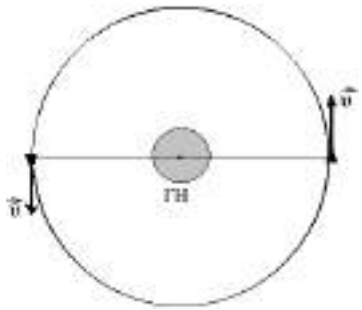
Άρα η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου γύρω από τη Γη σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = \frac{2\pi(R_\Gamma + h_1)}{\upsilon} = 12800\pi \text{ s} \qquad (\text{μονάδες } 3)$$

Μονάδες 7

4.3. Σε χρονικό διάστημα $\Delta t = T/2$, ο δορυφόρος έχει περιστραφεί κατά ένα ημικύκλιο (όπως φαίνεται στο σχήμα), συνεπώς:

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} = m\upsilon - (-m\upsilon) = 2m\upsilon = 16 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$$



Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ο. κατά τη διάρκεια της σύγκρουσης των δύο σωμάτων έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m\upsilon + (-m_1\upsilon_1) = (m + m_1)V \Rightarrow V = \frac{m\upsilon - m_1\upsilon_1}{m + m_1} \Rightarrow V = -4 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad (\text{μονάδες } 3)$$

Το συσσωμάτωμα θα παραμείνει σε τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης γιατί όπως βλέπουμε από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$, που αποδείξαμε προηγουμένως, η ταχύτητα ενός δορυφόρου εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο της Γης. Συνεπώς, αφού υπολογίσαμε ότι τα μέτρα των ταχυτήτων υ και V του δορυφόρου και του συσσωματώματος αντίστοιχα είναι ίσα, το συσσωμάτωμα θα εκτελεί κυκλική τροχιά σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης, με αντίθετη φορά όμως περιστροφής από αυτήν του δορυφόρου. (μονάδες 3)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Διαθέτουμε μια θερμική μηχανή (1), η οποία έχει συντελεστή απόδοσης e_1. Κατά τη λειτουργία της θερμικής μηχανής (1) προσφέρουμε σ' αυτή θερμότητα Q_{h1}, οπότε το ωφέλιμο έργο που αυτή παράγει είναι W_1.

Μια δεύτερη θερμική μηχανή (2) έχει συντελεστή απόδοσης e_2. Κατά τη λειτουργία της θερμικής μηχανής (2) προσφέρουμε σ' αυτή θερμότητα διπλάσια απ' αυτή που προσφέραμε στη μηχανή (1) και τότε αυτή παράγει τετραπλάσιο ωφέλιμο έργο, απ' αυτό που παράγει η μηχανή (1). Για τους συντελεστές απόδοσης e_1 και e_2 των δύο θερμικών μηχανών ισχύει:

(α) $e_2 = 2 \cdot e_1$, **(β)** $e_2 = e_1$, **(γ)** $e_2 = \frac{e_1}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Αρνητικά φορτισμένο σωμάτιο αφήνεται να κινηθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μεγάλης έκτασης. Η κατεύθυνση της κίνησης του:

(α) Συμπίπτει με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

(β) Είναι αντίθετη με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

(γ) Είναι κάθετη με την κατεύθυνση των δυναμικών γραμμών

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η απόδοση της θερμικής μηχανής (1) είναι:

$$e_1 = \frac{W_1}{Q_{h1}} \ (1)$$

Η απόδοση της θερμικής μηχανής (2) είναι:

$$e_2 = \frac{W_2}{Q_{h2}} = \frac{4 \cdot W_1}{2 \cdot Q_{h1}} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boldsymbol{e_2 = 2 \cdot e_1}$$

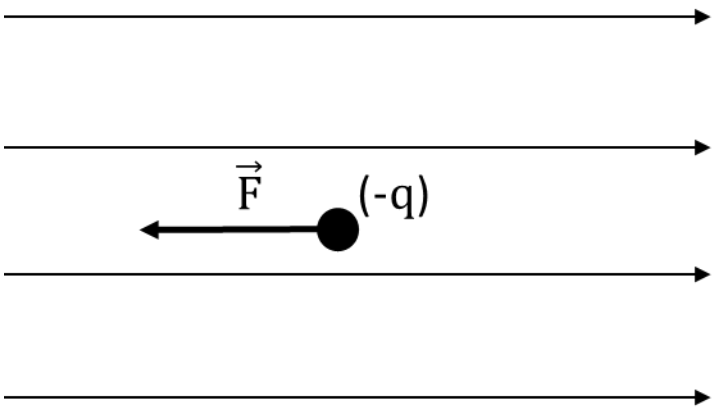
Μονάδες 4+4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 3

Το σωμάτιο αφήνεται να κινηθεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, άρα δέχεται σταθερή δύναμη με διεύθυνση παράλληλη προς τις δυναμικές γραμμές και φορά αντίθετη από αυτές, καθώς το φορτίο του είναι αρνητικό $\left(\vec{F} = -q\vec{E}\right)$.

Μονάδες 4

Άρα η κατεύθυνση της κίνησής του θα είναι αντίθετη της κατεύθυνσης των δυναμικών γραμμών.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα μάζας m κινείται στον οριζόντιο άξονα x΄x με ταχύτητα μέτρου υ προς τα δεξιά. Ενα άλλο σώμα μάζας $4m$ που κινείται στον ίδιο άξονα με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/2$ προς τα αριστερά, συγκρούεται πλαστικά με το πρώτο.

Αμέσως μετά τη σύγκρουση το συσσωμάτωμα κινείται:

(α) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/10$ προς τα δεξιά.

(β) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/5$ προς τα αριστερά.

(γ) με ταχύτητα μέτρου $\upsilon/4$ προς τα αριστερά.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας μαθητής ισχυρίζεται ότι μπορεί να κατασκευάσει μια θερμική μηχανή η οποία λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $T_c = 300\ \text{K}$ και $T_h = 600\ \text{K}$. Ο μαθητής ισχυρίζεται επίσης ότι το έργο το οποίο μπορεί να αποδώσει η μηχανή σε ένα κύκλο έχει τιμή τριπλάσια από την τιμή του Q_c.

Πιστεύετε, ότι είναι δυνατόν να κατασκευαστεί μια θερμική μηχανή με τα παραπάνω χαρακτηριστικά;

(α) Ναι, μπορεί να κατασκευαστεί.

(β) Όχι, δεν μπορεί να κατασκευαστεί.

(γ) Δεν επαρκούν τα δεδομένα για ν' απαντήσουμε.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Επιλέγουμε θετική φορά προς τα δεξιά. Κατά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot \upsilon - 4 \cdot m \cdot \frac{\upsilon}{2} = 5 \cdot m \cdot V \Rightarrow \upsilon - 2 \cdot \upsilon = 5 \cdot V$$

$$\Rightarrow -\upsilon = 5 \cdot V \Rightarrow \boldsymbol{V = -\frac{\upsilon}{5}}$$

Άρα αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα κινείται με ταχύτητα **μέτρου $\boldsymbol{\upsilon/5}$ προς τ' αριστερά**.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αν η εξιδανικευμένη, υποθετική μηχανή Carnot, λειτουργούσε μεταξύ των δεδομένων θερμοκρασιών $T_c = 300\ \text{K}$ και $T_h = 600\ \text{K}$ θα είχε απόδοση:

$$e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300\ \text{K}}{600\ \text{K}} \Rightarrow \boldsymbol{e_c = 0,5}\ (1)$$

Μονάδες 2

Σύμφωνα με τον μαθητή:

$$W = 3 \cdot |Q_c|\ (2)$$

και

$$W = Q_h - |Q_c| \overset{(2)}{\Longrightarrow} 3 \cdot |Q_c| = Q_h - |Q_c| \Rightarrow Q_h = 4 \cdot |Q_c|\ \ (3)$$

Άρα ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής προκύπτει:

$$e = \frac{W}{Q_h} \overset{(2),(3)}{\Longrightarrow} e = \frac{3 \cdot |Q_c|}{4 \cdot |Q_c|} \Rightarrow \boldsymbol{e = 0,75}\ (4)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι $\boldsymbol{e > e_c}$**.**

Το αποτέλεσμα αντίκειται στο θεώρημα Carnot σύμφωνα με το οποίο: *Δεν μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή, η οποία να λειτουργεί ανάμεσα σε δύο θερμοκρασίες και να έχει μεγαλύτερη απόδοση από την μηχανή Carnot, που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.*

Άρα **δεν μπορεί** να κατασκευαστεί η μηχανή που προτείνει ο μαθητής.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 $(m_1 > m_2)$ βρίσκονται ακίνητοι σε μια οριζόντια πίστα πάγου, ο ένας απέναντι από τον άλλο, και κάποια στιγμή σπρώχνει ο ένας τον άλλο.

Για τα μέτρα των ορμών (p_1 και p_2) και των ταχυτήτων (υ_1 και υ_2) που θα αποκτήσουν οι παγοδρόμοι θα ισχύει:

(α) $p_1 > p_2$ και $\upsilon_1 = \upsilon_2$, **(β)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 > \upsilon_2$, **(γ)** $p_1 = p_2$ και $\upsilon_1 < \upsilon_2$

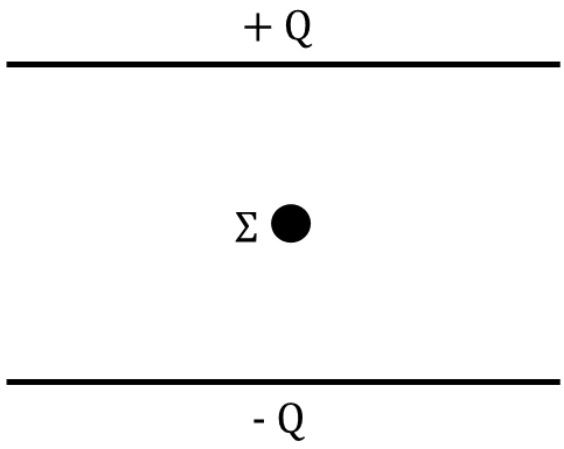
2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η διαφορά δυναμικού V μεταξύ δύο οριζόντιων φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν απόσταση ίση με $d = 4\ \text{cm}$ είναι ίση με $400\ \text{V}$. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ των πλακών, ισορροπεί φορτισμένο σωματίδιο Σ μάζας $m = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{kg}$.



Αν θεωρήσουμε την επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με $10\ \text{m/s}^2$, τότε το φορτίο που φέρει το σωματίδιο είναι ίσο με:

(α) $-4 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$, **(β)** $-2 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$, **(γ)** $2 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Θεωρούμε το σύστημα των 2 παγοδρόμων ως μονωμένο σύστημα σωμάτων, άρα ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2$$

Άρα οι παγοδρόμοι αποκτούν αντίθετες ορμές, οπότε για τα μέτρα τους ισχύει $\boldsymbol{p_1 = p_2}$.

Για την σχέση των ταχυτήτων τους ισχύει:

$$p_1 = p_2 \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2 \xrightarrow{m_1 > m_2} \boldsymbol{\upsilon_1 < \upsilon_2}$$

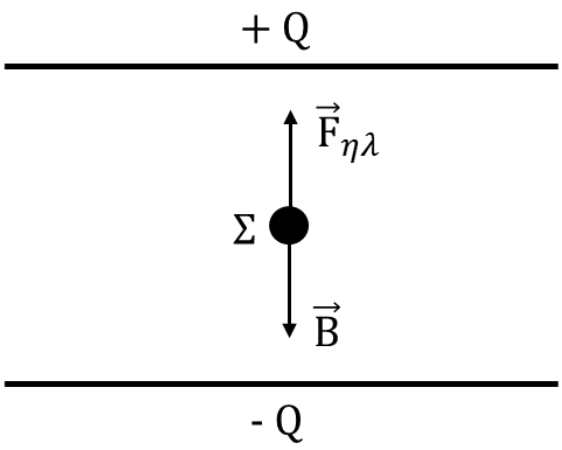
Μονάδες 2Χ4=8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Μονάδες 2

Στο φορτισμένο σωματίδιο Σ ασκούνται 2 δυνάμεις. Το βάρος του και η δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο. Για να ισορροπεί το σωματίδιο οι δυνάμεις πρέπει να είναι αντίθετες. Άρα σύμφωνα με τη φορά της δύναμης, που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτισμένο σωματίδιο, αυτό πρέπει να είναι **αρνητικά φορτισμένο**, καθώς έλκεται από τη θετικά φορτισμένη πλάκα και απωθείται από την αρνητικά φορτισμένη.

Μονάδες 2

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{ηλ} = B \Rightarrow E \cdot |q| = m \cdot g \Rightarrow \frac{V}{d} \cdot |q| = m \cdot g$$

$$\Rightarrow |q| = \frac{m \cdot g \cdot d}{V} \Rightarrow |q| = \frac{2 \cdot 10^{-6}\ \text{Kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}}{400\ \text{V}} \Rightarrow \boldsymbol{|q| = 2.\ 10^{-9}\ \text{C}}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου μεταβαίνει μέσω αντιστρεπτής μεταβολής από όγκο V_0 σε διπλάσιο όγκο. Η μεταβολή αυτή, η οποία οδηγεί στο διπλασιασμό του όγκου, μπορεί να είναι είτε ισόθερμη, είτε ισοβαρής.

(α) Το έργο στην ισόθερμη είναι ίσο με το έργο στην ισοβαρή.

(β) Το έργο στην ισόθερμη είναι μικρότερο από το έργο στην ισοβαρή.

(γ) Το έργο στην ισόθερμη είναι μεγαλύτερο από το έργο στην ισοβαρή.

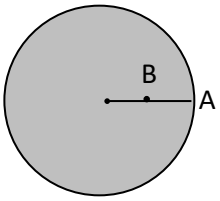
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο δίσκος του σχήματος περιστρέφεται με σταθερή συχνότητα, γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο της σελίδας. Το σημείο Β βρίσκεται στο μέσον μίας ακτίνας του δίσκου ενώ το σημείο Α στην περιφέρεια του δίσκου. Ισχύει:



(α) $T_A < T_B$, **(β)** $v_A = 2v_B$, **(γ)** $\omega_A = 2\omega_B$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

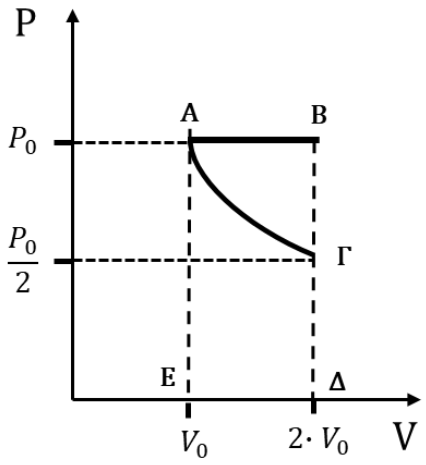
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα διαγράμματα $P-V$ που αντιστοιχούν στην ισοβαρή και στην ισόθερμη μεταβολή φαίνονται παρακάτω:



Μονάδες 4

Για το έργο της ισοβαρούς αντιστρεπτής μεταβολής AB ισχύει:

$$W_{ισοβ.} = Εμβαδόν(ABΔE)$$

Ενώ για το έργο της ισόθερμης αντιστρεπτής μεταβολής $AΓ$ ισχύει:

$$W_{ισοθ.} = Εμβαδόν(AΓΔE)$$

Όπως προκύπτει από το παραπάνω διάγραμμα:

$$Εμβαδόν(AΓΔE) < Εμβαδόν(ABΔE) \Rightarrow \boldsymbol{W_{ισοθ.} < W_{ισοβ.}}$$

Μονάδες 4

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

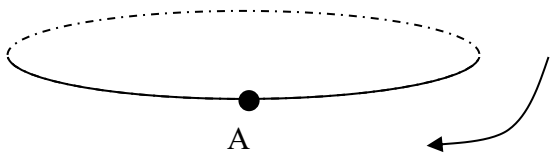
Σύμφωνα με τις εξισώσεις της ομαλής κυκλικής κίνησης έχουμε:

$$\upsilon_A = \frac{2\cdot\pi\cdot R_A}{T_A} \xrightarrow{R_A=2\cdot R_B,\ \ T_A=T_B} \upsilon_A = \frac{2\cdot\pi\cdot 2\cdot R_B}{T_B} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 2\cdot\upsilon_B}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση στην τροχιά που εικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Η κυκλική τροχιά του σχήματος είναι κάθετη στο επίπεδο της σελίδας, και το σώμα περιστρέφεται κατά τη φορά που δείχνει το βέλος.



2.1.Α. Να μεταφέρετε το σχήμα στο τετράδιό σας και να σχεδιάσετε το διάνυσμα της γωνιακής και γραμμικής του ταχύτητας, όταν το σώμα βρίσκεται στο σημείο Α.

Μονάδες 4

2.1.Β. Η διεύθυνση της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο σώμα του σχήματος είναι κάθετη ή όχι στη διεύθυνση της γραμμικής ταχύτητάς τους σε κάθε χρονική στιγμή;

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 6

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου τοποθετείται σε οριζόντιο κυλινδρικό δοχείο που έχει τη μία του βάση ακλόνητη ενώ η άλλη φράσσεται με έμβολο που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και θερμαίνεται ισοβαρώς. Η θερμότητα που μεταβιβάζεται στο αέριο είναι 500 J ενώ η εσωτερική του ενέργεια αυξάνεται κατά 400 J. Στο έμβολο ασκείται δύναμη 2000 N από το αέριο.

Το έμβολο μετατοπίζεται κατά

(α) 5 cm, **(β)** 5 mm, **(γ)** 0,05 cm

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

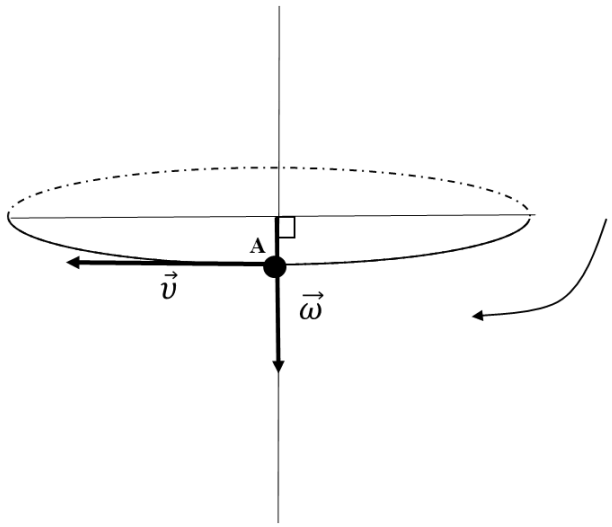
2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.



Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό, ενώ μεταβάλλεται η κατεύθυνσή της, καθώς είναι εφαπτόμενη στην τροχιά σε κάθε σημείο της. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας στην Κ.Ο.Κ. το σώμα δέχεται επιτάχυνση, η οποία έχει την διεύθυνση της ακτίνας της τροχιάς και φορά προς το κέντρο της (κεντρομόλος επιτάχυνση). Άρα η διεύθυνσή της θα είναι συνεχώς κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας.

Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a}_{\kappa}$, οπότε και το διάνυσμα της συνισταμένης δύναμης στην Ο.Κ.Κ., ως ομόρροπο της επιτάχυνσης θα έχει συνεχώς διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση του διανύσματος της γραμμικής ταχύτητας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τον 1ο Θερμοδυναμικό Νόμο:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow 500\ \text{J} = 400\ \text{J} + W \Rightarrow \boldsymbol{W = 100\ \text{J}}$$

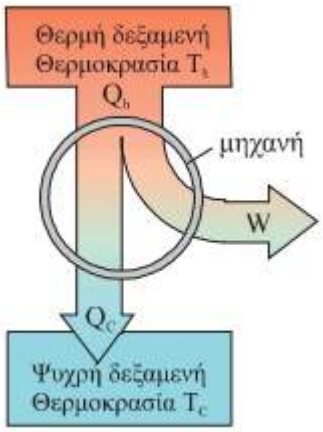
Έχουμε

$$W = 100\ \text{J} \Rightarrow p \cdot \Delta V = 100\ \text{J} \Rightarrow \frac{F}{A}(A \cdot \Delta x) = 100\ \text{J} \Rightarrow\ 2000\ \text{N} \cdot \Delta x = 100\ \text{J} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta x} = \frac{100\ \text{J}}{2000\ \text{N}} = \mathbf{0,05\ m}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία θερμική μηχανή λειτουργεί σύμφωνα με το σχεδιάγραμμα, το οποίο απεικονίζεται στο επόμενο σχήμα. Η θερμή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία T_h και η ψυχρή δεξαμενή βρίσκεται σε θερμοκρασία $T_c < T_h$ με $T_c > 0K$. Αν η θερμική μηχανή απορροφά θερμότητα Q_h από την θερμή δεξαμενή, αποβάλλει θερμότητα Q_c στην ψυχρή δεξαμενή και παράγει έργο W, τότε



(α) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα μεγαλύτερο από το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

(β) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα μικρότερο από το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

(γ) το ποσό θερμότητας Q_h είναι πάντα ίσο με το ποσό θερμότητας $|Q_c|$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο μάζες m_1 και $m_2 = 3m_1$ κινούνται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητες αντίθετης κατεύθυνσης και μέτρου u_1 και $u_2 = 4u_1$ αντίστοιχα. Οι μάζες συγκρούονται μετωπικά και πλαστικά. Η ταχύτητα που αποκτά το συσσωμάτωμα, το οποίο δημιουργείται στην κρούση, έχει μέτρο

(α) $\frac{3u_1}{4}$, **(β)** $\frac{4u_1}{5}$, **(γ)** $\frac{11u_1}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σε μία θερμική μηχανή, ισχύει η αρχή διατήρησης της ενέργειας, δηλαδή το ποσό θερμότητας Q_h που απορροφά το αέριο από την θερμή δεξαμενή είναι ίσο με το άθροισμα του έργου W που παράγει και του ποσού θερμότητας $|Q_c|$ που αποβάλλει στην ψυχρή δεξαμενή . Συνεπώς

$$Q_h = W + |Q_c|$$

Επειδή το έργο είναι πάντα θετικός αριθμός, εύκολα συμπεραίνουμε ότι ισχύει $Q_h > |Q_c|$.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο και κατά την διάρκεια της κρούσης εφαρμόζουμε την διατήρηση της ορμής. Θα θεωρήσουμε ως θετική κατεύθυνση την κατεύθυνση στην οποία κινείται το m_2 και θα συμβολίσουμε με V την ταχύτητα του συσσωματώματος, οπότε έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m_2u_2 - m_1u_1 = (m_1 + m_2)V \Leftrightarrow V = \frac{m_2u_2 - m_1u_1}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow$$

$$V = \frac{3m_1 4u_1 - m_1u_1}{m_1 + 3m_1} = \frac{11m_1u_1}{4m_1} = \frac{11u_1}{4}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η τροχιά που διαγράφει η Γη καθώς κινείται γύρω από τον Ήλιο είναι ελλειπτική και στην μία εστία βρίσκεται ο Ήλιος. Όταν η Γη διέρχεται από το σημείο της τροχιάς της με την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο λέμε ότι βρίσκεται στο περιήλιο, ενώ το σημείο της τροχιάς με την μεγαλύτερη απόσταση από τον Ήλιο λέγεται αφήλιο. Θεωρώντας πως η κίνηση της Γης γίνεται μόνο με την επίδραση της βαρυτικής δύναμης από τον Ήλιο συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας της Γης είναι

(α) μεγαλύτερο στο αφήλιο.

(β) μεγαλύτερο στο περιήλιο.

(γ) ίδιο, τόσο στο περιήλιο όσο και στο αφήλιο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ηλεκτρόνια με απόλυτο φορτίο e, που είναι αρχικά ακίνητα μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, επιταχύνονται μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού V και αποκτούν ταχύτητα u. Η ταχύτητα που θα αποκτήσουν μεταξύ δύο σημείων που έχουν διαφορά δυναμικού $4V$ θα είναι

(α) $2u$, **(β)** $4u$, **(γ)** u

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αφού η Γη κινείται μόνο με την επίδραση της βαρυτικής δύναμης, η μηχανική της ενέργεια κατά μήκος της τροχιάς παραμένει σταθερή, δηλαδή

$$K + U = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{o} \Leftrightarrow \frac{M_\Gamma u^2}{2} - \frac{GM_H M_\Gamma}{r} = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{o}$$

Από την σχέση αυτή προκύπτει ότι όταν μεγαλώνει η απόσταση r, μεγαλώνει και η βαρυτική δυναμική ενέργεια που εκφράζεται με τον όρο $-\frac{GM_H M_\Gamma}{r}$. Κατά συνέπεια, επειδή έχουμε σταθερό άθροισμα στην έκφραση της μηχανικής ενέργειας, ο όρος $\frac{M_\Gamma u^2}{2}$ ο οποίος εκφράζει την κινητική ενέργεια μειώνεται, δηλαδή η ταχύτητα u μειώνεται. Το αντίθετο συμβαίνει όταν η απόσταση της Γης από τον Ήλιο μειώνεται. Επειδή η Γη στο περιήλιο έχει την μικρότερη απόσταση από τον Ήλιο, εκεί θα έχει την μεγαλύτερη ταχύτητα.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Έστω Α το σημείο όπου τα ηλεκτρόνια βρίσκονται με μηδενική ταχύτητα και Β το σημείο με διαφορά δυναμικού V ως προς το Α. Το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητικό, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$$U_A + K_A = U_B + K_B \Leftrightarrow U_A + 0 = U_B + K_B \Leftrightarrow K_B = U_A - U_B \Leftrightarrow K_B = W_{A\to B} \Leftrightarrow$$

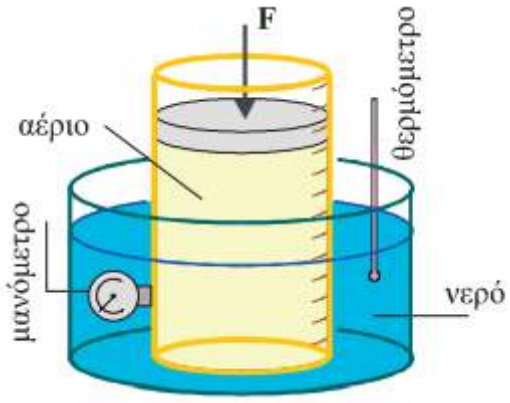
$$\frac{1}{2}mu^2 = eV \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{2eV}{m}}$$

Επειδή η ταχύτητα είναι ανάλογη με την τετραγωνική ρίζα της τάσης, όταν η τάση είναι τετραπλάσια τότε η ταχύτητα θα είναι διπλάσια.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα αερίου βρίσκεται μέσα σε ογκομετρικό δοχείο. Το δοχείο με το αέριο περιβάλλεται από λουτρό με νερό του οποίου η θερμοκρασία διατηρείται σταθερή, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Στο δοχείο υπάρχει προσαρμοσμένο μανόμετρο για τη μέτρηση της πίεσης του αερίου. Ασκώντας κατάλληλη δύναμη διπλασιάζουμε την ένδειξη του μανομέτρου. Τότε



(α) η θερμοκρασία του αερίου θα διπλασιαστεί.

(β) ο όγκος του αερίου θα υποδιπλασιαστεί.

(γ) η εσωτερική ενέργεια του αερίου μειώνεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένας εξωπλανήτης (πλανήτης που δεν ανήκει στο ηλιακό σύστημα) έχει εννεαπλάσια μάζα από αυτήν που έχει η Γη και 4 φορές μεγαλύτερη ακτίνα από την ακτίνα της Γης. Αν η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης είναι $u_\delta = 11{,}2\frac{km}{s}$ πόση είναι η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια αυτού του πλανήτη.

(α) $5{,}6\frac{km}{s}$, **(β)** $11{,}2\frac{km}{s}$, **(γ)** $16{,}8\frac{km}{s}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η μεταβολή στην οποία υπόκειται το αέριο είναι ισόθερμη. Σύμφωνα με τον νόμο του Boyle ο οποίος ισχύει σε ισόθερμη μεταβολή, η πίεση του αερίου είναι αντίστροφα ανάλογη με τον όγκο του. Το μανόμετρο δείχνει την πίεση του αερίου στο δοχείο. Όταν η πίεση διπλασιαστεί, τότε ο όγκος του αερίου θα υποδιπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Γης δίνεται από την σχέση $u_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}}$. Σε έναν πλανήτη με ακτίνα $R = 4R_\Gamma$ και μάζα $M = 9M_\Gamma$ η ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια είναι

$$u_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2G9M_\Gamma}{4R_\Gamma}} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma}} = \frac{3}{2}u_\delta = \frac{3}{2}11{,}2\frac{km}{s} = 16{,}8\frac{km}{s}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ αντίστοιχα, βρίσκονται στο ίδιο μικρό ύψος h από το έδαφος και εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες u_1 και $u_2 = 3u_1$ αντίστοιχα προς αντίθετες κατευθύνσεις. Αν αγνοήσουμε την αντίσταση του αέρα, τότε

(α) το σώμα Α θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(β) το σώμα Β θα φτάσει πρώτο στο έδαφος.

(γ) τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δέσμη ηλεκτρονίων εκτοξεύεται με ταχύτητα u_0 κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και κατά την έξοδο από το πεδίο, η δέσμη έχει απόκλιση $y_{max} = 4cm$. Αν διπλασιάσουμε την ταχύτητα εκτόξευσης της δέσμης στο πεδίο, τότε η απόκλιση στην έξοδο θα είναι

(α) $1cm$, **(β)** $4cm$, **(γ)** $8cm$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην οριζόντια βολή, ο χρόνος πτώσης ενός σώματος από σταθερό ύψος H δίνεται από την σχέση $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, δηλαδή είναι ανεξάρτητος από το μέτρο της ταχύτητας και την μάζα του σώματος. Κατά συνέπεια, τα δύο σώματα θα φτάσουν ταυτόχρονα στο έδαφος.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η απόκλιση των ηλεκτρονίων μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση τροχιάς, η οποία είναι παραβολή. Στην έξοδο η απόκλιση είναι

$$y_{max} = \frac{a}{2u_0^2} x^2$$

Η επιτάχυνση δεν εξαρτάται από την ταχύτητα u_0, οπότε η απόκλιση είναι αντίστροφα ανάλογη με το τετράγωνο της αρχικής ταχύτητας. Όταν η αρχική ταχύτητα διπλασιαστεί, η απόκλιση στην έξοδο θα υποτετραπλασιαστεί και θα γίνει $\frac{4cm}{4} = 1cm$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Μία μπάλα εκτοξεύεται από την ταράτσα ενός κτιρίου, η οποία βρίσκεται σε ύψος $h = 20m$ από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα $u_0 = \frac{20m}{s}$ και κατεύθυνση ένα γειτονικό κτήριο που απέχει $d = 30m$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$. Να υπολογίσετε

4.1. πόσο χρόνο θα χρειαστεί η μπάλα να χτυπήσει το γειτονικό κτήριο.

Μονάδες 6

4.2. πόσο απέχει το σημείο που χτύπησε η μπάλα το απέναντι κτήριο από το έδαφος;

Μονάδες 6

4.3. ποιο είναι το μέτρο της ορμής της όταν συναντάει το απέναντι κτήριο, αν η μπάλα έχει μάζα m=0,5Kg;

Μονάδες 7

4.4. ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, με την οποία πρέπει να βληθεί η μπάλα για να χτυπήσει το κτήριο;

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μπάλα εκτελεί οριζόντια βολή από ύψος $20m$. Όταν θα συναντήσει το γειτονικό κτήριο, η οριζόντια μετατόπισή της θα είναι ίση με την οριζόντια απόσταση των κτηρίων. Χρησιμοποιώντας την σχέση που δίνει την οριζόντια μετατόπιση ενός σώματος στην οριζόντια βολή έχουμε

$$d = u_0 t \Leftrightarrow t = \frac{d}{u_0} = \frac{30m}{20\frac{m}{s}} = 1{,}5s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κατακόρυφη μετατόπιση της μπάλας όταν συναντάει το γειτονικό κτήριο είναι

$$y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10\frac{m}{s^2}(1{,}5s)^2 = 11{,}25m$$

Κατά συνέπεια, το σημείο στο οποίο χτύπησε η μπάλα θα απέχει από το έδαφος απόσταση l, η οποία είναι

$$l = h - y = 20m - 11{,}25m = 8{,}75m$$

Μονάδες 6

4.3. Η ταχύτητα σε κάθε σημείο της τροχιάς είναι εφαπτομενική και προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα της οριζόντιας και της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας. Όταν συναντήσει το γειτονικό κτίριο, το μέτρο της θα είναι

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{u_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{20^2 + (10 \cdot 1{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{400 + 225}\frac{m}{s} = \sqrt{625}\frac{m}{s} = 25\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής της μπάλας εκείνη την στιγμή είναι

$$P = mu = 0{,}5kg \cdot 25\frac{m}{s} = 12{,}5\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

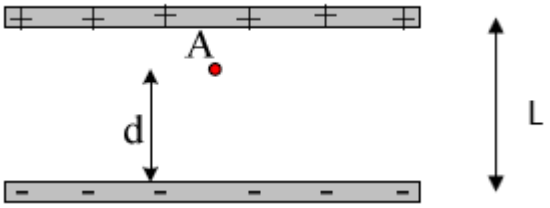
4.4. Η οριζόντια μετατόπιση της μπάλας όταν εκτελεί οριζόντια βολή, είναι ανάλογη με την αρχική ταχύτητα u_0 για δεδομένο ύψος. Κατά συνέπεια, όσο αυξάνουμε την αρχική ταχύτητα, τόσο πιο μεγάλη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση (βεληνεκές) θα έχει η μπάλα. Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα, που πρέπει να έχει η μπάλα είναι αυτή που αντιστοιχεί σε οριζόντια μετατόπιση ίση με την απόσταση των κτηρίων, ώστε το σημείο σύγκρουσης να είναι στην βάση του γειτονικού κτηρίου. Συνεπώς, θα πρέπει το σημείο (d, h) να ανήκει στην τροχιά της μπάλας. Με αντικατάσταση στην εξίσωση τροχιάς έχουμε

$$h = \frac{g}{2u_{0,min}^2}d^2 \Leftrightarrow 2hu_{0,min}^2 = gd^2 \Leftrightarrow u_{0,min} = d\sqrt{\frac{g}{2h}} = 30m\sqrt{\frac{10\frac{m}{s^2}}{40m}} = \frac{30m}{2s} = 15\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που υπάρχει ανάμεσα σε δυο οριζόντιες μεταλλικές πλάκες αμελητέου πάχους, οι οποίες έχουν αντίθετα φορτία $+Q$ και $-Q$ αντίστοιχα, αιωρείται (ισορροπεί) σε σημείο Α σωματίδιο μάζας $m = 1g$ και φορτίου q, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι δύο μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση $L = 2cm$ και έχουν διαφορά δυναμικού $V = 100V$. Αν δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\frac{m}{s^2}$, να βρεθούν



4.1. το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου.

Μονάδες 5

4.2. το πρόσημο και το μέγεθος του φορτίου q.

Μονάδες 6

Με κατάλληλο τρόπο διπλασιάζουμε την διαφορά δυναμικού μεταξύ των μεταλλικών πλακών. Αν η απόσταση του σημείου Α από τον αρνητικό οπλισμό είναι $d = 1{,}5cm$

4.3. να βρεθεί το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να συναντήσει το φορτίο q την μεταλλική πλάκα στην οποία θα φτάσει πρώτα.

Μονάδες 7

4.4. Ποιο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης κατά την κίνηση του φορτίου από το σημείο Α μέχρι την μεταλλική πλάκα, την οποία θα συναντήσει πρώτη.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ομογενές πεδίο μεταξύ των παράλληλων μεταλλικών πλακών, θα έχει ένταση

$$E = \frac{V}{L} = \frac{100V}{2 \cdot 10^{-2}m} = 5 \cdot 10^3 \frac{V}{m}$$

Μονάδες 5

4.2. Το φορτίο ισορροπεί υπό την επίδραση δύο δυνάμεων, της βαρυτικής και της ηλεκτρικής δύναμης, οι οποίες πρέπει να είναι αντίθετες. Συνεπώς το φορτίο έλκεται ηλεκτρικά από τον πάνω οπλισμό, ο οποίος έχει θετικό φορτίο, άρα το σωματίδιο έχει αρνητικό φορτίο. Αν εφαρμόσουμε τον 1ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma \mathrm{F} = 0 \Leftrightarrow F = W \Leftrightarrow E|q| = mg \Leftrightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{10^{-3}kg \cdot 10\frac{m}{s^2}}{5 \cdot 10^3 \frac{V}{m}} = 2 \cdot 10^{-6}C$$

Μονάδες 6

4.3. Από την σχέση $E = \frac{V}{L}$ προκύπτει ότι η ένταση E του πεδίου είναι ανάλογη της διαφοράς δυναμικού V μεταξύ των πλακών. Άρα, όταν διπλασιαστεί η διαφορά δυναμικού, θα διπλασιαστεί η ένταση και, κατά συνέπεια, η ηλεκτρική δύναμη, με αποτέλεσμα το φορτίο να πάψει να ισορροπεί. Αντίθετα, θα αποκτήσει επιτάχυνση, κινούμενο προς την θετική μεταλλική πλάκα. Η επιτάχυνση έχει μέτρο

$$a = \frac{\Sigma \mathrm{F}}{m} = \frac{2E|q| - mg}{m} = \frac{2mg - mg}{m} = g$$

Το σωματίδιο επιταχύνεται ομαλά και για να φτάσει στην θετική μεταλλική πλάκα θα διανύσει απόσταση $s = L - d = 0{,}5cm$. Θα χρειαστεί χρόνο

$$s = \frac{at^2}{2} \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2s}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-2}m}{10\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{\frac{10^{-2}}{10}}s = \frac{0{,}1}{\sqrt{10}}s = \frac{\sqrt{10}}{100}s$$

Μονάδες 7

4.4. Όταν διπλασιαστεί η ένταση του πεδίου θα έχει μέτρο

$$E_1 = 2E = 2 \cdot 5 \cdot 10^3 \frac{V}{m} = 10^4 \frac{V}{m}$$

Από το σημείο Α μέχρι το σημείο συνάντησης, έστω Β, του φορτίου με την θετική μεταλλική πλάκα η διαφορά δυναμικού είναι

$$V_{AB} = E_1 s = 10^4 \frac{V}{m} 0{,}5 \cdot 10^{-2}m = 50V$$

Το έργο της ηλεκτρικής δύναμης από το Α στο Β είναι

$$W_{A \to B} = |q|V_{AB} = 2 \cdot 10^{-6}\, C \cdot 50V = 10^{-4}J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Η Ιώ και η Ευρώπη είναι τα δύο πιο κοντινά φεγγάρια του πλανήτη Δία. Η Ιώ περιστρέφεται σε κυκλική τροχιά ακτίνας $R_{I\omega} = 432 \cdot 10^3 \text{ km}$ γύρω από τον Δία σε 1,57 ημέρες. Αντίστοιχα, η ακτίνα περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία, είναι $R_{Eu} = 675 \cdot 10^3 \text{ km}$. Δίνεται $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg.s^2}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα περιστροφής της Ιούς γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.2. Την μάζα του πλανήτη Δία.

Μονάδες 6

4.3.Την περίοδο περιστροφής της Ευρώπης γύρω από τον Δία.

Μονάδες 6

4.4.Την ταχύτητα διαφυγής ενός σώματος από την επιφάνεια της Ιούς, αν η ακτίνα της είναι $r_I = 1800 \text{ km}$ και η μάζα της $m_I = 9 \cdot 10^{22} \text{ kg}$. Δίνεται $\sqrt{6{,}67} = 2{,}58$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα u κατά την περιστροφή ενός σώματος προκύπτει από την συνθήκη για την κυκλική κίνηση:

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_K$$

Η μόνη δύναμη που ασκείται στον δορυφόρο Ιώ του Δία, είναι η βαρυτική έλξη, οπότε:

$$F_{βαρ} = F_κ \Leftrightarrow G\frac{M_\Delta \cdot m_I}{R_I^2} = \frac{m_I \cdot u_I^2}{R_I} \Leftrightarrow u_I = \sqrt{G\frac{M_\Delta}{R_I}} \qquad (1)$$

$$u_I = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}59 \cdot 10^{27}}{432 \cdot 10^6}} = 2.10^4 \text{m/s}$$

Μονάδες 6

4.2. Η περίοδος της κυκλικής κίνησης της Ιούς δίνεται από την:

$$T_I = \frac{2\pi R_I}{u_I} \qquad (2)$$

Αντικαθιστώντας στην (2) την (1):

$$T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}} \Leftrightarrow M_\Delta = \frac{4\pi^2 \cdot R_I^3}{G \cdot T^2}$$

όπου : $T_I = 1.57 \text{ days} = 1{,}57 \cdot 86400 \text{ s}$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{m^3}{kg.s^2}$

$R_I = 432 \cdot 10^3 \text{km} = 432 \cdot 10^6 \text{ m}$

και τελικά $M_\Delta = 2{,}59 \cdot 10^{27} \text{kg}$

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίσαμε την περίοδο περιστροφής της Ιούς : $T_I = 2\pi\sqrt{\frac{R_I^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Ομοίως για την Ευρώπη θα είναι : $T_{Eυ} = 2\pi\sqrt{\frac{R_{Eυ}^3}{G \cdot M_\Delta}}$

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη : $\frac{T_I}{T_{Eυ}} = \sqrt{\frac{R_I^3}{R_{Eυ}^3}} \Leftrightarrow \frac{1{,}57}{T_{Eυ}} = \left(\frac{432 \cdot 10^6}{675 \cdot 10^6}\right)^{\frac{3}{2}} = 1{,}95 \text{ days}$

Μονάδες 6

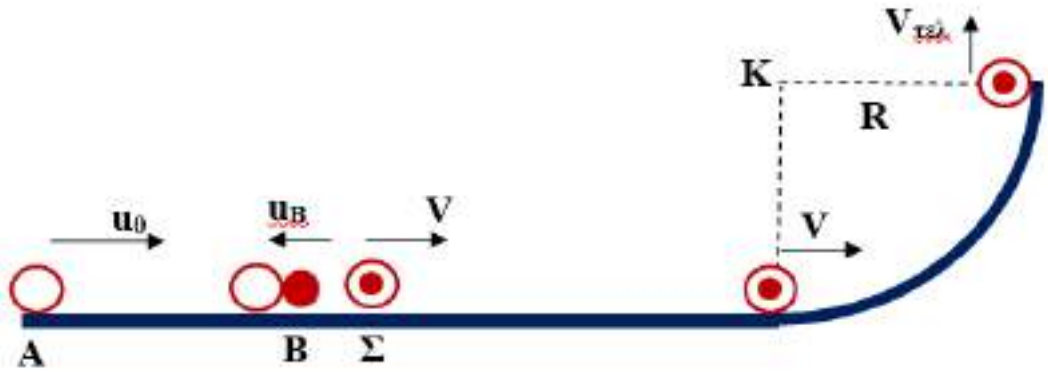
4.4. Για την ταχύτητα διαφυγής από την επιφάνεια της Ιούς, ισχύει:

$$u_{\delta} = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_I}{r_I}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 9 \cdot 10^{22}}{18 \cdot 10^5}} = 2{,}58 \cdot 10^3 = 2{,}58\ \text{km/s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m_A = 5kg$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο. Την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έχει ταχύτητα $u_0 = 10m/s$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$. Δύο δευτερόλεπτα αργότερα συγκρούεται πλαστικά με σώμα Β, μάζας $m_B = 2\ kg$, που κινείται αντίρροπα του Α και έχει τη χρονική στιγμή που γίνεται η κρούση ταχύτητα $u_B = 1m/s$. Το συσσωμάτωμα Σ που προκύπτει, κινείται προς την φορά κίνησης που είχε το σώμα Α, χωρίς τριβές μετά την κρούση. Κάποια στιγμή συναντά τεταρτοκύκλιο, ακτίνας $R = 0{,}2\ m$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Στο υψηλότερο σημείο Δ του τεταρτοκυκλίου έχει ταχύτητα $V_{τελ} = \sqrt{2}\ m/s$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα u_A με την οποία συγκρούεται το σώμα Α με το Β.

Μονάδες 5

4.2. Την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.3. Το έργο τριβής κατά την κίνηση του συσσωματώματος στο τεταρτοκύκλιο.

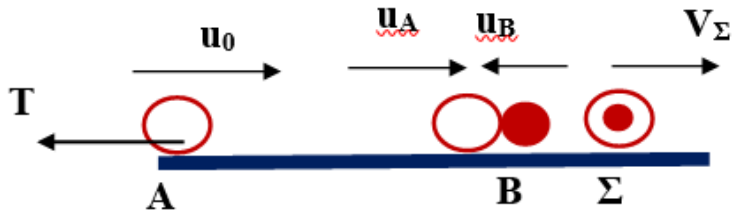
Μονάδες 7

4.4. Την συνολική θερμότητα που παράχθηκε.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα Α κινούμενο με αρχική ταχύτητα $u_0 = 10\,m/s$ στο τραχύ επίπεδο, επιβραδύνει με αποτέλεσμα την στιγμή της κρούσης να έχει ταχύτητα u_A:



$$\vec{u}_A = \vec{u}_0 + \vec{\alpha} \cdot t_1 \qquad (1)$$

όπου η επιβράδυνση α προκύπτει από τον 2ο ν. του Newton:

$$\Sigma\vec{F} = m_A \cdot \vec{\alpha} \qquad (2)$$

Η μόνη δύναμη στο σώμα Α είναι η τριβή, οπότε η (2) γίνεται:

$$-T = m_A \cdot \alpha \Leftrightarrow -\mu \cdot m_A \cdot g = m_A \cdot \alpha \Leftrightarrow \alpha = -0{,}2 \cdot 10\frac{m}{s^2} = -2\frac{m}{s^2} \qquad (3)$$

Η (1) λόγω της (3), γίνεται:

$$u_A = (10 - 2 \cdot 2)m/s = 6\ m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Με ταχύτητα u_A το σώμα Α συγκρούεται με το Β. Η πλαστική κρούση έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία συσσωματώματος Σ. Στην διάρκεια της κρούσης διατηρείται η ορμή:

$$\vec{P}_{πριν} = \vec{P}_{μετ}$$

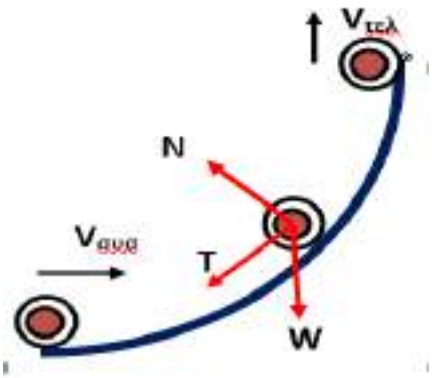
Θέτουμε θετική φορά προς τα δεξιά:

$$m_A u_A - m_B u_B = (m_A + m_B)V_{συσ} \Leftrightarrow V_{συσ} = \frac{m_A u_A - m_B u_B}{m_A + m_B} \Leftrightarrow V_{συσ} = \frac{5 \cdot 6 - 2 \cdot 1}{5 + 2}\ m/s$$

$$\Leftrightarrow V_{συσ} = 4m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Κατά την κίνηση του συσσωματώματος Σ στο τεταρτοκύκλιο εφαρμόζουμε το Θ.Ε.Ε. για το υπολογισμό του έργου της μεταβλητής δύναμης της τριβής:



$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_w + W_N + W_{T2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot m_{\sigma\upsilon\sigma}\cdot V_{\tau\varepsilon\lambda}^2 - \frac{1}{2}\cdot m_{\sigma\upsilon\sigma}\cdot V^2 = -m_{\sigma\upsilon\sigma}\cdot g\cdot R + 0 + W_{T2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot 7\cdot \sqrt{2}^2 - \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 4^2 = -7\cdot 10\cdot 0{,}2 + W_{T2} \Leftrightarrow W_{T2} = -35\ \text{J}$$

Μονάδες 7

4.4. Η συνολική θερμότητα που παράχθηκε προέρχεται από:

1] το έργο τριβής στην ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$W_{T1} = -\mu\cdot m_A\cdot g\cdot x_A \qquad (4)$$

$$x_A = u_0\cdot t_1 - \frac{1}{2}\cdot\alpha\cdot t_1^2 = 10\cdot 2 - \frac{1}{2}2\cdot 2^2 = 16\ \text{m} \qquad (5)$$

Η (4) λόγω της (5):

$$W_{T1} = -0{,}2\cdot 5\cdot 10\cdot 16 = -160\ \text{J}$$

και άρα:

$$Q_1 = |W_{T1}| = 160\ \text{J}$$

2] την εκλυόμενη θερμότητα λόγω της κρούσης:

$$Q_2 = |\Delta K| = \left|K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} - K_{\pi\rho\iota\nu}\right| = \left|\frac{1}{2}\cdot(m_A + m_B)\cdot V_{\sigma\upsilon\sigma}^2 - \frac{1}{2}\cdot m_A\cdot u_A^2 - \frac{1}{2}\cdot m_B\cdot u_B^2\right| = |-35| = 35\ \text{J}$$

3] το έργο τριβής που υπολογίσαμε στο ερώτημα 4.3:

$$Q_3 = |W_{T2}| = 35\ \text{J}$$

Δηλ:

$$Q_{o\lambda} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 160 + 35 + 35 = 230\ \text{J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες A και B μικρών διαστάσεων βρίσκονται πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό και έχουν μάζες $m_A = 1\,\mathrm{g}$ και $m_B = 2\,\mathrm{g}$ αντίστοιχα. Οι σφαίρες φέρουν ηλεκτρικά φορτία $Q_A = 0{,}1\,\mu\mathrm{C}$ και $Q_B = 0{,}2\,\mu\mathrm{C}$. Κρατάμε ακίνητες τις σφαίρες σε απόσταση $x = 2\,\mathrm{cm}$ και κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερη την A ενώ τη B συνεχίζουμε να την κρατάμε ακίνητη.

Να υπολογίσετε:

4.1. Το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας A, μόλις αυτή αφήνεται ελεύθερη.

Μονάδες 5

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας της σφαίρας A, όταν απέχει απόσταση $2x$ από την B.

Μονάδες 7

Επαναφέρουμε τις σφαίρες στην αρχική τους θέση, δηλαδή σε απόσταση x και στη συνέχεια τις αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερες και τις δύο. Τη χρονική στιγμή που αυτές απέχουν απόσταση $2x$ να υπολογίσετε:

4.3. Το μέτρο της επιτάχυνσης της κάθε σφαίρας.

Μονάδες 5

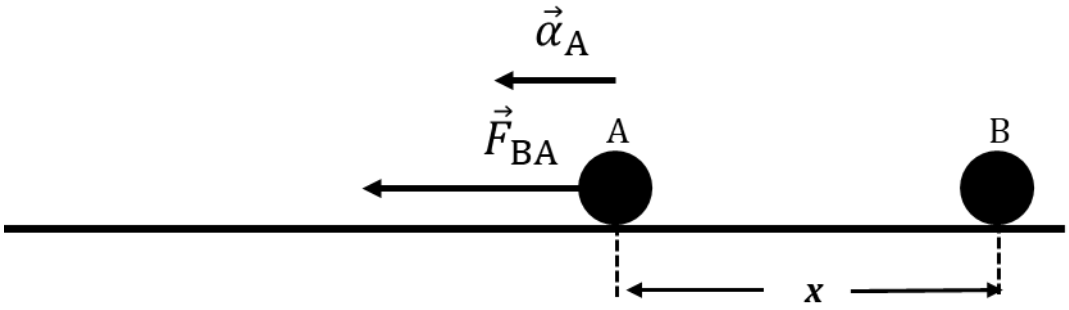
4.4. Το μέτρο της ταχύτητας της κάθε σφαίρας.

Μονάδες 8

Δίνεται $k_c = 9.10^9\,\mathrm{N\cdot m^2/C^2}$. Η αντίσταση του αέρα και οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Υπολογίζουμε το μέτρο της δύναμης Coulomb που δέχεται η φορτισμένη σφαίρα Α από τη φορτισμένη σφαίρα Β:

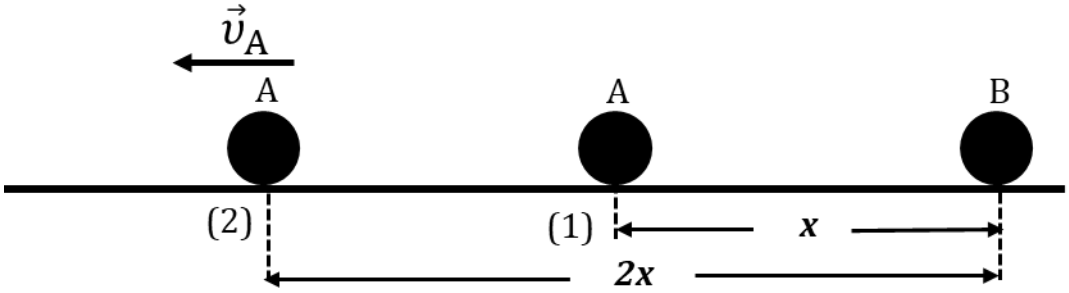
$$F_{BA} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{x^2} = 9.10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-7}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}{(2 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = 0,45\ \text{N}}$$

Υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης της σφαίρας Α εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Νεύτωνα:

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} = \frac{0,45\ \text{N}}{10^{-3}\ kg} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 450\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}$$

Μονάδες 3+2=5

4.2.



Καθώς η δύναμη Coulomb είναι συντηρητική δύναμη, ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας.

Μονάδες 2

Από τη θέση (1) μέχρι τη θέση (2) έχουμε:

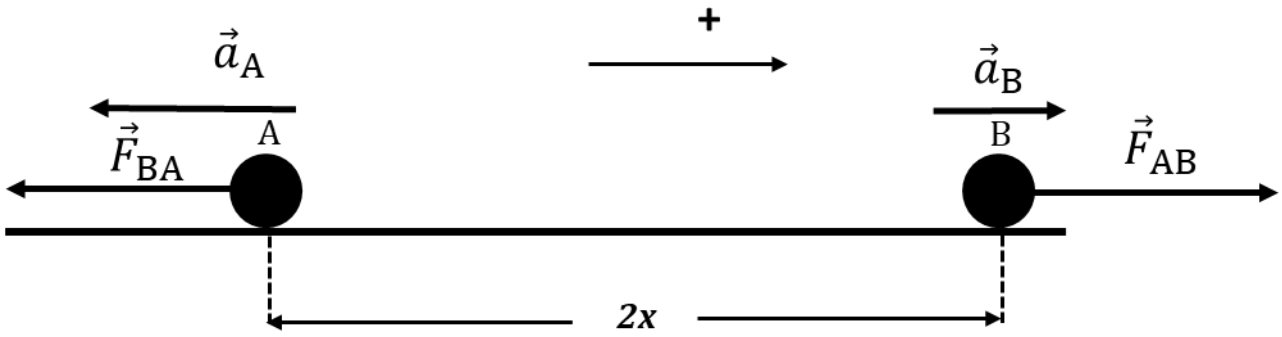
$$E_{MHX_1} = E_{MHX_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow 0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot m_A}}$$

$$\Rightarrow \upsilon_A = \sqrt{9.10^9\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-7}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 3\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 5

4.3.



$$F_{BA} = F_{AB} = k_C \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{(2 \cdot x)^2} = 9.10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-7}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}{(2 \cdot 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2} \Rightarrow \boldsymbol{F_{BA} = F_{AB} = \frac{9}{80}\,\text{N}}$$

$$F_{BA} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{BA}}{m_A} \Rightarrow \boldsymbol{a_A = 112,5\ {}^{m}/_{s^2}}$$

$$F_{AB} = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = \frac{F_{AB}}{m_B} \Rightarrow \boldsymbol{a_B = 56,25\ {}^{m}/_{s^2}}$$

Μονάδες 3+1+1=5

4.4. Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας από τη θέση, όπου τα δύο φορτισμένα σωματίδια απέχουν μεταξύ τους απόσταση x μέχρι την θέση, που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $2x$.

$$E_{MHX_1} = E_{MHX_2} \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow$$

$$0 + k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x} = k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} + \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot v_A^2 + \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot v_B^2 \quad (1)$$

Για το σύστημα των δύο φορτισμένων σωματιδίων ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow 0 = m_B \cdot v_B - m_A \cdot v_A \Rightarrow 0 = 2 \cdot 10^{-3} kg \cdot v_B - 10^{-3} \text{kg} \cdot v_A \Rightarrow$$

$$v_A = 2 \cdot v_B \ (2)$$

Μονάδες 4

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$k_C \frac{q_A \cdot q_B}{2 \cdot x} = \frac{1}{2} v_B^2 \cdot (4 \cdot m_A + m_B) \Rightarrow v_B = \sqrt{k_C \frac{q_A \cdot q_B}{x \cdot (4 \cdot m_A + m_B)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{9.10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \cdot \frac{10^{-7}\ \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ \text{C}}{2 \cdot 10^{-2}\ \text{m} \cdot 6 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}}} \Rightarrow \boldsymbol{v_B = \frac{\sqrt{6}}{2}\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

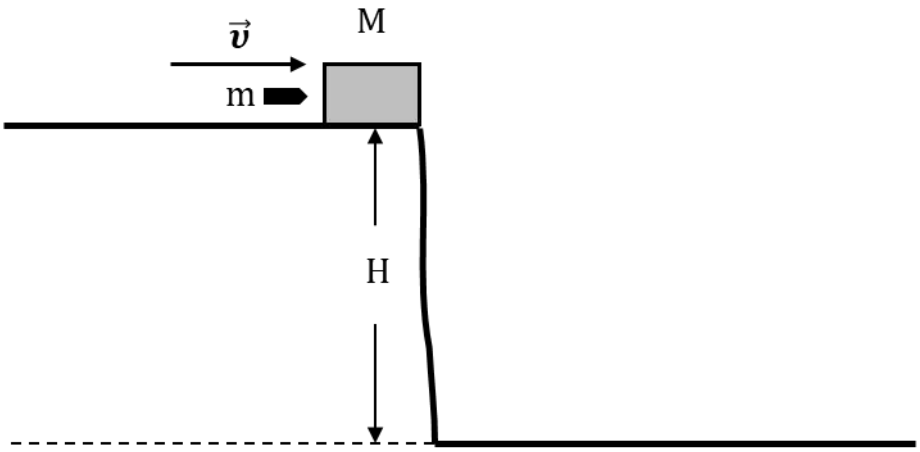
και από τη σχέση (2)

$$\boldsymbol{v_A = \sqrt{6}\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 4

Ένα ξύλινο κιβώτιο μάζας $M = 1{,}95\ \text{kg}$ βρίσκεται ακίνητο στην άκρη κατακόρυφης χαράδρας, η οποία βρίσκεται σε ύψος $H = 45\ \text{m}$, πάνω από την επιφάνεια της θάλασσας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Βλήμα μάζας $m = 50\ \text{g}$, που κινείται με οριζόντια ταχύτητα $\upsilon = 100\ ^{\text{m}}/_{\text{s}}$, συγκρούεται με το ακίνητο κιβώτιο και σφηνώνεται σ' αυτό. Στη συνέχεια, το συσσωμάτωμα κιβώτιο-βλήμα που δημιουργείται, αμέσως μετά την κρούση εκτελεί οριζόντια βολή και καταλήγει στη θάλασσα.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα V_{Σ} του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος κιβώτιο-βλήμα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 7

4.3. Τη χρονική διάρκεια της καθόδου του συσσωματώματος, μέχρις αυτό να φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

4.4. Την οριζόντια απόσταση s, που θα διανύσει το συσσωμάτωμα (βεληνεκές), μέχρις ότου φτάσει στην επιφάνεια της θάλασσας.

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ ^{\text{m}}/_{\text{s}^2}$ και ότι κατά την κίνηση του συσσωματώματος κιβώτιο-βλήμα θεωρούμε την αντίσταση από τον αέρα μηδενική.

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Για το σύστημα βλήμα-κιβώτιο ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot V_{\Sigma}$$

$$\Rightarrow 0{,}05\ \text{kg} \cdot 100\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} = (0{,}05\ \text{kg} + 1{,}95\ \text{kg}) \cdot V_{\Sigma}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{V_{\Sigma} = 2{,}5\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 6

4.2.

Υπολογισμός της απώλειας Κινητικής Ενέργειας κατά την κρούση:

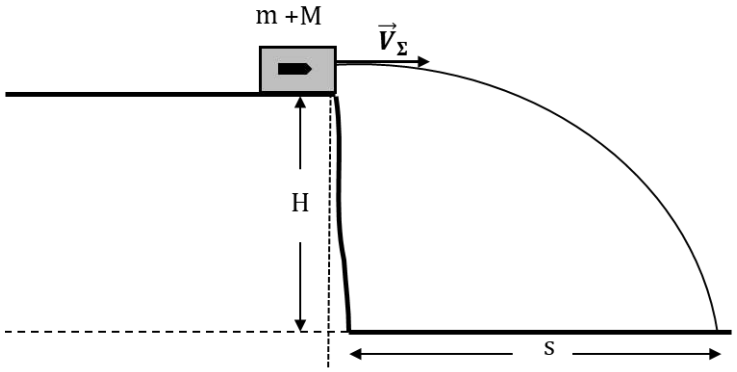
$$\Delta K = \left|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}\right| = \left|\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V_{\Sigma}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2\right|$$

$$\Rightarrow \Delta K = \left|\frac{1}{2} \cdot 2\ \text{kg} \cdot (2{,}5\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}05\ \text{kg} \cdot (100\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2\right|$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\Delta K = 243{,}75\ \text{J}}$$

Μονάδες 7

4.3.



Υπολογισμός της χρονικής διάρκειας καθόδου:

Καθώς η οριζόντια βολή είναι αποτέλεσμα της σύνθεσης 2 κινήσεων, μιας ελεύθερης πτώσης στον κατακόρυφο άξονα yy' και μιας ευθύγραμμης ομαλής στον οριζόντιο άξονα xx', οι οποίες εκτελούνται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα η μια από την άλλη (αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων), για τον υπολογισμό της χρονικής διάρκειας καθόδου έχουμε:

$$H = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45\ \text{m}}{10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 3\ \text{s}}$$

Μονάδες 6

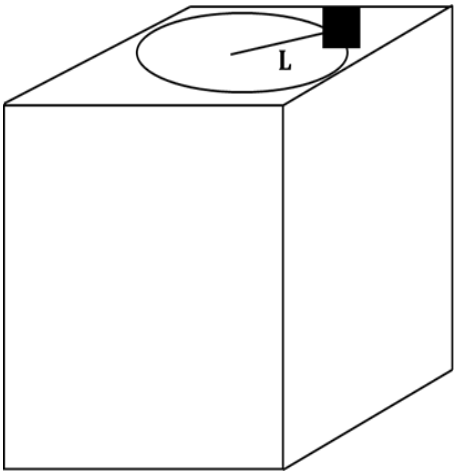
4.4. Για τον υπολογισμό του βεληνεκούς χρησιμοποιούμε την εξίσωση θέσης-χρόνου της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης, για την κίνηση στον οριζόντιο άξονα xx' .

$$s = V_{\Sigma} \cdot t \Rightarrow s = 2{,}5\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} \cdot 3\ \text{s} \Rightarrow \boldsymbol{s = 7{,}5\ \text{m}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Η ταράτσα ενός κτιρίου βρίσκεται σε ύψος $H = 20\,\text{m}$ από το έδαφος. Ένα κουτί A μάζας $m_1 = 3\,\text{kg}$ είναι δεμένο σε σχοινί μήκους L και κάνει ομαλή κυκλική κίνηση κινούμενο επάνω στην επιφάνεια της ταράτσας. Το κουτί κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\,\text{m/s}$ και κάνει μία πλήρη περιστροφή σε χρονικό διάστημα $0{,}2 \cdot \pi\,\text{s}$. Στην κατάλληλη θέση το σχοινί κόβεται, ώστε το κουτί A αφού ολισθήσει, να συγκρουστεί πλαστικά με ένα άλλο κουτί B μάζας $m_2 = 1\,\text{kg}$ που βρίσκεται στην άκρη της ταράτσας. Αμέσως μετά την σύγκρουση το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0.



4.1. Να υπολογίσετε το μήκος του σχοινιού με το οποίο είναι δεμένο το κουτί A.

Μονάδες 4

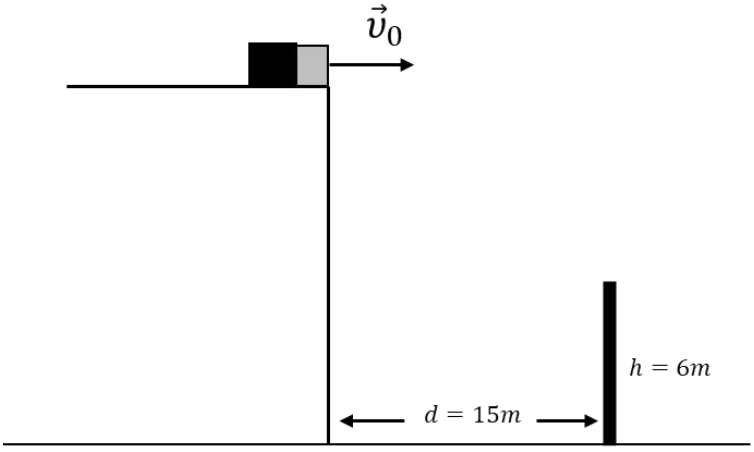
4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει την ταράτσα, καθώς και πόσο μακριά από την βάση του κτιρίου, το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος .

Μονάδες 8

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (μέτρο και κατεύθυνση).

Μονάδες 6

4.4. Έστω ότι σε απόσταση $d = 15\,\text{m}$ από την βάση του κτιρίου βρίσκεται στύλος ύψους $h = 6\,\text{m}$. Ο στύλος βρίσκεται στο ίδιο επίπεδο με την τροχιά του συσσωματώματος. Να αιτιολογήσετε αν το συσσωμάτωμα θα χτυπήσει στο στύλο ή αν θα περάσει πάνω από αυτόν.



Μονάδες 7

Να θεωρήσετε την αντίσταση του αέρα αμελητέα και να αγνοήσετε την τριβή για όλη την κίνηση του κουτιού A επάνω στην ταράτσα.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\,\text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το κουτί A εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κύκλο ακτίνας L. Με βάση τις εξισώσεις της κυκλικής ομαλής κίνησης προκύπτει:

$$\upsilon = \omega \cdot L \Rightarrow \upsilon = \frac{2\pi}{T} \cdot L \Rightarrow L = \frac{T \cdot \upsilon}{2\pi}$$

$$\Rightarrow L = \frac{0{,}2\pi \text{ s} \cdot 20 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{2\pi} \Rightarrow \boldsymbol{L = 2 \text{ m}}$$

Μονάδες 4

4.2. Όταν κόβεται το σχοινί, το κουτί A λόγω αδράνειας, ολισθαίνει επάνω στην ταράτσα κατά την διεύθυνση της εφαπτομένης της κυκλικής τροχιάς και με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20 \text{ m/s}$, με την οποία και συγκρούεται πλαστικά με το κουτί B.

Μονάδα 1

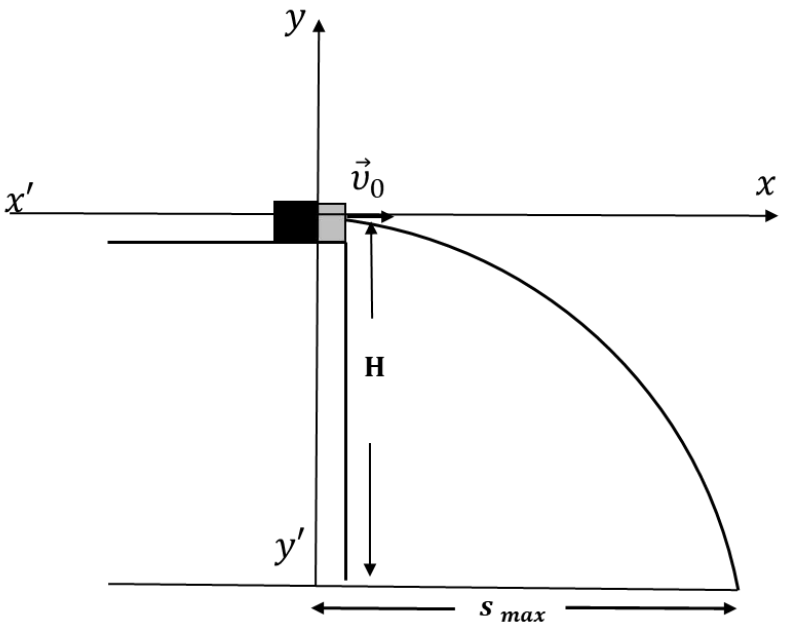
Για τη πλαστική κρούση ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon = (m_1 + m_2) \cdot \upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \upsilon_0 = \frac{3 \text{ kg} \cdot 20 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{4 \text{ kg}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_0 = 15 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 2

Το συσσωμάτωμα, αφού εγκαταλείψει το κτίριο εκτελεί οριζόντια βολή.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή ενώ στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση.

Μονάδα 1

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

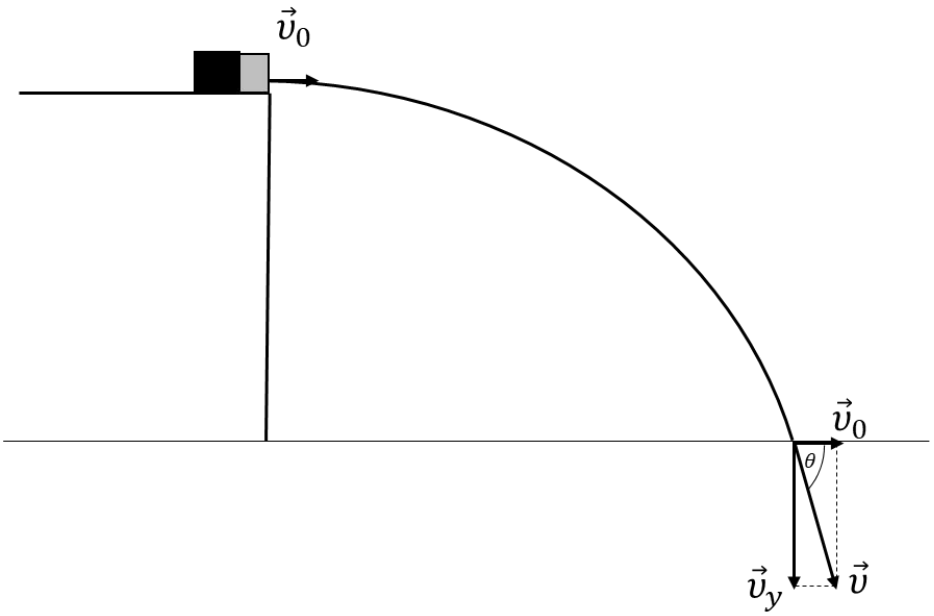
$$H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \text{ m}}{10 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 2 \text{ s}}$$

Επομένως η απόσταση από την βάση του κτιρίου, που το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος (βελησνεκές) είναι:

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow s = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{s_{max} = 30\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 2+2=4

4.3.



Το μέτρο της ταχύτητας με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο έδαφος προκύπτει από την σχέση:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2}$$

$$\boldsymbol{\upsilon_0 = 15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ (1)$$

$$\upsilon_y = g \cdot t \Rightarrow \upsilon_y = 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 2\ \mathrm{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_y = 20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}\ (2)$$

Άρα:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \overset{(1),(2)}{\Longrightarrow} \upsilon = \sqrt{(15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2 + (20\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}})^2} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 25\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}}$$

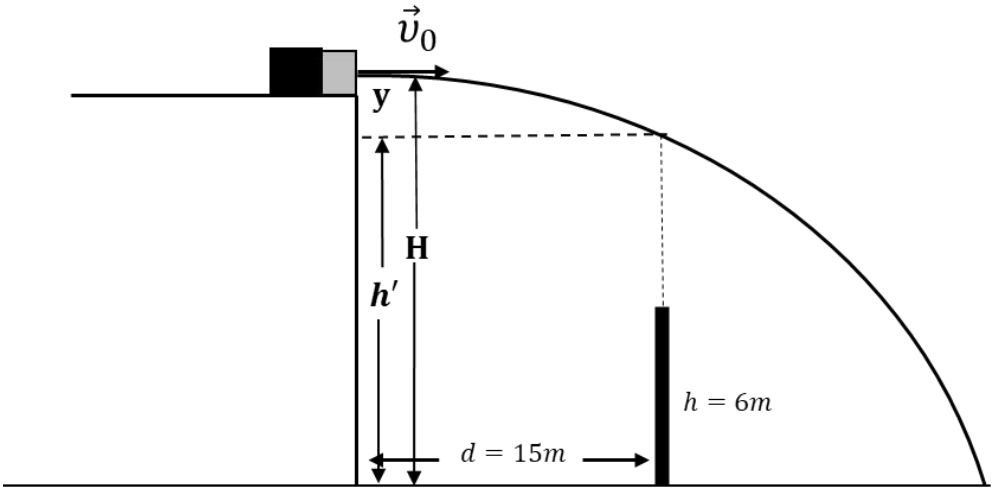
Μονάδες 4

και η διεύθυνση της $\vec{\upsilon}$:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \frac{20\ {}^{m}/_{s}}{15\ {}^{m}/_{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\theta = \frac{4}{3}}$$

Μονάδες 2

4.4.



Το συσσωμάτωμα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά $15\ \mathrm{m}$, την χρονική στιγμή t_1.

$$d = \upsilon_0 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{\upsilon_0} = \frac{15\ \mathrm{m}}{15\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 1\ \mathrm{s}}$$

Μονάδες 3

Την παραπάνω χρονική στιγμή θα έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα προς τα κάτω, από τη θέση που ξεκίνησε, κατά:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot 10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot (1\ \mathrm{s})^2 \Rightarrow \boldsymbol{y = 5\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 3

Άρα απέχει από το έδαφος :

$$h' = H - y = 20\ \mathrm{m} - 5\ \mathrm{m} \Rightarrow \boldsymbol{h' = 15\ \mathrm{m}}$$

Επομένως θα περάσει πάνω από τον στύλο.

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα με μάζες $m_1 = 6\ \text{kg}$ και $m_2 = 4\ \text{kg}$ κινούνται σε οριζόντιο δάπεδο με αντίθετη φορά και συγκρούονται πλαστικά. Τη στιγμή της σύγκρουσης τα μέτρα των ταχυτήτων των σωμάτων ήταν $\upsilon_1 = 20\ \text{m/s}$ και $\upsilon_2 = 10\ \text{m/s}$.

4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. Να βρεθεί η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 5

4.3. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}1\ \text{s}$, να βρεθεί το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκεί το ένα σώμα στο άλλο.

Μονάδες 7

4.4. Να βρεθεί σε πόση απόσταση από το σημείο της κρούσης, θα ακινητοποιηθεί το συσσωμάτωμα μετά την κρούση αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ συσσωματώματος και δαπέδου είναι $\mu = 0{,}32$.

Να θεωρήσετε ότι κατά τη διάρκεια της κρούσης η μετατόπιση του συσσωματώματος είναι αμελητέα.

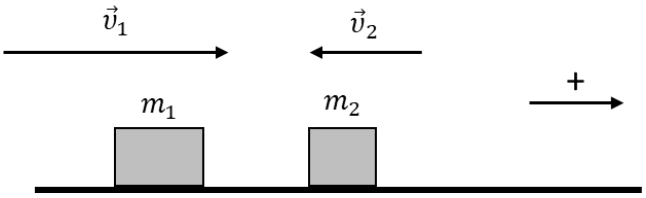
Μονάδες 8

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $g = 10\ \text{m/s}^2$.

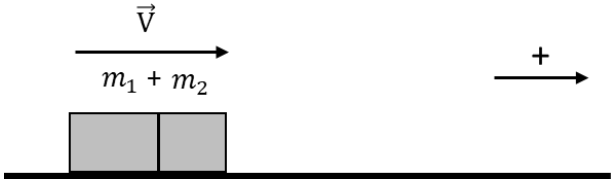
ΘΕΜΑ 4

4.1.

Πριν την κρούση:



Μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων:



Ισχύει η Αρχή Διατήρησης Ορμής κατά την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow V = \frac{m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$\upsilon_0 = \frac{6\ \text{kg} \cdot 20\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} - 4\ \text{kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{10\ \text{kg}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

με φορά προς τα δεξιά.

Μονάδες 5

4.2.

Η απώλεια της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 6\ \text{kg} \cdot (20\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 + \frac{1}{2} \cdot 4\ \text{kg} \cdot (10\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 10\ \text{kg} \cdot (8\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{K_{απ.} = 1080\ \text{J}}$$

Μονάδες 5

4.3.

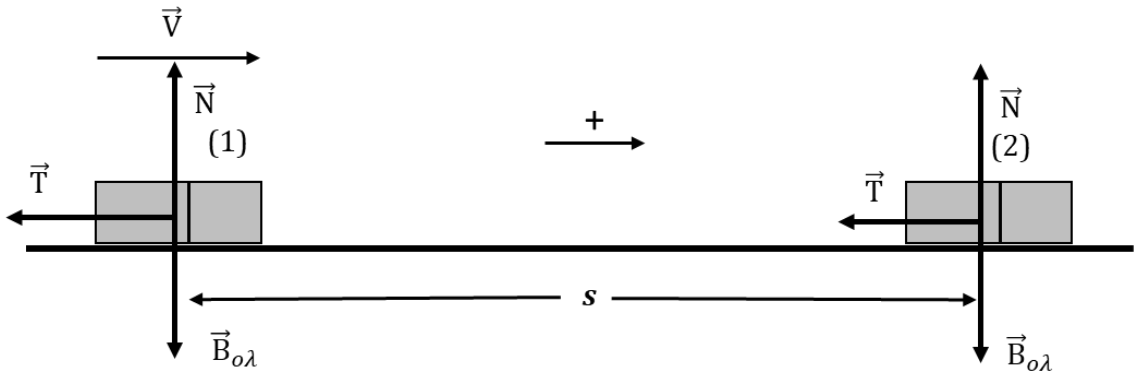
Για την αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων κατά την διάρκεια της κρούσης ισχύει ο 3^{ος} νόμος του Νεύτωνα (Δράσης-Αντίδρασης):

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t}\right| = \left|\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t}\right| \Rightarrow$$

$$|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \left|\frac{6\ \text{kg} \cdot 8\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}} - 6\ \text{kg} \cdot 20\ {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{0{,}1\ \text{s}}\right| \Rightarrow \boldsymbol{|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = 720\ \text{N}}$$

Μονάδες 7

4.4.



Μονάδες 3

Έχουμε

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N - B_{o\lambda} = 0 \Rightarrow N = m_{o\lambda} \cdot g \Rightarrow$$
$$N = 10\ \text{Kg} \cdot 10\ {}^{\text{m}}/_{s^2} \Rightarrow \boldsymbol{N = 100\ \text{N}}\ (1)$$

Αλλά

$$T = \mu \cdot N \overset{(1)}{\Rightarrow} T = 0{,}32 \cdot 100\ \text{N} \Rightarrow \boldsymbol{T = 32\ \text{N}}$$

Μονάδες 2

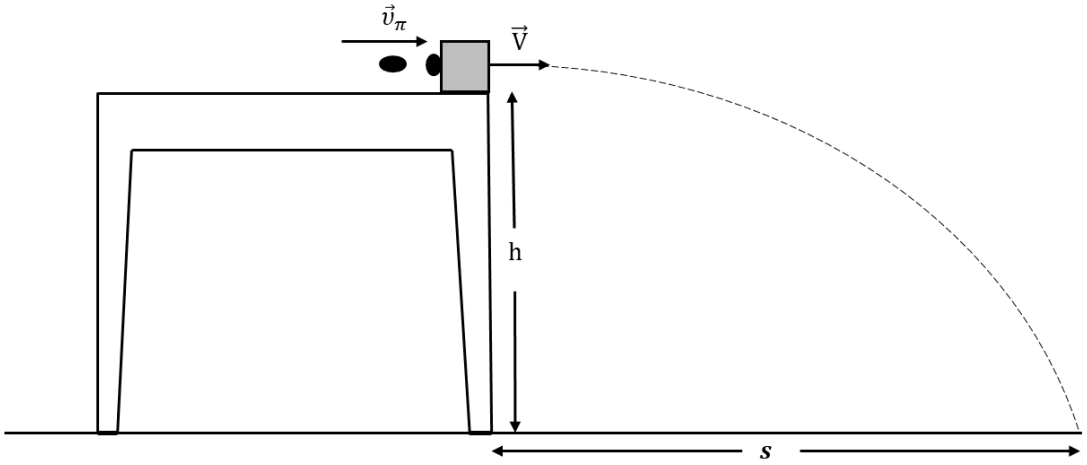
Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας από τη θέση (1), αμέσως μετά την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων, μέχρι τη θέση (2), όπου το συσσωμάτωμα σταματά.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda.} - K_{\alpha\rho\chi.} = W_{o\lambda} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 = -T \cdot s \Rightarrow$$
$$-\frac{1}{2} \cdot 10\ \text{kg} \cdot (8\ {}^{\text{m}}/_{\text{S}})^2 = -\ 32\ \text{N} \cdot s \Rightarrow \boldsymbol{s = 10\ \text{m}}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4

Ένας μικρός ξύλινος κύβος μάζας $M = 30\,\text{g}$ ηρεμεί αρχικά στο άκρο A του πάγκου του σχολικού εργαστηρίου, που έχει ύψος $h = 0{,}8\,\text{m}$ από το οριζόντιο δάπεδο. Εκτοξεύουμε ένα κομμάτι πλαστελίνης μάζας $m = 10\,\text{g}$, έτσι ώστε να συγκρουστεί με οριζόντια ταχύτητα υ_π με τον ξύλινο κύβο. Η κρούση είναι πλαστική και αμέσως μετά το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Το συσσωμάτωμα έπεσε στο πάτωμα σε οριζόντια απόσταση $s = 0{,}8\,\text{m}$ από το σημείο βολής.



4.1. Να υπολογίσετε την οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Ποια η ταχύτητα υ_π με την οποία συγκρούστηκε η πλαστελίνη με το ξύλινο σώμα;

Μονάδες 5

4.3. Να υπολογίσετε την απώλεια κινητικής ενέργειας για το σύστημα λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Ένας συμμαθητής σας ισχυρίζεται, πως «είδε» ότι το συσσωμάτωμα έπεσε υπό γωνία $\varphi = 45^{\,0}$ ως προς το πάτωμα. Όμως είναι πολύ δύσκολο να μετρηθεί η γωνία αυτή με απλή παρατήρηση, ώστε να ελεγχθεί ο ισχυρισμός του μαθητή. Με τα δεδομένα που έχετε και τα αποτελέσματα, πού έχουν προκύψει από τα προηγούμενα ερωτήματα, να κάνετε τους σχετικούς υπολογισμούς για να ελέγξετε τον παραπάνω ισχυρισμό. Ποιό από τα επόμενα συμπεράσματα είναι αυτό, στο οποίο πρέπει να καταλήξετε;

Θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

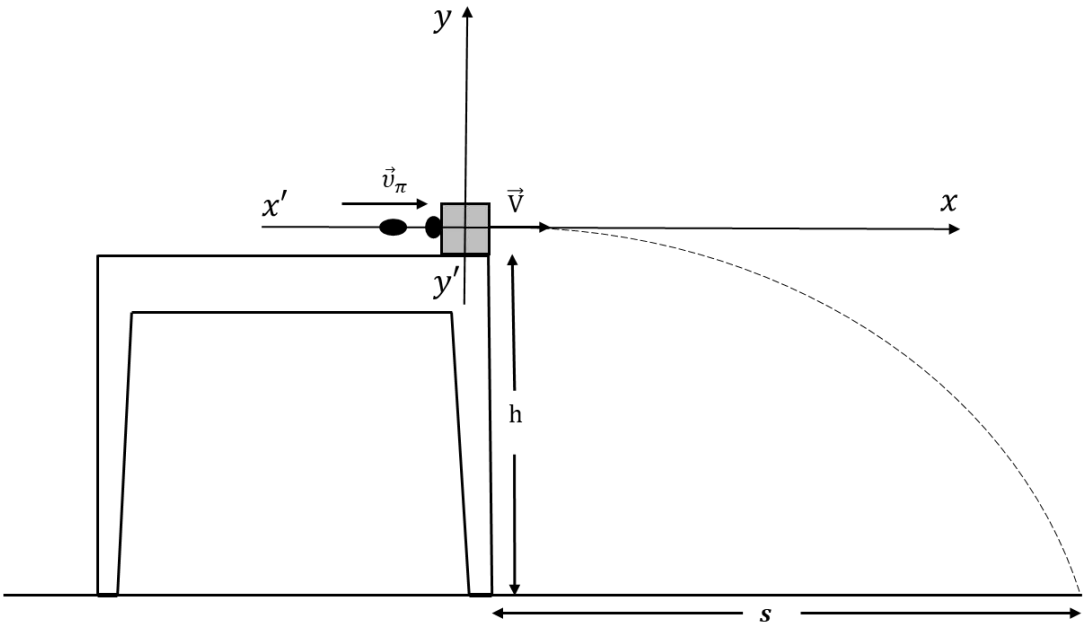
(α) $\varphi = 45^{\,0}$, **(β)** $\varphi < 45^{\,0}$, **(γ)** $\varphi > 45^{\,0}$

Δίνεται: $\varepsilon\varphi 45^0 = 1$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ η κίνηση του συσσωματώματος είναι ευθύγραμμη ομαλή, ενώ στον $y'y$ είναι ελεύθερη πτώση.

Υπολογίζουμε τον χρόνο πτώσης:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8 \text{ m}}{10 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}^2}}} \Rightarrow \boldsymbol{t = 0{,}4 \text{ s}}$$

Οπότε η οριζόντια ταχύτητα V του συσσωματώματος υπολογίζεται:

$$s = V \cdot t \Rightarrow 0{,}8 \text{ m} = V \cdot 0{,}4 \text{ s} \Rightarrow \boldsymbol{V = 2 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει για την πλαστική κρούση η Αρχή Διατήρησης της Ορμής:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_\pi = (m_1 + m_2) \cdot V \Rightarrow \upsilon_\pi = \frac{(m_1 + m_2) \cdot V}{m_1} \Rightarrow$$

$$V = \frac{40 \text{ g} \cdot 2 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}{10 \text{ g}} \Rightarrow \boldsymbol{V = 8 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}}}$$

Μονάδες 5

4.3. Η απώλεια κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται:

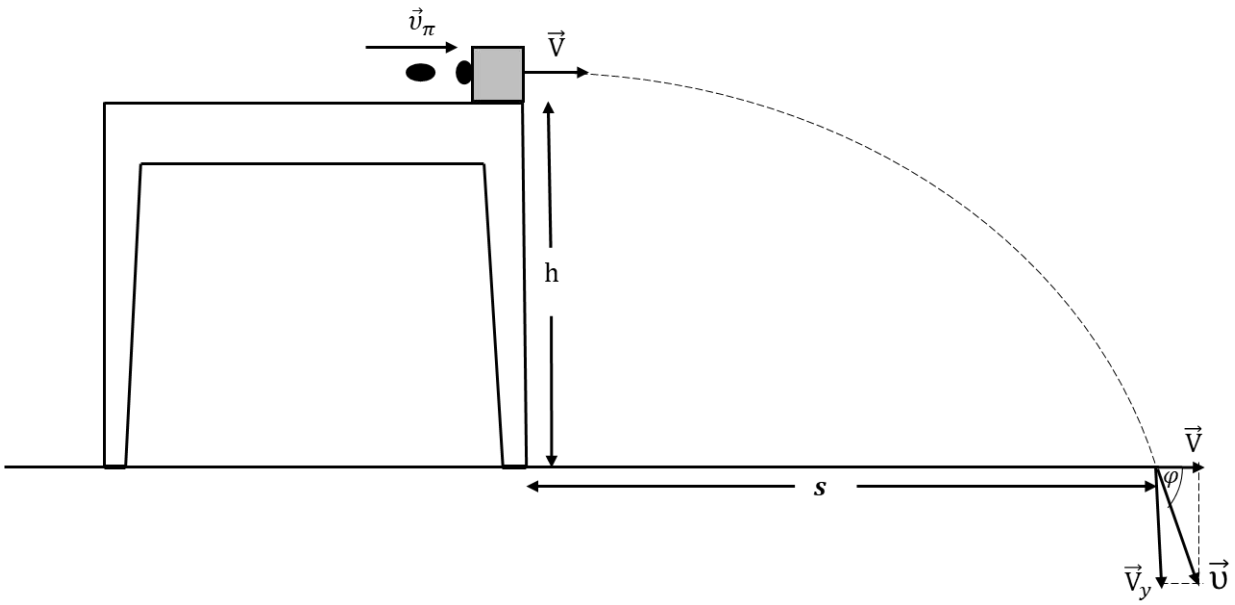
$$K_{απ.} = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ} \Rightarrow K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_\pi^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \cdot V^2 \Rightarrow$$

$$K_{απ.} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (8 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 - \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot (2 \text{ } {}^{\text{m}}/_{\text{s}})^2 \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{K_{απ.} = 0{,}24 \text{ J}}$$

Μονάδες 6

4.4.



Η διεύθυνση της ταχύτητας, με την οποία το συσσωμάτωμα χτυπά στο πάτωμα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ , της οποίας η εφαπτομένη μπορεί να υπολογιστεί από:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{V_y}{V} = \frac{g \cdot t}{V} = \frac{10\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}^2} \cdot 0{,}4\ \mathrm{s}}{2\ {}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon\varphi\varphi = 2 > \varepsilon\varphi 45^0} \quad \boldsymbol{\left(\varepsilon\varphi 45^0 = 1\right)}$$

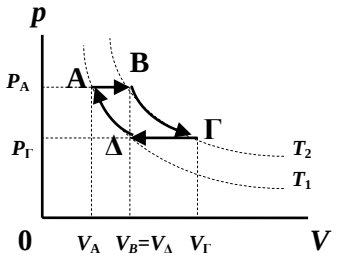
Άρα:

$$\boldsymbol{\varphi > 45^0}$$ **, σωστή απάντηση η (γ)**

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το ιδανικό αέριο μιας θερμικής μηχανής εκτελεί το θερμοδυναμικό κύκλο που φαίνεται στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος και αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο ισοβαρείς μεταβολές. Αν μια μηχανή Carnot λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών T_1, T_2 με τον κύκλο αυτό, θα είχε συντελεστή απόδοσης $e = 0{,}5$.



Αν γνωρίζετε ότι για το αέριο στο δεδομένο κύκλο είναι $V_B = V_\Delta$, όπως φαίνεται και στο σχήμα, τότε ισχύει:

(α) $V_\Gamma = 3V_A$, **(β)** $V_\Gamma = 4V_A$, **(γ)** $V_\Gamma = 6V_A$

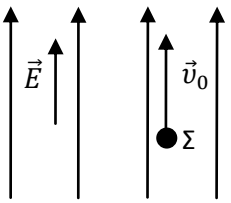
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε σημείο Σ ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, έντασης $\vec{E}$, εκτοξεύεται κάποια στιγμή ηλεκτρόνιο με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ παράλληλη και ομόρροπη με τις δυναμικές γραμμές του πεδίου όπως στο σχήμα. Οι βαρυτικές δυνάμεις και κάθε μορφής αντιστάσεις στη κίνηση του ηλεκτρονίου μπορούν να αγνοηθούν. Το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στο αρχικό σημείο μετά από χρονικό διάστημα Δt_1 από τη στιγμή που εκτοξεύτηκε.



Αν η ένταση του πεδίου ήταν διπλάσια, και το ηλεκτρόνιο εκτοξευόταν με την ίδια αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$, θα επέστρεφε στο αρχικό σημείο εκτόξευσης, μετά από χρονικό διάστημα Δt_2 από τη στιγμή της εκτόξευσης του, για το οποίο ισχύει:

(α) $\Delta t_2 = \Delta t_1$ **(β)** $\Delta t_2 = 2\Delta t_1$ **(γ)** $\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot δίδεται από τη σχέση

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \ \ή\ \ e = 1 - \frac{T_1}{T_2} \quad (1)$$

Μονάδες 1

Από τη σχέση (1) για $e = 0{,}5$ έχουμε $T_2 = 2T_1$ (2)

Μονάδες 2

Για την ισοβαρή μεταβολή $A \to B$ έχουμε

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_2}{T_1} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{V_B}{V_A} = 2 \text{ και τελικά } V_B = 2V_A \ (3)$$

Μονάδες 2

Για την ισοβαρή μεταβολή $\Gamma \to \Delta$ έχουμε

$$\frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = \frac{T_2}{T_1} \overset{(2)}{\Longrightarrow} \frac{V_\Gamma}{V_\Delta} = 2 \overset{V_\Delta = V_B}{\Longrightarrow} \frac{V_\Gamma}{V_B} = 2$$

$$\Rightarrow V_\Gamma = 2V_B \overset{(3)}{\Longrightarrow} V_\Gamma = 4V_A$$

Μονάδες 3

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

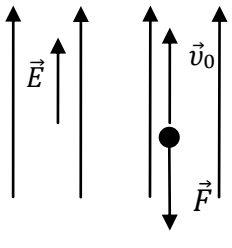
2.2.Β.

Το ηλεκτρόνιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ με φορά αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = -e\vec{E} \Rightarrow m\vec{a}_1 = -e\vec{E} \quad (1)$$

και τελικά για το μέτρο της $\vec{a}_1$ έχουμε

$$\alpha_1 = \frac{eE}{m} = \text{σταθερή} \quad (2)$$



Μ

Μονάδες 3

Επομένως, για το μέτρο της μετατόπισης του ηλεκτρονίου ισχύει

$$\Delta x_1 = \upsilon_o \Delta t_1 - \frac{1}{2}\alpha_1 \Delta t_1^2 \quad (3)$$

Θέτοντας στη σχέση (3) $\Delta x_1 = 0$ έχουμε

$$\Delta t_1 = \frac{2\upsilon_0}{\alpha_1} \text{ (4)}$$

Μονάδες 3

Όταν το ηλεκτρόνιο εκτοξευτεί σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο διπλάσιας έντασης με ανάλογους συλλογισμούς έχουμε

$$\alpha_2 = \frac{-e2E}{m} = 2\alpha_1 = \text{σταθερή (5)}$$

$$\text{και } \Delta t_2 = \frac{2\upsilon_0}{\alpha_2} \text{ (6)}$$

Από τις σχέσεις (4), (5) και (6) έχουμε τελικά

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta t_1}{2}$$

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot είναι $e = 0{,}75$.

Αν διατηρήσουμε σταθερή τη θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής (T_c) της μηχανής, για να μειώσουμε το συντελεστής απόδοσης σε $e' = 0{,}5$ πρέπει:

(α) να αυξήσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 50%

(β) να ελαττώσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 50%

(γ) να αυξήσουμε τη θερμοκρασία (T_h) της θερμής δεξαμενής κατά 75%

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο φορτισμένα σωματίδια, με το ίδιο φορτίο, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα σε απόσταση r και η δυναμική ενέργεια ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης του συστήματος των δύο σωματιδίων είναι U. Αφήνουμε ταυτόχρονα ελεύθερα τα δύο σωματίδια να κινηθούν εξαιτίας των απωστικών δυνάμεων που ασκεί το ένα στο άλλο, χωρίς να παίζουν κάποιο ρόλο οι τριβές ή η βαρυτική δύναμη.

Όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι διπλάσια της αρχικής ($r' = 2 \cdot r$), η κινητική ενέργεια κάθε σωματιδίου είναι K και ισχύει:

(α) $K = U$, **(β)** $K = \frac{U}{4}$, **(γ)** $K = 4U$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot δίδεται από τη σχέση

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} \quad (1)$$

Μονάδες 2

Από τη σχέση (1) για $e = 0{,}75$ έχουμε $T_h = 4T_c$ (2)

και για $e' = 0{,}5$ έχουμε $T_h' = 2T_c$ (3)

Από τις σχέσεις (2 και (3) έχουμε

$$T_h' = \frac{T_h}{2} \quad (4)$$

Μονάδες 3

Επομένως

$$\Pi\% = \frac{\Delta T_h}{T_h} 100\% \quad \text{και τελικά} \quad \Pi\% = -50\%$$

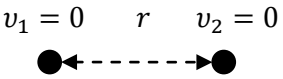
Μονάδες 3

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

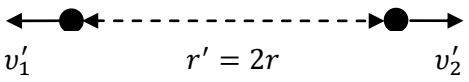
Μονάδες 4

2.2.Β.



Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια είναι

$$U_{\alpha\rho\chi} = k_c \frac{q^2}{r} \quad (1)$$



και η τελική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια είναι

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = k_c \frac{q^2}{r'} \quad \text{ή} \quad U_{\tau\varepsilon\lambda} = k_c \frac{q^2}{2r} \quad \text{και τελικά με τη βοήθεια της σχέσης (1)} \quad U_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{U_{\alpha\rho\chi}}{2} \ (2)$$

Μονάδες 2

Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο, επομένως

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_2\upsilon_2' - m_1\upsilon_1' \xrightarrow{m_1=m_2} \upsilon_2' = \upsilon_1' \ \text{και τελικά} \ K_2' = K_1' = K \ (3)$$

Μονάδες 3

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{(1),(2),(3)} 0 + U_{αρχ} = 2K + \frac{U_{αρχ}}{2}$$

Μονάδες 3

και τελικά $(U_{αρχ} = U)$

$$K = \frac{U}{4}$$

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια είναι φορτισμένα με ηλεκτρικά φορτία Q_1 και Q_2 και συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο μονωτικό οριζόντιο δάπεδο, σε κοντινή σχετικά μεταξύ τους απόσταση ώστε να αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά. Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι $U = -0{,}8\ \text{J}$. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερα και τα δύο φορτία ταυτόχρονα να κινηθούν. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Μια επόμενη χρονική στιγμή, ενώ ακόμη τα φορτία κινούνται ελεύθερα, η δυναμική ενέργεια του συστήματος είναι δυνατόν να έχει γίνει:

(α) $U' = -1{,}2\ \text{J}$, **(β)** $U' = -0{,}4\ \text{J}$, **(γ)** $U' = 0{,}8\ \text{J}$

2.1.Α Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Από ύψος H πάνω από οριζόντιο δάπεδο και σε συγκεκριμένο τόπο, πετάμε μια μικρή σφαίρα, με οριζόντια αρχική ταχύτητα υ_0. Αν οι αντιστάσεις του αέρα αγνοηθούν, η τελική ταχύτητα της σφαίρας όταν φτάνει στο δάπεδο, σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία φ, η οποία είναι:

(α) ανεξάρτητη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(β) εξαρτώμενη από το μέτρο υ_0 της αρχικής ταχύτητας.

(γ) πάντα ίση με 45°.

2.2.Α Να επιλέξετε τι συμπληρώνει σωστά την παραπάνω πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο και οι μεταξύ τους ηλεκτρικές δυνάμεις είναι συντηρητικές επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Rightarrow 0 + U_{αρχ} = K_1 + K_2 + U_{τελ} \quad (1)$$

Μονάδες 4

όπου K_1 και K_2 οι κινητικές ενέργειες των δύο σφαιριδίων.

Από τη σχέση (1) έχουμε

$$U_{αρχ} > U_{τελ} \quad (2)$$

Η πρόταση (α) είναι η μόνη που ικανοποιεί τη συνθήκη (2).

Μονάδες 4

(*Παρατήρηση: Από το αρνητικό πρόσημο της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας συμπεραίνουμε ότι τα σφαιρίδια είναι ετερώνυμα*)

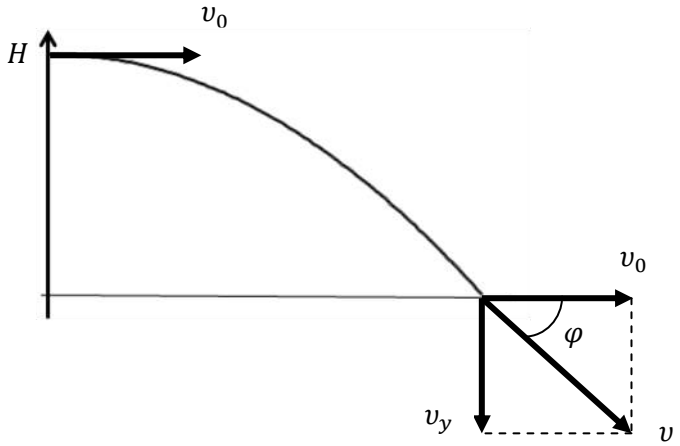
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Στον οριζόντιο άξονα η κίνηση της σφαίρας είναι ευθύγραμμη ομαλή αφού η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος. Στο κατακόρυφο άξονα η σφαίρα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Σύμφωνα με το σχήμα η τελική ταχύτητα $υ$ σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία $φ$, η εφαπτομένη της οποίας δίδεται από τη σχέση



$$εφφ = \frac{υ_y}{υ_0}$$

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο μπάλες Α και Β κινούνται με διαφορετικές ταχύτητες με μέτρα υ_A και υ_B αντίστοιχα στην επιφάνεια ενός λείου οριζόντιου τραπεζιού που βρίσκεται σε ύψος h από το δάπεδο και πέφτουν την ίδια χρονική στιγμή από την άκρη του.

Αν $\upsilon_A > \upsilon_B$ ποια σφαίρα θα φθάσει πρώτη στο έδαφος;

(α) η Α , **(β)** η Β , **(γ)** θα φθάσουν ταυτόχρονα

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

Αν κατακόρυφο δοχείο κλείνεται με έμβολο βάρους B και διατομής A, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές, ενώ περιέχει αέριο σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, τότε η πίεση του αερίου θα εκφράζεται από τη σχέση:

(α) $P_{αεριου} =$ ..... αν το δοχείο είναι κατακόρυφο με τη βάση του προς τα κάτω.

(β) $P_{αεριου} =$ ..... αν το δοχείο είναι κατακόρυφο με τη βάση του προς τα πάνω.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 9

Δίνεται ότι η ατμοσφαιρική πίεση στο χώρο που βρίσκεται το κυλινδρικό δοχείο είναι $Patm$.

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι δύο μπάλες αφού εγκαταλείψουν το τραπέζι εκτελούν οριζόντια βολή. Επομένως, σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης.

Άρα θα φτάσουν στο έδαφος στο ίδιο χρονικό διάστημα Δt:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$ (όπου h το ύψος του τραπεζιού)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

(α) $P_{αεριου} = P_{atm} + \frac{B}{A}$

(β) $P_{αεριου} = P_{atm} - \frac{B}{A}$

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το έμβολο ισορροπεί και στις δύο περιπτώσεις.

<u>Περίπτωση Ι</u>. Η βάση του δοχείου προς τα κάτω.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{αεριου} = F_{atm} + B$$

Και διαιρώντας με το εμβαδόν A έχουμε:

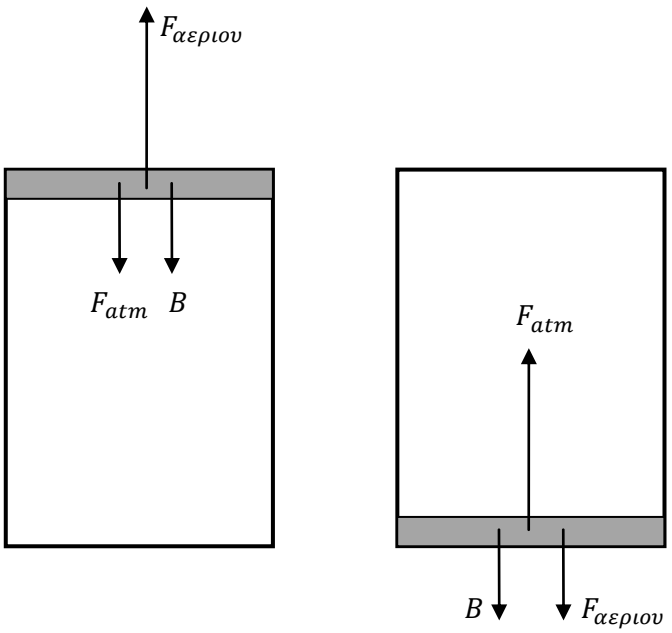
$$P_{αεριου} = P_{atm} + \frac{B}{A}$$

<u>Περίπτωση ΙΙ</u>. Η βάση του δοχείου προς τα πάνω.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F_{atm} = F_{αεριου} + B$$

Και διαιρώντας με το εμβαδόν A έχουμε:

$$P_{αεριου} = P_{atm} - \frac{B}{A}$$



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η άκρη Δ του δείκτη των δευτερολέπτων σε ένα ρολόι εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας του σημείου Δ παραμένει σταθερό.

(α) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και έχει σταθερό μέτρο.

(β) Η επιτάχυνση του Δ δεν είναι μηδέν και δεν έχει σταθερό μέτρο.

(γ) Η επιτάχυνση του Δ είναι μηδέν.

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

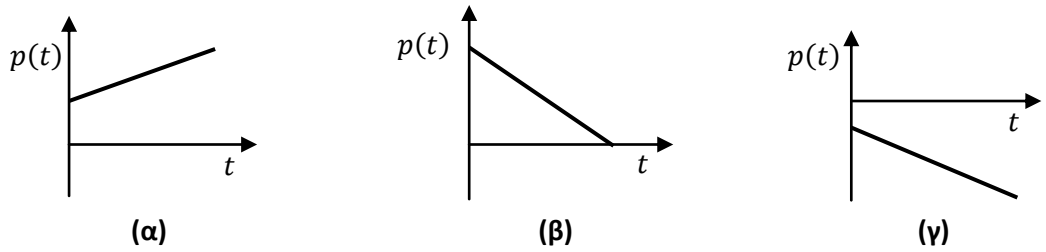
Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα υ_0 όταν ξαφνικά φρενάρει με αποτέλεσμα να σταματήσει μετά από χρόνο t από τη χρονική στιγμή που ο οδηγός του πάτησε το φρένο. Θεωρούμε ότι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στο αυτοκίνητο κατά τη διάρκεια του φρεναρίσματος είναι σταθερή.

Ποιο από τα παρακάτω διαγράμματα αναπαριστά την ορμή του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο;



(α) **(β)** **(γ)**

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το άκρο Δ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Λόγω της μεταβολής της κατεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητάς του, έχει επιτάχυνση με κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς(κεντρομόλος επιτάχυνση) και μέτρο που δίνεται από την σχέση:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R}$$

όπου υ η γραμμική ταχύτητα και R η ακτίνα της κυκλικής κίνησης.

Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας είναι σταθερό, άρα και το μέτρο της α_κ παραμένει σταθερό και διάφορο του μηδενός.

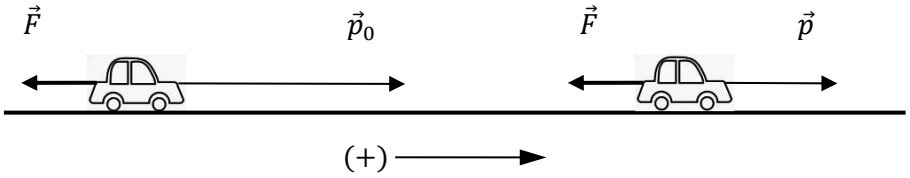
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν $\vec{p}_o = m\vec{v}_o$ η αρχική ορμή του αυτοκινήτου, από το 2ο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \Rightarrow \vec{F}\Delta t = \vec{p} - \vec{p}_o$$

Το αυτοκίνητο επιβραδύνεται επομένως η δύναμη είναι αντίρροπη της ταχύτητας και της ορμής του οπότε για τα μέτρα (ορίζοντας τη φορά προς τα δεξιά ως θετική) έχουμε

$$-F(t - t_0) = p(t) - p_0$$

και τελικά (θεωρώντας $t_0 = 0$)

$$p(t) = p_0 - Ft \ (1)$$

[Η σχέση (1) είναι της μορφής $y = \beta - \alpha x$ με $a > 0$]

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες μάζας $m_1 = 6kg$ και $m_2 = 2kg$, βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη και εκτελούν οριζόντια βολή από ύψος $H = 1{,}25m$ από το έδαφος. Οι σφαίρες εκτοξεύονται ταυτόχρονα με ταχύτητες μέτρου $u_1 = 2m/s$ και $u_2 = 10m/s$ και ίδιας φοράς αντίστοιχα. Να βρείτε:

4.1. Την απόσταση μεταξύ των σφαιρών όταν φτάσουν στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ sec$, σε ποιο ύψος από το έδαφος βρίσκεται η σφαίρα μάζας m_1;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η ταχύτητα της σφαίρας m_1 την χρονική στιγμή t_1 ;

Μονάδες 6

4.4. Ποια η μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας στη διάρκεια της οριζόντιας βολής;

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Οι δύο σφαίρες εκτελούν οριζόντια βολή και φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος σε χρόνο: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 0{,}5sec$. Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν οι σφαίρες είναι:

$x_{1=}\ u_1 \bullet t = 1m$ και: $x_{2=}\ u_2 \bullet t = 5m$.

Άρα, η απόσταση των σφαιρών στο έδαφος:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 4m$$

Μονάδες 6

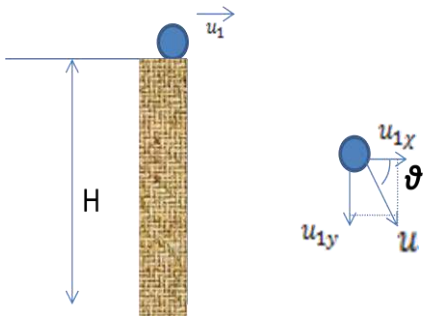
4.2. Την χρονική στιγμή t_1 η σφαίρα m_1 έχει μετατοπιστεί κατακόρυφα κατά:

$h = \frac{1}{2} \bullet g \bullet t_1^2 = 0{,}2m$.

Άρα απέχει από το έδαφος: $y = H - h = 1{,}05m$

Μονάδες 6

4.3. Την χρονική στιγμή $t_1 = 0{,}2\ s$ η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας m_1 οφείλεται στην κίνηση του σώματος μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση, ενώ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα στην οριζόντια διεύθυνση. Συγκεκριμένα:



$u_{1y} = g \bullet t_1 = 2m/s$ και $u_{1\chi} = u_1 = 2m/s$.

Οπότε: $u = \sqrt{u_{1x}^2 + u_{1y}^2} = 2\sqrt{2}\ m/s$ και:

$\varepsilon\varphi\theta = \frac{u_{1y}}{u_{1\chi}} = 1$, δηλαδή θ = 45°

Άρα, το διάνυσμα της ταχύτητας u σχηματίζει γωνία 45° προς τα κάτω, σε σχέση με την οριζόντια διεύθυνση.

Μονάδες 6

4.4. Η ορμή των σφαιρών μεταβάλλεται μόνο στην κατακόρυφη διεύθυνση.

Για τη σφαίρα m_1 ισχύει: $\Delta p_1 = m_1 \bullet u_{1y} - \ 0 = m_1 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 30kg \bullet m/s$

Για τη σφαίρα m_2 ισχύει: $\Delta p_2 = \ m_2 \bullet u_{2y} - \ 0 = m_2 \bullet g \bullet \sqrt{\frac{2H}{g}} = 10kg \bullet m/s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας $\mathrm{M} = 6\mathrm{tn}$ κατευθύνεται προς τη Γη μεταφέροντας σεληνάκατο μάζας $\mathrm{m} = 1\mathrm{tn}$. Σε απόσταση $\mathrm{r}_1 = 4 \cdot \mathrm{R}_\Gamma$ από το κέντρο της, η ταχύτητα του οχήματος είναι $\mathrm{u}_1 = 6 \cdot 10^3 \mathrm{m/s}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του οχήματος όταν βρεθεί σε απόσταση $\mathrm{r}_2 = \mathrm{R}_\Gamma$ από την επιφάνεια της Γης, χωρίς τη χρήση πυραύλων.

Μονάδες 6

Στην παραπάνω θέση απόστασης r_2 από την επιφάνεια της Γης, απελευθερώνεται η σεληνάκατος (με μηδενική ταχύτητα) και αρχίζει να πέφτει κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς τη βοήθεια ανασχετικών πυραύλων.

4.2. Ποια η ταχύτητα του διαστημικού οχήματος μετά την απελευθέρωση της σεληνακάτου;

Μονάδες 6

4.3. Με ποια ταχύτητα η σεληνάκατος θα προσκρούσει στην επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.4. Αν κατά τη διάρκεια της κατακόρυφης κίνησης του διαστημικού οχήματος προς τη Γη λειτουργούν οι ανασχετικοί πύραυλοι, να υπολογίσετε το έργο της δύναμης των ανασχετικών πυραύλων ώστε να φτάσει στην επιφάνεια της Γης με μηδενική ταχύτητα.

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα και την ελκτική δύναμη μεταξύ διαστημικού οχήματος και σεληνακάτου. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $\mathrm{g}_0 = 10\mathrm{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης: $\mathrm{R}_\Gamma = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{68} = 8{,}25$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη – διαστημικό όχημα διατηρείται οπότε:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$-G \cdot \frac{M_\Gamma (M+m)}{r_1} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_1^2 = -G \cdot \frac{M_\Gamma (M+m)}{r_2} + \frac{1}{2} \cdot (M+m) \cdot u_2^2 \text{ , δηλαδή:}$$

$$-\frac{g_0 R_\Gamma^2}{4R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_1^2 = -\frac{g_0 R_\Gamma^2}{2R_\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot u_2^2 \leftrightarrow$$

$$u_2^2 = -\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{2} + u_1^2 + g_0 \cdot R_\Gamma \leftrightarrow$$

$$u_2 = 8{,}25 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά την απελευθέρωση της σεληνακάτου ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα όχημα - σεληνάκατος:

$$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ} \text{ , δηλαδή:}$$

$$(M+m) \cdot u_2 = M \cdot u + 0 \leftrightarrow u = \frac{(M+m) \cdot u_2}{M}$$

Άρα: $u = 9{,}6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση της σεληνακάτου από το σημείο απόστασης r_2 έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 - 0 = m \cdot (V_{αρχ} - V_{τελ})$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_3^2 = m \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}\right)$$

$$u_3^2 = +G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}$$

$$u_3 = \sqrt{g_0 \cdot R_\Gamma} = 8 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του οχήματος, από το σημείο που απελευθερώθηκε η σεληνάκατος, έως την επιφάνεια της Γης:

$$\Delta K = W_w + W_F$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot (-G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma}) + W_F$$

$$-\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 = M \cdot (+G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}) + W_F$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot M \cdot g_0 \cdot R_\Gamma$$

$$W_F = -\frac{1}{2} \cdot M \cdot (u^2 + g_0 \cdot R_\Gamma)$$

$$W_F = -468{,}48 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $M = 500\ kg$ εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση σε ύψος $h = R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, με ταχύτητα μέτρου $u = 4000 m/s$.

4.1. Ποια η περίοδος περιστροφής και η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου;

Μονάδες 6

4.2. Ποια η μεταβολή της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{2}$;

Μονάδες 6

4.3. Ποια η μεταβολή στο μέτρο της ορμής του δορυφόρου για χρόνο $t = \frac{T}{4}$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση ενέργεια πρέπει να προσφερθεί στο δορυφόρο ώστε να μπορεί να περιστρέφεται σε ύψος $h' = 5R_Γ$;

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10 m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_Γ = 6400 km$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η σχέση που συνδέει το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου με την περίοδο περιστροφής του είναι:

$u = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} 2R_\Gamma = \frac{4\pi}{T} R_\Gamma$.

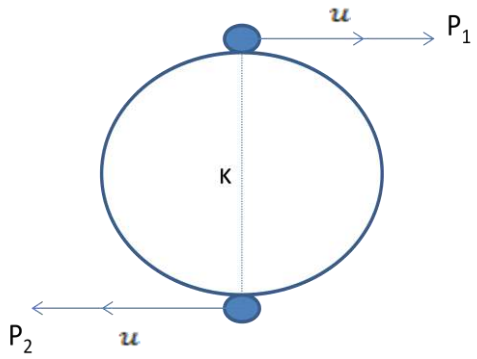
Οπότε: $T = \frac{4\pi}{u} R_\Gamma = 20096\, sec$

Η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου δίνεται από τη σχέση:

$\omega = \frac{u}{r} = \frac{u}{2R_\Gamma} = 3{,}125 \bullet 10^{-4}\ \mathrm{rad/sec}$

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του δορυφόρου για μισή περιστροφή ($t = \frac{T}{2}$) είναι:



$\Delta P = P_2 - (-P_1) = P_2 + P_1 = M \bullet u + M \bullet u = 2 \bullet M \bullet u = 4 \bullet 10^6\ \mathrm{kg} \bullet \mathrm{m/sec}$,
ομόρροπη της ορμής P_2.

Μονάδες 6

4.3. Ο δορυφόρος εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε το μέτρο τη γραμμικής του ταχύτητας είναι σταθερό, όπως και το μέτρο της ορμής του. Επομένως:

$$\Delta P = P_2 - (-P_1) = M \bullet u - M \bullet u = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Σε ύψος $h = R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$

$$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4}$$

Σε ύψος $h' = 5R_\Gamma$ ο δορυφόρος έχει συνολική ενέργεια:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h} =$$

$$\frac{1}{2} \bullet M \bullet G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma + h'} - G \bullet \frac{M_\Gamma M}{R_\Gamma + h'} = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12}$$

Η ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί στον δορυφόρο είναι:

$$E_{o\lambda} = E_2 - E_1 = -\frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{12} + \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{4} = \frac{g_0 \bullet R_\Gamma \bullet M}{6} = 5{,}33 \bullet 10^9\ J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Διαστημικό όχημα μάζας M εκτοξεύεται από την επιφάνεια της Γης κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα μέτρου u_0 . Όταν το όχημα βρεθεί σε ύψος $h = 2R_\Gamma$, ένας εκρηκτικός μηχανισμός το διαχωρίζει ακαριαία σε δύο επιμέρους σώματα με μάζες $m_1 = \frac{2M}{3}$ και $m_2 = \frac{M}{3}$ αντίστοιχα. Αμέσως μετά την έκρηξη, το σώμα μάζας m_2 κινείται κατακόρυφα προς τη Γη χωρίς αρχική ταχύτητα και φτάνει στην επιφάνειά της με ταχύτητα μέτρου u_2 . Ενώ, το σώμα μάζας m_1 αποκτά την ελάχιστη ταχύτητα που χρειάζεται ώστε να διαφύγει από το πεδίο βαρύτητας της Γης.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_1 που αποκτά το σώμα m_1 μετά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το διαστημικό όχημα στο ύψος $h = 2R_\Gamma$, λίγο πριν την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_2 με την οποία φτάνει το σώμα m_2 στην επιφάνεια της Γης.

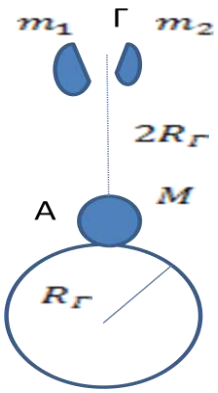
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το όχημα από την επιφάνεια της Γης.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης: $g_0 = 10m/s^2$, η ακτίνα της Γης: $R_\Gamma = 6400km$, $\sqrt{42{,}66} = 6{,}53$, $\sqrt{85{,}33} = 9{,}24$, $\sqrt{104{,}25} = 10{,}21$.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Το σώμα μάζας m_1 διαφεύγει από το βαρυτικό πεδίο της Γης έχοντας αποκτήσει ταχύτητα u_1 αμέσως μετά την έκρηξη. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ από το σημείο Γ της έκρηξης έως το άπειρο για το σώμα m_1:

$$\Delta K = W_w$$

$$0 - \frac{1}{2} \bullet m_1 \bullet u_1^2 = m_1 \bullet (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda})$$

$$- \frac{1}{2} \bullet u_1^2 = (-G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} - 0) \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \bullet u_1^2 = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{3R_\Gamma} \rightarrow u_1^2 = \frac{2 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow$$

$$u_1 = 6{,}53 \bullet 10^3 \, m/s.$$

Μονάδες 6

4.2. Θεωρούμε τη διάρκεια της έκρηξης πολύ μικρή και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$P_{o\lambda}^{\alpha\rho\chi} = P_{o\lambda}^{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$M \bullet u = m_1 \bullet u_1 + m_2 \bullet 0 \rightarrow M \bullet u = \frac{2M}{3} \bullet u_1$$

Επομένως: $u = \frac{2u_1}{3} = 4{,}35 \bullet 10^3 \, m/s$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του σώματος m_2 από το σημείο Γ έως την επιφάνεια της Γης:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 - 0 = m_2 \bullet \left(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda} \right)$

$\frac{1}{2} \bullet m_2 \bullet u_2^2 = m_2 \bullet \left(-G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} + G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} \right)$

$\frac{1}{2} \bullet u_2^2 = +2G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow u_2^2 = \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow$

$u_2 = 9{,}24 \bullet 10^3 \, m/s$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του διαστημικού οχήματος από την επιφάνεια της Γης έως το σημείο Γ λίγο πριν την έκρηξη:

$\Delta K = W_w$

$\frac{1}{2} \bullet M \bullet u^2 - \frac{1}{2} \bullet M \bullet u_0^2 = M \bullet (V_A - V_\Gamma)$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -G \bullet \frac{M_\Gamma}{R_\Gamma} + G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma}$

$\frac{1}{2} u^2 - \frac{1}{2} u_0^2 = -2G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma}$

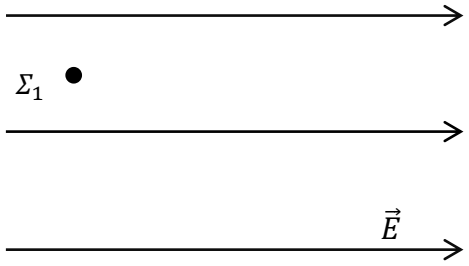
$u^2 - u_0^2 = -4G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow u_0^2 = u^2 + 4G \bullet \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} \rightarrow$

$u_0^2 = u^2 + \frac{4 \bullet g_0 \bullet R_\Gamma}{3} \rightarrow u_0 = 10{,}21 \bullet 10^3 \, m/s$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σωματίδιο Σ_1 μάζας $m = 10^{-3}\ \text{kg}$ και φορτίου $q = 10^{-5}\ \text{C}$ αφήνεται ακίνητο σε σημείο ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^3\ \text{N/C}$. Το σωματίδιο μπορεί να κινείται σε οριζόντιο δάπεδο μεγάλης έκτασης, κατασκευασμένο από κάποιο μονωτικό υλικό, χωρίς τριβές. Στο σχήμα βλέπουμε την κάτοψη του ηλεκτρικού πεδίου.



4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση και την ταχύτητα του σωματιδίου όταν αυτό έχει διανύσει απόσταση $d = 20\ \text{m}$.

Μονάδες 8

4.2. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς δυναμικού μεταξύ της θέσης από την οποία αφέθηκε το σωματίδιο και της τελικής του θέσης (μετά από $d = 20\ \text{m}$).

Μονάδες 4

Όταν το σωματίδιο Σ_1 διανύσει την απόσταση $d = 20\ \text{m}$, συναντά δεύτερο σωματίδιο Σ_2, το οποίο έχει μηδενικό ηλεκτρικό φορτίο και αρχικά ήταν ακίνητο. Τα δύο σωματίδια συγκρούονται πλαστικά.

4.3. Να υπολογίσετε τη μάζα του δεύτερου σωματιδίου δεδομένου ότι κατά τη σύγκρουση η απώλεια μηχανικής ενέργειας είναι ίση με το 75% της αρχικής ενέργειας του σωματιδίου Σ_1.

Μονάδες 6

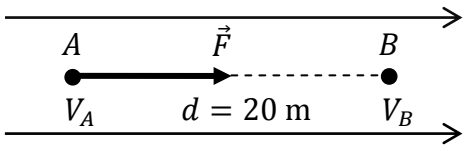
4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα έπρεπε να είχε το δεύτερο σωματίδιο, κατά μέτρο και κατεύθυνση, ώστε όταν συγκρουστεί πλαστικά με το Σ_1 (όταν το σωματίδιο Σ_1 έχει διανύσει και πάλι την απόσταση $d = 20\ \text{m}$), το συσσωμάτωμα να επιστρέψει με μηδενική ταχύτητα στην αρχική θέση από την οποία αφέθηκε το Σ_1.

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σωματίδιο δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:



$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Από τη σχέση (1) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qE}{m} \text{ και τελικά } \boldsymbol{\alpha = 10\ \frac{m}{s^2}} \quad (2)$$

Το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 2\ \text{s} \quad (3)$$

$$\text{και } \upsilon = \alpha\Delta t \xrightarrow{(2),(3)} \boldsymbol{\upsilon = 20\ \frac{m}{s}} \quad (4)$$

Μονάδες 8

4.2. Μεταξύ της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B ισχύει η σχέση

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta V = 2 \cdot 10^4\ V} \quad (5)$$

Μονάδες 4

4.3. Έστω m' η μάζα του σωματιδίου Σ_2 και V η ταχύτητα του συσσωματώματος. Για την πλαστική κρούση των δύο σωματιδίων από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$m\upsilon = (m + m')V \quad (6)$$

Το ποσοστό απώλειας της μηχανικής ενέργειας είναι

$$\pi\% = \frac{\Delta K}{K_{\alpha\rho\chi}} \quad \text{ή} \quad -75\% = \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}}{K_{\alpha\rho\chi}} \text{ και τελικά } \frac{K_{\tau\varepsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} = \frac{1}{4} \quad (7)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (6) και (7) έχουμε

$$\frac{\frac{1}{2}(m + m')V^2}{\frac{1}{2}m\upsilon^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{(m + m')\left(\frac{m\upsilon}{m + m'}\right)^2}{m\upsilon^2} = \frac{1}{4}$$

και τελικά

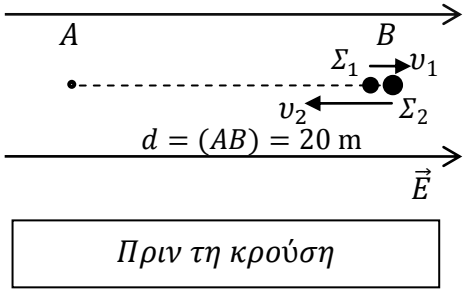
$$m' = 3m \text{ ή } \boldsymbol{m' = 3 \cdot 10^{-3}\ kg} \quad (8)$$

Μονάδες 6

4.4. Η κρούση των δύο σωματιδίων γίνεται στο σημείο B αφού το σώμα Σ_1 έχει διανύσει απόσταση $d = 20$ m.

Η ταχύτητα του φορτισμένου σημειακού σώματος Σ_1 πριν τη κρούση είναι

$$\upsilon_1 = 20\ \frac{\text{m}}{s} \quad \text{(ερώτημα 4.1.)}$$



Έστω υ_2 η ζητούμενη ταχύτητα του σώματος Σ_2. Μετά τη κρούση το συσσωμάτωμα έχει ταχύτητα υ_Σ με φορά προς το σημείο A.

Εφαρμόζουμε για το συσσωμάτωμα το Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των σημείων B και A (στο σημείο A το συσσωμάτωμα έχει μηδενική ταχύτητα).

$$K_A - K_B = W_{F_{\eta\lambda}} \Rightarrow 0 - K_B = -F_{\eta\lambda} d \Rightarrow$$

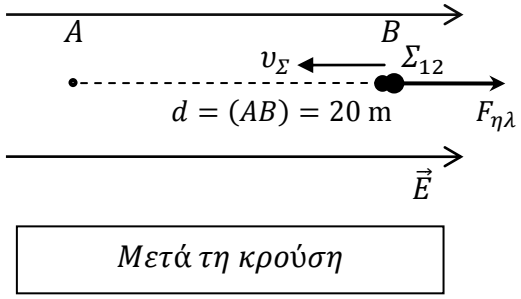
$$K_B = Eqd \ (9)$$

Αλλά δεδομένου ότι $m_\Sigma = 4m$ έχουμε

$$K_B = \frac{1}{2} 4m\upsilon_\Sigma^2 \ (10)$$

Από τις σχέσεις (9) και (10) έχουμε τελικά

$$\upsilon_\Sigma = \sqrt{\frac{Eqd}{2m}} \ \text{ή} \ \upsilon_\Sigma = 10 \ \frac{\text{m}}{s} \ (11)$$



Μετά τη κρούση

Το σύστημα των δύο σωμάτων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \ \text{(και θεωρώντας τη φορά προς τα αριστερά ως θετική)}$$

$$3m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = 4m\upsilon_\Sigma$$

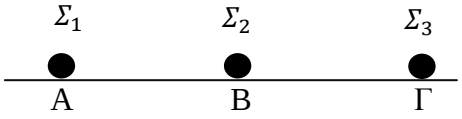
και τελικά

$$\upsilon_2 = \frac{4\upsilon_\Sigma + \upsilon_1}{3} \ \textbf{ή} \ \boldsymbol{\upsilon_2 = 20 \ \frac{\text{m}}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Τρία σημειακά σωματίδια Σ_1, Σ_2 και Σ_3 βρίσκονται σε ευθεία, στις θέσεις Α, Β και Γ ενός οριζοντίου μονωτικού επιπέδου μεγάλων διαστάσεων. Για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει $\text{AB} = \text{B}\Gamma = r = 3\,\text{m}$. Οι μάζες των σωματιδίων είναι $m_1 = m_3 = m = 3 \cdot 10^{-2}\,\text{kg}$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-2}\,\text{kg}$, ενώ για τα φορτία τους ισχύει: $q_1 = q_2 = q_3 = 10^{-4}\,\text{C}$.



4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων.

Μονάδες 6

4.2. Ποιο από τα φορτία του παραπάνω συστήματος δέχεται μηδενική συνισταμένη δύναμη, όταν τα σωματίδια βρίσκονται στις θέσεις που έχουν τοποθετηθεί αρχικά;
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 4

4.3. Αφήνουμε τα φορτία Σ_1 και Σ_3 ελεύθερα να κινηθούν ενώ το Σ_2 παραμένει στην αρχική του θέση. Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων τους όταν θα έχουν φτάσει σε πολύ μεγάλη (άπειρη) απόσταση.

Μονάδες 8

Επαναφέρουμε τα φορτία στις αρχικές τους θέσεις. Ακινητοποιούμε τα Σ_1 και Σ_3 στις θέσεις Α και Γ και τα κρατάμε σταθερά σε αυτές και εκτοξεύουμε το Σ_2 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 20\sqrt{21}\,\text{m/s}$ (σε διεύθυνση διαφορετική από την ευθεία στην οποία βρίσκονται τα τρία φορτία).

4.4. Ποια είναι η ταχύτητα με την οποία το Σ_2 φτάνει στο άπειρο;

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

και τελικά

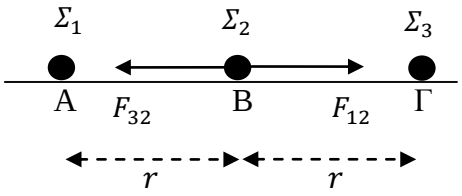
$$\boldsymbol{U = 75\ \mathrm{J}}\ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το φορτίο Σ_2 δέχεται από τα φορτία Σ_1 και Σ_3 αντίθετες δυνάμεις μέτρου

$$F_{12} = F_{32} = k_c \frac{q^2}{r^2}$$

όπου $q_1 = q_2 = q_3 = q$ και $\mathrm{AB} = \mathrm{B\Gamma} = r$



Μονάδες 4

4.3. Το σύστημα των τριών σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1 \upsilon_1 - m_3 \upsilon_3 \xrightarrow{m_1 = m_3 = m} \upsilon_1 = \upsilon_3 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_3 = K\ (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xrightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{75}{2}\ \mathrm{J}}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 50\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 8

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{3,\alpha\rho\chi} + U = K_{3,\tau\varepsilon\lambda} + U_{13} \xRightarrow{(1)}$$

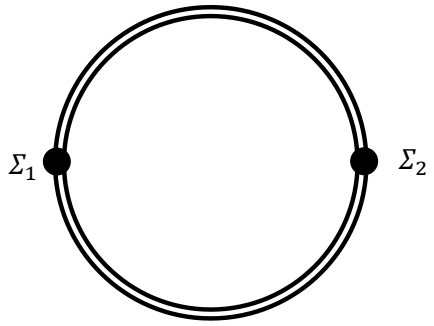
$$\frac{1}{2} m_2 \upsilon_0^2 + U = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^2 + k_c \frac{q^2}{2r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = 120\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4



Δύο σωματίδια με φορτία $q_1 = q_2 = 10^{-4}\ \mathrm{C}$ και μάζες $m_1 = m_2 = m = 1\ \mathrm{g}$ μπορούν να κινούνται στις ράγες μιας κυκλικής διαδρομής ακτίνας $r = 3\ \mathrm{m}$, χωρίς τριβές. Το σύστημα βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο μονωτικό επίπεδο μεγάλων διαστάσεων. Την κάτοψη του συστήματος των δύο σωματιδίων με τις ράγες βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Τα σωματίδια βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε δύο αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, όπως φαίνεται στο σχήμα.

4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 6

4.2. Ο μηχανισμός ο οποίος κρατάει τα σωματίδια στην κυκλική διαδρομή απορρυθμίζεται (την ίδια χρονική στιγμή και για τα δύο) ενώ είναι ακίνητα και τα σωματίδια μπορούν να κινηθούν ελεύθερα. Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνουν στο άπειρο.

Μονάδες 6

Επαναφέρουμε τα δύο σωματίδια στις αντιδιαμετρικές θέσεις της κυκλικής διαδρομής, ρυθμίζουμε το μηχανισμό που τα κρατά σε αυτή τη διαδρομή και τους δίνουμε ταχύτητες, κατά την διεύθυνση της διαμέτρου, με μέτρο $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ και αντίθετες κατευθύνσεις.

4.3. Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσουν στο άπειρο;

Μονάδες 7

4.4. Να βρείτε το μέτρο της δύναμης που πρέπει να ασκείται από τις κυκλικές ράγες στα σωματίδια, ώστε αυτά να εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητες μέτρου $\upsilon_0 = 100\sqrt{\frac{5}{2}}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Μονάδες 6

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτισμένων σωματιδίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{2r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 15\,\mathrm{J}}\ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \xrightarrow{m_1=m_2=m} \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K\ (2)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xrightarrow{(1),(2)} 0 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = \frac{15}{2}\,\mathrm{J}}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 100\sqrt{\frac{3}{2}}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon_0 - m_2\upsilon_0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \xrightarrow{m_1=m_2=m}$$

$$m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 = 0 \Rightarrow \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon \text{ και τελικά } K_1 = K_2 = K\ (3)$$

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xrightarrow{(1),(3)} 2\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + U = 2K + 0 \Rightarrow \boldsymbol{K = 20\,\mathrm{J}}$$

αλλά

$$K = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = 200\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

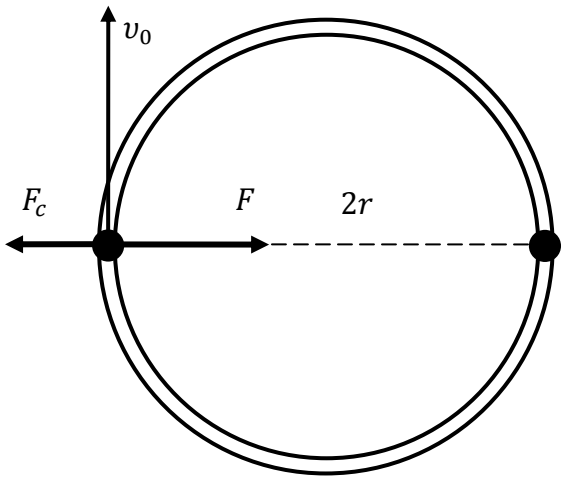
Μονάδες 7

4.4. Για να εκτελεί το σωματίδιο ομαλή κυκλική κίνηση θα πρέπει οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω του να είναι κάθετες στην ταχύτητά του και να ισχύει:

$$\Sigma F = F_{κεντρομολος} \Rightarrow F - F_c = \frac{m\upsilon_0^2}{r} \Rightarrow$$

$$F = k_c \frac{q_1 q_2}{(2r)^2} + \frac{m\upsilon_0^2}{r}$$

Όπου F_c η ηλεκτρική δύναμη μεταξύ των δύο φορτίων και F η δύναμη που ασκείται από τις κυκλικές ράγες.



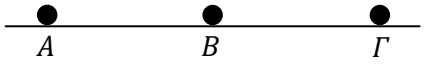
Με αντικατάσταση έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{F = \frac{65}{6}\,\mathrm{N}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Δύο σημειακά φορτισμένα σώματα με φορτία $q_1 = q_2 = 3 \cdot 10^{-4}\ C$ βρίσκονται στις θέσεις A και B, πάνω σε οριζόντιο μονωμένο επίπεδο μεγάλων διαστάσεων, για τις οποίες ισχύει $AB = 3\ \mathrm{m}$. Η μάζα του σώματος που βρίσκεται στο σημείο A είναι $m = 0{,}2\ \mathrm{kg}$.



4.1. Να βρείτε τη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η τιμή του φορτίου q_3 τρίτου σημειακού φορτισμένου σώματος, το οποίο πρέπει να τοποθετηθεί στο σημείο Γ της ευθείας AB, για το οποίο ισχύει $B\Gamma = 3\ \mathrm{m}$, ώστε η ολική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών σωμάτων να είναι μηδενική.

Μονάδες 6

4.3. Να εξετάσετε αν σε κάποιο από τα φορτία q_1, q_2 και q_3 η συνισταμένη δύναμη από τα άλλα είναι μηδέν στις θέσεις A, B και Γ αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Ακινητοποιούμε τα φορτία q_2 και q_3 στις θέσεις B και Γ και αφήνουμε το q_1 ελεύθερο να κινηθεί.

4.4. Αφού αιτιολογήσετε γιατί το φορτίο q_1 μπορεί να φτάσει στο άπειρο (δηλαδή σε πολύ μεγάλη απόσταση από τα άλλα δύο φορτία), να βρείτε την ταχύτητά του όταν φτάνει στο άπειρο.

Μονάδες 7

Δίνεται $k_c = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$. Η επίδραση της βαρύτητας, οι τριβές και η αντίσταση του αέρα θεωρούνται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

$$U = k_c \frac{q_1 q_2}{r}$$

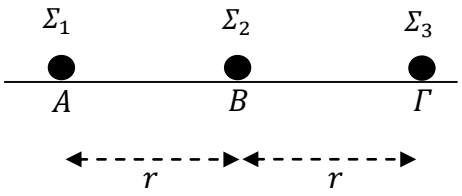
και τελικά

$$\boldsymbol{U = 270\,J} \ (1)$$

Μονάδες 6

4.2. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών φορτίων είναι

$$U' = k_c \frac{q_1 q_2}{r} + k_c \frac{q_1 q_3}{2r} + k_c \frac{q_2 q_3}{r} \ (2)$$



όπου $q_1 = q_2 = q$ και $AB = B\Gamma = r$

Από σχέση (2) έχουμε

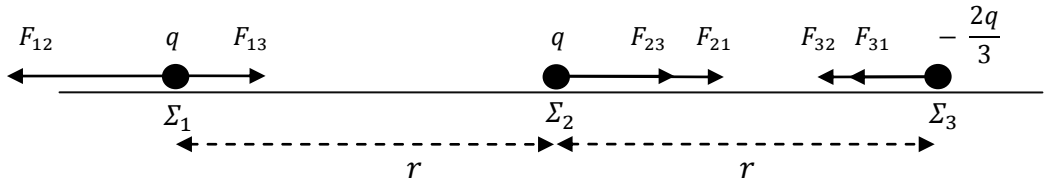
$$0 = k_c \frac{q^2}{r} + k_c \frac{q q_3}{2r} + k_c \frac{q q_3}{r} \ (3)$$

και τελικά

$$q_3 = -\frac{2q}{3} \ \text{ή} \ \boldsymbol{q_3 = -2 \cdot 10^{-4}\,C}$$

Μονάδες 6

4.3.



Στο σχήμα έχουν σημειωθεί οι δυνάμεις που δέχεται κάθε φορτίο από τα άλλα δύο φορτία.

Φορτίο Σ_1: $\Sigma F_1 = F_{12} - F_{13} \Rightarrow \Sigma F_1 = k_c \frac{q^2}{r^2} - k_c \frac{\frac{2}{3}q^2}{(2r)^2} \Rightarrow \Sigma F_1 = k_c \frac{q^2}{r^2} - k_c \frac{q^2}{6r^2} \Rightarrow \Sigma F_1 \neq 0$

Φορτίο Σ_2: $\Sigma F_2 = F_{21} + F_{23} \Rightarrow \Sigma F_2 \neq 0$

Φορτίο Σ_3: $\Sigma F_3 = F_{31} + F_{32} \Rightarrow \Sigma F_3 \neq 0$

Τελικά σε κανένα φορτίο η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν.

Μονάδες 6

4.4. Το φορτίο Σ_1 δέχεται συνολική δύναμη διάφορη του μηδενός με φορά προς τα αριστερά (από το προηγούμενο ερώτημα $F_{12} = 6F_{13}$).

Από την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των τριών σωματιδίων έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \overset{(2)}{\Longrightarrow} 0 + U' = K + U_{23} \overset{(3)}{\Longrightarrow}$$

$$K = -U_{23} \Rightarrow \frac{1}{2} m\upsilon^2 = -k_c \frac{q_2 q_3}{r}$$

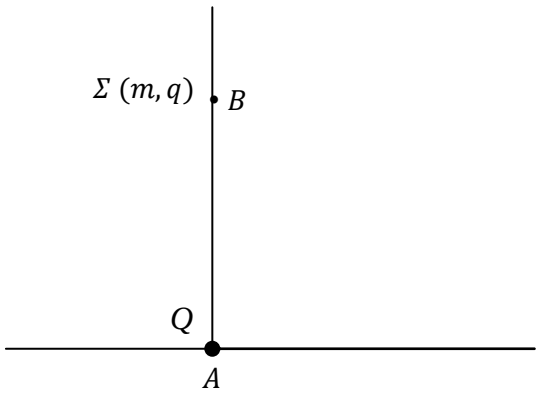
και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = 4\ \mu\text{C}$ βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο A οριζόντιου μονωτικού δαπέδου. Σε σημείο B που βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το φορτίο Q και σε απόσταση $r = AB = 20\ \text{cm}$ από αυτό, αφήνουμε ελεύθερο ένα σημειακό φορτισμένο σώμα Σ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σώμα Σ έχει μάζα $m = 20\ \text{g}$ και ηλεκτρικό φορτίο $q = 2\ \mu\text{C}$. Να θεωρήσετε μηδενική την αντίσταση του αέρα.



4.1. Να υπολογίσετε την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q - σημειακό φορτισμένο σώμα Σ, όταν το Σ βρίσκεται στο σημείο B.

Μονάδες 5

4.2. Να βρείτε τη κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί το σώμα Σ, όταν το αφήσουμε ελεύθερο στο σημείο B.

Μονάδες 6

Το σώμα Σ μετακινείται «αυθόρμητα» λόγω της αλληλεπίδρασής του με το φορτίο Q. Για μετακίνηση του σώματος Σ κατά $r' = 10\ \text{cm}$, από το σημείο B όπου το αφήσαμε ελεύθερο, να υπολογίσετε:

4.3. Τη μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του συστήματος: σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q - σημειακό φορτισμένο σώμα Σ.

Μονάδες 7

4.4. Την ταχύτητα που θα έχει το φορτισμένο σώμα Σ στο τέλος της μετακίνησης αυτής.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ηλεκτρική σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων είναι

$$U = k_c \frac{qQ}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 36 \cdot 10^{-2}\ J}\ (1)$$

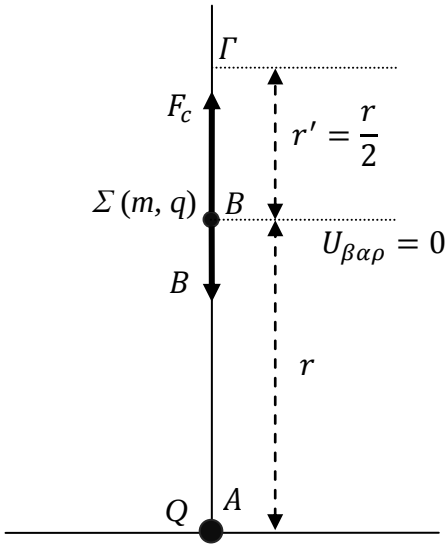
Μονάδες 5

4.2. Στο φορτίο q ασκούνται δύο δυνάμεις, το βάρος B και η ηλεκτρική δύναμη F_c.

Έχουμε

$$\left.\begin{matrix} B = mg \\ F_c = k_c \dfrac{qQ}{r^2} \end{matrix}\right\} \quad \left.\begin{matrix} B = 0{,}2\ \text{N} \\ F_c = 1{,}8\ \text{N} \end{matrix}\right\} \text{ και τελικά } F_c > B$$

Επομένως το φορτίο θα κινηθεί κατακόρυφα προς τα πάνω εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση.



Μονάδες 6

4.3. Η μεταβολή της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο B στο σημείο Γ είναι

$$\Delta U_{\eta\lambda} = U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta U = k_c \frac{qQ}{r + r'} - k_c \frac{qQ}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\Delta U_{\eta\lambda} = -12 \cdot 10^{-2}\ J}\ (2)$$

Μονάδες 7

4.4. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων κατά τη μετακίνηση του φορτίου q από το σημείο B στο σημείο Γ έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\beta\alpha\rho,\alpha\rho\chi} + U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} + U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda}\ \ (3)$$

όπου με $U_{\beta\alpha\rho,\alpha\rho\chi}$ και $U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda}$ η αρχική και τελική βαρυτική δυναμική ενέργεια αντίστοιχα.

Με τη βοήθεια του σχήματος από τη σχέση (3) έχουμε

$$0 + 0 + U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} + U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = U_{\eta\lambda,\alpha\rho\chi} - U_{\eta\lambda,\tau\varepsilon\lambda} - U_{\beta\alpha\rho,\tau\varepsilon\lambda} \overset{(2)}{\Longrightarrow} K_{\tau\varepsilon\lambda} = -\Delta U_{\eta\lambda} - mgr'$$

και τελικά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = 0{,}1\ \text{J}$$

αλλά

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \text{ και τελικά } \boldsymbol{\upsilon = \sqrt{10}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, που έχει μάζα $m = 1\,g$ και φορτίο $q = +1\,\mu C$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_0$, μέτρου $v_0 = 10^{-2}\,\frac{m}{s}$, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10\,\frac{N}{C}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες, με φορά αντίθετη από τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της κίνησης του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.2. Πόση είναι η ταχύτητα του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η διαφορά δυναμικού των θέσεων του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ και $t_1 = 1\,s$;

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη από το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύουν:

$$\left|F_{\eta\lambda}\right| = |E| \cdot q = 10^{-5}\, N.$$

$$\left|F_{\eta\lambda}\right| = m \cdot |\alpha|\,,\ |\alpha| = \frac{\left|F_{\eta\lambda}\right|}{m}\,,\ |\alpha| = 10^{-2}\,\frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι $|\alpha| = 10^{-2}\,\frac{m}{s^2}$. Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$, αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά αντίθετη της φοράς της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι οριζόντια, με φορά αντίθετη της φοράς της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = \upsilon_0 - |\alpha| \cdot t_1 = 0$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει: $\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = -\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = -5 \cdot 10^{-8}\, J.$

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = \left(10^{-2} - \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}\right) m = 5 \cdot 10^{-3}\, m$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1}\,,\ V_0 - V_1 = -E \cdot x_1 = -5 \cdot 10^{-2}\, V$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δορυφόρος μάζας $\mathrm{M} = 300\ \mathrm{kg}$ μπορεί να περιστρέφεται σε μέγιστο ύψος $\mathrm{h}_1 = 2\mathrm{R}_\Gamma$ και ελάχιστο ύψος $\mathrm{h}_2 = \mathrm{R}_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης.

4.1. Ποια η ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος h_1 από την επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.2. Ποιο το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου κατά την αλλαγή της τροχιάς του δορυφόρου, από ύψος h_1 σε ύψος h_2 από την επιφάνεια της Γης;

Μονάδες 6

4.3. Αν ο δορυφόρος συνέχιζε να περιστρέφεται στο ύψος h_1, να υπολογίσετε την ελάχιστη ενέργεια που πρέπει να προσφερθεί σε τμήμα του δορυφόρου μάζας $\mathrm{m}_2 = 100\mathrm{kg}$, ώστε μόλις να φτάσει στο άπειρο.

Μονάδες 6

4.4. Αν το υπόλοιπο τμήμα του δορυφόρου εξακολουθεί να κινείται σε κυκλική τροχιά στο ύψος h_1, με τις δικές του μηχανές, ποια η ολική μηχανική ενέργεια του δορυφόρου μετά την αποχώρηση της μάζας m_2;

Μονάδες 7

Θεωρείστε αμελητέα την ελκτική δύναμη μεταξύ δορυφόρου και της μάζας m_2. Δίνονται: η ένταση του πεδίου βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g}_0 = 10\mathrm{m/s}^2$, η ακτίνα της Γης $\mathrm{R}_\Gamma = 6400\mathrm{km}$, $\sqrt{21{,}33} = 4{,}62$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Κατά την περιστροφή του δορυφόρου γύρω από τη Γη, η δύναμη παγκόσμιας έλξης αποτελεί την κεντρομόλο δύναμη:

$F_N = F_k$, δηλαδή:

$$\frac{G M_\Gamma M}{(R_\Gamma+h_1)^2} = \frac{M u_1^2}{R_\Gamma+h_1} \leftrightarrow u_1^2 = \frac{G M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1} = \frac{g_0 R_\Gamma^2}{3R_\Gamma} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{3} \quad (1)$$

Άρα η ταχύτητα του δορυφόρου είναι: $u_1 = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{3}} = 4{,}62 \cdot 10^3 \text{ m/s}.$

Μονάδες 6

4.2. Το έργο της βαρυτικής δύναμης του πεδίου είναι:

$$W_w = M \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}) =$$

$$= M \cdot \left(-G \cdot \frac{M_\Gamma}{3R_\Gamma} + G \cdot \frac{M_\Gamma}{2R_\Gamma}\right) =$$

$$= M \cdot \left(+G \cdot \frac{M_\Gamma}{6R_\Gamma}\right) = M \cdot \frac{g_0 \cdot R_\Gamma}{6} \quad \text{Επομένως: } W_w = 3{,}2 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.3. Θα χρησιμοποιήσουμε αρχή διατήρηση της ενέργειας για το σύστημα Γη – μάζας m_2 :

$E_{\alpha\rho\chi} + E = E_{\tau\varepsilon\lambda}$, δηλαδή: $-G \cdot \frac{M_\Gamma m_2}{R_\Gamma+h_1} + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_1^2 + E = 0$

Με τη βοήθεια της σχέσης (1) έχουμε:

$$E = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma^2 \cdot m_2}{3R_\Gamma} - \frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot m_2}{6} = \frac{g_0 \cdot R_\Gamma \cdot m_2}{6} = 1{,}06 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Μονάδες 6

4.4. Στο ύψος h_1 το υπόλοιπο μέρος του δορυφόρου έχει μάζα: $m_1 = M - m_2 = 200kg$, και συνεχίζει να περιστρέφεται γύρω από τη Γη. Η συνολική μηχανική του ενέργεια είναι:

$E_{o\lambda} = K + U = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 - G \cdot \frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1}$, όπου: $u_1^2 = \frac{G M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1}$

Οπότε: $E_{o\lambda} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \frac{G M_\Gamma}{R_\Gamma+h_1} - G \cdot \frac{M_\Gamma m_1}{R_\Gamma+h_1} =$

$$-\frac{1}{2}\cdot G\cdot\frac{M_Γ m_1}{R_Γ + h_1} = -\frac{g_0\cdot R_Γ^2\cdot m_1}{6R_Γ} = -\frac{g_0\cdot R_Γ\cdot m_1}{6}$$

Τελικά: $E_{ολ} = -1{,}06 \bullet 10^9\ J$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία, από σταθερή τάση V και αποκτά κινητική ενέργεια $K = 45{,}5\ \text{eV}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη σταθερή τάση V.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το ηλεκτρόνιο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου που επιταχύνει το ηλεκτρόνιο, αν αυτό θεωρηθεί ομογενές και η μετατόπιση του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του, έχει μέτρο $\Delta x = 10\ \text{cm}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο ηλεκτρόνιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη που το επιταχύνει. Δίνονται η μάζα του ηλεκτρονίου $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}$ και η απόλυτη τιμή του φορτίου του $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει $\Delta K_{AB} = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $K_B - K_A = -e \cdot V_{AB}$, $V_{AB} = -45{,}5\,V$, $V = 45{,}5\,V$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει $K = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2$, $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}}}\ \frac{m}{s} = 4 \cdot 10^6\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει $E = \frac{V}{\Delta x} = 455\ \frac{N}{C}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο ηλεκτρόνιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda} = E \cdot e$. Η επιτάχυνση με την οποία επιταχύνεται το ηλεκτρόνιο έχει μέτρο $\alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m_e} = \frac{E \cdot e}{m_e}$. Το ηλεκτρόνιο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα $\upsilon = \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\upsilon \cdot m_e}{E \cdot e}$. Έτσι, ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου, κατά την επιτάχυνσή του είναι $\frac{\overline{\Delta K}}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{K \cdot E \cdot e}{\upsilon \cdot m_e} = 1{,}456 \cdot 10^{-10}\ \frac{J}{s}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα Σ_1, μάζας m_1, κινείται πάνω σε οριζόντιο, ακλόνητο, λείο δάπεδο και συγκρούεται μετωπικά με άλλο ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας m_2. Η κρούση είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται έχει κινητική ενέργεια ίση με το 20% της κινητικής ενέργειας που είχε το σώμα Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση. Για τις μάζες των δύο σωμάτων ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{4}$ **(β)** $\frac{m_2}{m_1}=\frac{1}{4}$ **(γ)** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{1}{5}$

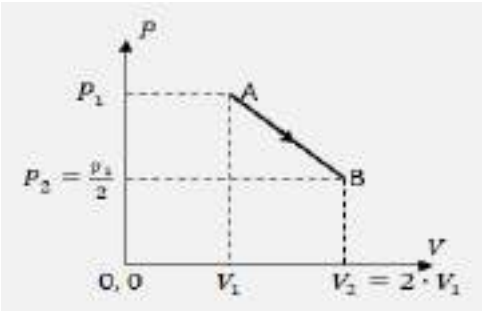
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας με όγκο V_1 και πίεση P_1 (κατάσταση Α). Με μια αντιστρεπτή εκτόνωση το αέριο μεταβαίνει σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας με όγκο $V_2=2\cdot V_1$ και πίεση $P_2=\frac{P_1}{2}$ (κατάσταση Β).



Στο διάγραμμα πίεσης-όγκου αποδίδονται οι καταστάσεις ισορροπίας Α και Β του αερίου και η αντιστρεπτή μεταβολή (ΑΒ). Κατά τη διάρκεια της αντιστρεπτής μεταβολής (ΑΒ), το αέριο απορροφά θερμότητα Q από το περιβάλλον, η οποία είναι ίση με:

(α) $Q=P_1\cdot V_1$, **(β)** $Q=\frac{1}{2}\cdot P_1\cdot V_1$, **(γ)** $Q=\frac{3}{4}\cdot P_1\cdot V_1$

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

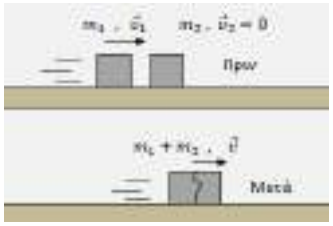
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σωμάτων κατά την μετωπική πλαστική κρούση τους:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετα}\,, \qquad m_1 \cdot \upsilon_1 = (m_1 + m_2) \cdot v\,, \qquad v = \frac{m_1}{m_1+m_2} \cdot \upsilon_1 \qquad (1)$$



Δίνεται από την εκφώνηση, ότι ισχύει η σχέση:

$$K_{μετα} = \frac{20}{100} \cdot K_{πριν}\ , \quad \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v^2 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2\ , \qquad (2)$$

Με τη βοήθεια των σχέσεων (1) και (2), προκύπτει:

$$\frac{m_1^2 \cdot \upsilon_1^2}{m_1+m_2} = \frac{1}{5} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2\ , \quad m_1 + m_2 = 5 \cdot m_1\ , \quad m_2 = 4 \cdot m_1$$

Έτσι τελικά $\frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4 \cdot m_1} = \frac{1}{4}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

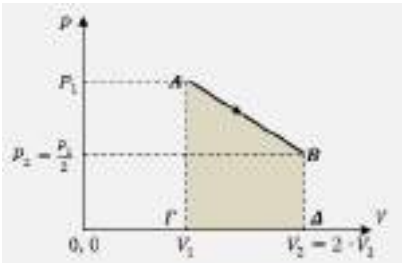
Εφαρμόζουμε τον πρώτο νόμο της θερμοδυναμικής, για την αντιστρεπτή εκτόνωση (ΑΒ), του αερίου:

$$Q = \Delta U + W$$

Για την μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του ιδανικού μονοατομικού αερίου, ισχύει:

$$\Delta U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1) = \frac{3}{2} \cdot (P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1) = 0$$

Υπολογίζουμε το έργο του αερίου κατά την αντιστρεπτή εκτόνωση, ως εμβαδό του σχήματος (ΑΒΔΓ) (τραπεζίου), το οποίο δημιουργείται από τη γραφική παράσταση της μεταβολής σε άξονες πίεσης – όγκου και τον άξονα όγκων:



$$W = \frac{[(A\Gamma) + (B\Delta)] \cdot (\Gamma\Delta)}{2} = \frac{(P_1 + \frac{P_1}{2}) \cdot (2 \cdot V_1 - V_1)}{2} = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Οπότε τελικά προκύπτει:

$$Q = \frac{3}{4} \cdot P_1 \cdot V_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e_C = 0{,}5$ και η θερμή δεξαμενή της έχει θερμοκρασία $600\ K$. Εάν γνωρίζετε ότι το ποσό θερμότητας που απορροφά η μηχανή από τη θερμή δεξαμενή ανά κύκλο λειτουργίας της είναι $1500\ J$.

2.1.Α. να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

$T_C\ (K)$	$W(J)$	$\lvert Q_c\rvert(J)$	$Q_h\ (J)$
			1500

Μονάδες 6

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε τις επιλογές σας στην συμπλήρωση του πίνακα.

Μονάδες 6

2.2. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν των δυναμικών γραμμών. Θεωρήστε αμελητέες τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις.

Δίνονται: m η μάζα του ηλεκτρονίου και e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου θα μηδενιστεί στιγμιαία τη χρονική στιγμή t, που είναι ίση με:

(α) $\frac{m\cdot v_0}{E\cdot e}$, **(β)** $\frac{m\cdot v_0}{2\cdot E\cdot e}$, **(γ)** $\frac{2\cdot m\cdot v_0}{E\cdot e}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.

T_C (K)	W(J)	$\lvert Q_c \rvert$(J)	Q_h (J)
300	**750**	**750**	**1500**

Μονάδες 6

2.1.Β.

Ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει. Οπότε:

$$e_C = \frac{W}{Q_h} \text{ ή } W = e_C \cdot Q_h = 0{,}5 \cdot 1500 \text{ J} = 750 \text{ J}$$

Σε ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή:

$$W = Q_h - |Q_C| \text{ ή } |Q_C| = Q_h - W = 750 \text{ J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e_C = 1 - \frac{T_C}{T_h} \text{ ή } \frac{T_C}{T_h} = 1 - e_C = 0{,}5 \text{ ή } T_C = 0{,}5 \cdot T_h = 300 \text{ K},$$

Όπου T_C η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής.

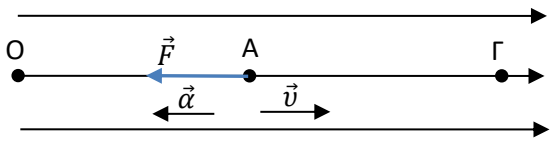
Μονάδες 6

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α).**

Μονάδες 4

Έστω Ο το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Α ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του πριν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:



$$F = E \cdot e \text{ (1)}$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (1) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot a \text{ ή } E \cdot e = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} \text{ (2)}$$

Η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της (2) προκύπτει το ζητούμενο:

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_O - \alpha \cdot \Delta t \text{ ή } 0 = \upsilon_0 - \frac{E \cdot e}{m} \cdot (t - 0) \text{ ή } t = \frac{m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία θερμική μηχανή Carnot έχει συντελεστή απόδοσης $e_C = 0{,}5$. Το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά το ιδανικό αέριο της μηχανής ανά κύκλο λειτουργίας της είναι $1200\,\text{J}$. Η θερμότητα που απορροφά το ιδανικό αέριο από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας, ανά κύκλο λειτουργίας της μηχανής είναι ίσο με:

(α) $1200\,\text{J}$, **(β)** $2400\,\text{J}$, **(γ)** $2000\,\text{J}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ηλεκτρόνιο εισέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ ίδιας κατεύθυνσης με αυτήν των δυναμικών γραμμών. Θεωρήστε αμελητέες τις βαρυτικές αλληλεπιδράσεις.

Δίνονται: m η μάζα του ηλεκτρονίου και e το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο.

Το ηλεκτρόνιο επανέρχεται στο σημείο εκτόξευσης τη χρονική στιγμή t, που είναι ίση με:

(α) $\frac{m \cdot v_0}{E \cdot e}$, **(β)** $\frac{m \cdot v_0}{2 \cdot E \cdot e}$, **(γ)** $\frac{2 \cdot m \cdot v_0}{E \cdot e}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

Σε ένα κύκλο λειτουργίας της μηχανής το έργο που παράγει το αέριο ισούται με το καθαρό ποσό θερμότητας που απορροφά δηλαδή:

$$W = Q_h - |Q_C| = 1200\ \text{J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε μηχανής είναι ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει. Οπότε:

$$e_C = \frac{W}{Q_h} \text{ ή } Q_h = \frac{W}{e_C} = \frac{1200\ J}{0{,}5} = 2400\ \text{J}$$

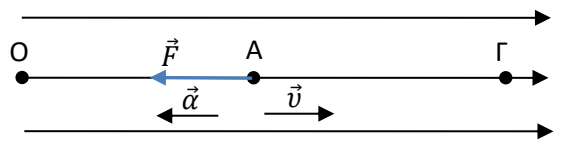
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ).**

Μονάδες 4

2.2.Β. Έστω Ο το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Α ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του πριν μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητα του και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:



$$F = E \cdot e \text{ (1)}$$

Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (1) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot a \text{ ή } E \cdot e = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} \text{ (2)}$$

Η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι το σημείο Γ. Στην συνέχεια η ταχύτητα αλλάζει κατεύθυνση, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και την χρονική στιγμή t διέρχεται και πάλι από το σημείο Ο. Από την εξίσωση της μετατόπισης για την κίνηση, με αντικατάσταση της (2) και θέτοντας μηδενική μετατόπιση ($\Delta x = 0$) προκύπτει :

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t^2 \text{ ή } 0 = t \cdot (\upsilon_0 - \frac{1}{2} \cdot \frac{E \cdot e}{m} \cdot t) \text{ (3)}$$

Άρα σύμφωνα με την (3) $t = 0$ (Περιγράφει τη στιγμή εισόδου στο ηλεκτρικό πεδίο) ή $t = \frac{2 \cdot m \cdot \upsilon_0}{E \cdot e}$ (Περιγράφει την ζητούμενη χρονική στιγμή).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται σε θερμοκρασία $25°\text{C}$. Εάν η θερμοκρασία του αερίου γίνει $50°\text{C}$, τότε η εσωτερική του ενέργεια:

(α) θα παραμείνει σταθερή , **(β)** θα διπλασιαστεί , **(γ)** τίποτα από τα δύο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο παγοδρόμοι, με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα (με $m_1 \neq m_2$), στέκονται ακίνητοι ο ένας απέναντι στον άλλο, πάνω σε ένα οριζόντιο παγοδρόμιο. Κάποια στιγμή ο πρώτος σπρώχνει το δεύτερο με αποτέλεσμα να κινηθούν απομακρυνόμενοι με ταχύτητες σταθερού μέτρου. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή οι αποστάσεις που έχουν διανύσει είναι x_1 και x_2 αντίστοιχα. Αν αγνοήσουμε όλων των ειδών τις τριβές τότε ισχύει:

(α) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_1}{m_2}$, **(β)** $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$, **(γ)** $\frac{x_1}{x_2} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ).**

Μονάδες 4

2.1.Β. Η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία του και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$U = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Αρχικά η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και η αντίστοιχη εσωτερική ενέργεια είναι:

$$T_1 = (273 + 25)\, K = 298\, K \text{ και } U_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_1$$

Τελικά η απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και η αντίστοιχη εσωτερική ενέργεια γίνεται:

$$T_1 = (273 + 50)\, K = 323\, K \text{ και } U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T_2$$

Οπότε για την σχέση των εσωτερικών ενεργειών θα ισχύει:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{323}{288} \cong 1{,}08 \text{ Άρα, } U_2 \cong 1{,}08 \cdot U_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των δύο παγοδρόμων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα της κίνησης ενώ στον κατακόρυφο άξονα τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις επαφής από το παγοδρόμιο είναι αντίθετες, οπότε είναι μονωμένο. Σε μονωμένα συστήματα ισχύει η διατήρηση της ορμής. Εφαρμόζοντας την έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{m_2}{m_1} \ (1) \text{όπου,}$$

υ_1 και υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των παγοδρόμων με μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Οι παγοδρόμοι απομακρυνόμενοι εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για τις αποστάσεις που έχουν διανύσει οι παγοδρόμοι x_1 και x_2 ισχύει η εξίσωση της κίνησης:

Παγοδρόμος 1: $x_1 = \upsilon_1 \cdot t$ (2)

Παγοδρόμος 2: $x_2 = \upsilon_2 \cdot t$ (3)

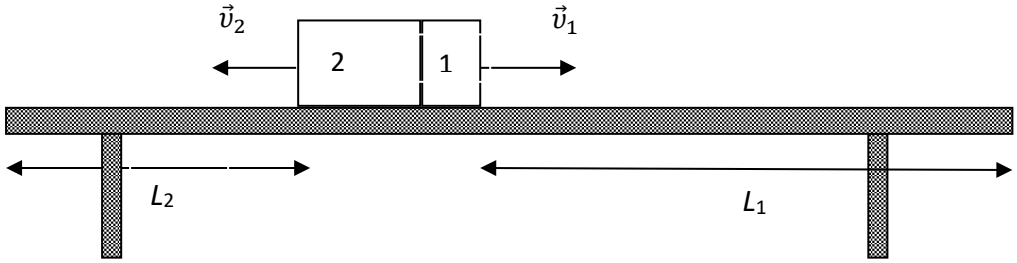
Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη έχουμε: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ (4)

Συνδυάζοντας τις (1) και (4) προκύπτει το ζητούμενο: $\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.



Σώμα βρίσκεται αρχικά ακίνητο και απέχει αποστάσεις L_1 και L_2 από τις άκρες ενός λείου, οριζόντιου τραπεζιού. Κάποια στιγμή το σώμα εκρήγνυται σε δύο κομμάτια με μάζες $m_2 = 4 \cdot m_1$. Αν τα δύο κομμάτια φτάνουν ταυτόχρονα στις άκρες του τραπεζιού, τότε ισχύει:

(α) $L_1 = \frac{L_2}{4}$, **(β)** $L_1 = 4 \cdot L_2$, **(γ)** $L_1 = 2 \cdot L_2$

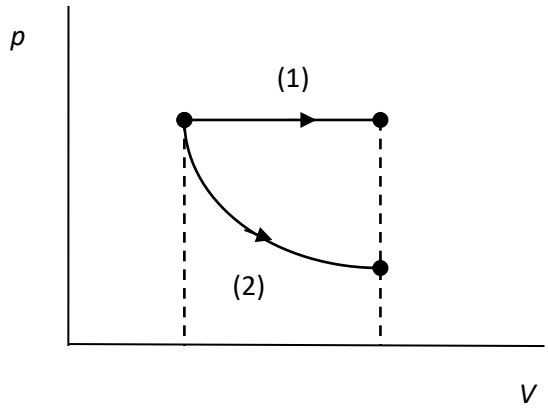
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.



Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται με τους δύο διαφορετικούς τρόπους που φαίνονται στο σχήμα: (1) με ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή και (2) με ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή. Για τη θερμότητα που απορροφά το αέριο σε κάθε περίπτωση ισχύει:

(α) $Q_1 > Q_2$, **(β)** $Q_1 < Q_2$, **(γ)** $Q_1 = Q_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β).**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την έκρηξη δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα της κίνησης ενώ στον κατακόρυφο άξονα τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις επαφής από το τραπέζι είναι αντίθετες, οπότε το σύστημα των κομματιών στα οποία σπάει το σώμα είναι μονωμένο. Σε μονωμένα συστήματα ισχύει η διατήρηση της ορμής. Εφαρμόζοντας την έχουμε:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετά}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } m_1 \cdot \upsilon_1 = 4 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2 \text{ ή } \upsilon_1 = 4 \cdot \upsilon_2 \text{ (1) όπου,}$$

υ_1 και υ_2 τα μέτρα των ταχυτήτων των κομματιών με μάζα m_1 και m_2 αντίστοιχα.

Τα κομμάτια απομακρυνόμενα εκτελούν ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Για τις αποστάσεις που έχουν διανύσει L_1 και L_2 ισχύει η εξίσωση της κίνησης:

Κομμάτι 1: $L_1 = \upsilon_1 \cdot t$ (2)

Κομμάτι 2: $L_2 = \upsilon_2 \cdot t$ (3)

Διαιρώντας τις (2) και (3) κατά μέλη και χρησιμοποιώντας την (1) έχουμε: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 4$ ή $L_1 = 4 \cdot L_2$

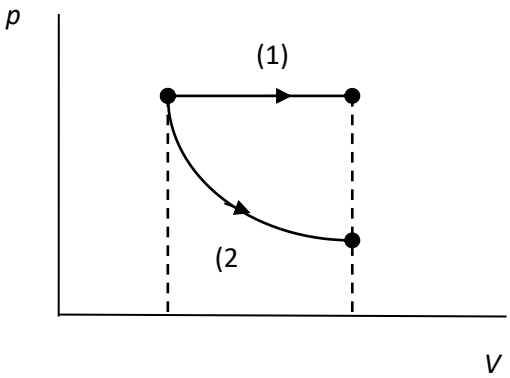
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α).**

Μονάδες 4

2.2.Β. Το έργο ενός αερίου σε μια αντιστρεπτή μεταβολή είναι αριθμητικά ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας από τη γραμμή του διαγράμματος μέχρι τον άξονα V, στο διάγραμμα p-V. Όπως προκύπτει από το σχήμα το έργο στην ισοβαρή μεταβολή (1) είναι μεγαλύτερο από το έργο στην ισόθερμη μεταβολή (2):



$$W_1 > W_2$$

Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στην ισοβαρή μεταβολή (1) είναι θετική γιατί έχουμε εκτόνωση ($\Delta V > 0$):

$\Delta U_1 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Delta V$. Εφόσον $\Delta V > 0$ και $\Delta U > 0$. Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας στις ισόθερμες μεταβολές είναι μηδενική καθώς η θερμοκρασία δεν αλλάζει, οπότε:$\Delta U_2 = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 0$.

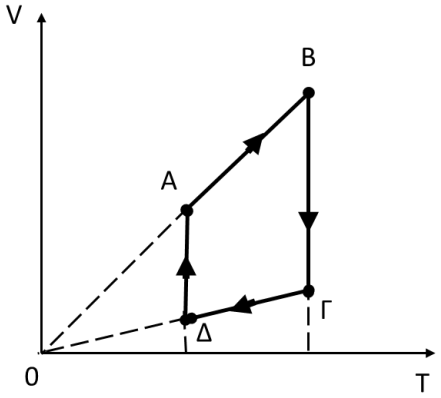
Εφαρμόζοντας τον 1ο Θερμοδυναμικό νόμο για κάθε μεταβολή έχουμε:

Μεταβολή (1): $Q_1 = W_1 + \Delta U_1$ και Μεταβολή (2): $Q_2 = W_2 + \Delta U_2$

Εφόσον $W_1 > W_2$ και $\Delta U_1 > \Delta U_2$ ισχύει και $Q_1 > Q_2$. **Μονάδες 9**

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η μεταβολή ΑΒΓΔΑ που παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα όγκου – θερμοκρασίας συγκεκριμένης ποσότητας ενός ιδανικού αερίου αποτελείται από:



(α) Δύο ισόχωρες και δύο ισόθερμες μεταβολές.

(**β**) Δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.

(**γ**) Δύο ισόχωρες και δύο ισοβαρείς μεταβολές.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημειακές μάζες $m_1 = m$ και $m_2 = m$ βρίσκονται σε απόσταση r. Στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης:
(α) η ένταση του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν
(**β**) το δυναμικό του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν
(**γ**) η ένταση και το δυναμικό του βαρυτικού τους πεδίου είναι μηδέν

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στο διάγραμμα V-T κάθε ισοβαρής μεταβολή έχει σταθερή κλίση σύμφωνα με το νόμο Gay-Lussac:

$$\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{T}} = \sigma\tau\alpha\theta. \text{για } p = \sigma\tau\alpha\theta. \text{και } n = \sigma\tau\alpha\theta$$

Επομένως, οι μεταβολές ΑΒ και ΓΔ είναι ισοβαρείς.

Επιπλέον, στο διάγραμμα V-T κάθε ισόθερμη μεταβολή είναι κάθετη στον άξονα Τ αφού:

$$T = \sigma\tau\alpha\theta. \text{και } n = \sigma\tau\alpha\theta$$

Επομένως, οι μεταβολές ΒΓ και ΔΑ είναι ισόθερμες.

Οπότε, η μεταβολή ΑΒΓΔΑ αποτελείται από δύο ισοβαρείς και δύο ισόθερμες μεταβολές.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

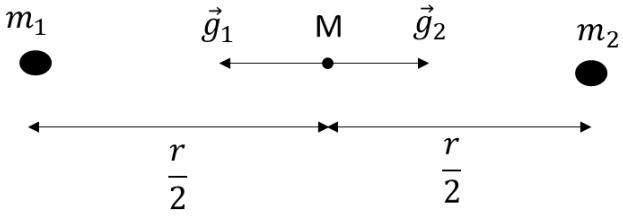
Μονάδες 4

2.2.Β.

Στο σημείο Μ η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο μαζών είναι ίση με:

$$\vec{g}_M = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 \Longrightarrow g_M = g_1 - g_2 \Longrightarrow$$

$$g_M = G \cdot \frac{m_1}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} - G \cdot \frac{m_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} \Longrightarrow g_M = 0$$



Στο σημείο Μ το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο μαζών είναι ίσο με:

$$V_M = -\frac{Gm_1}{\frac{r}{2}} - \frac{Gm_2}{\frac{r}{2}} \Longrightarrow V_M = -G\frac{4m}{r} \Longrightarrow V_M \neq 0$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και εκτελεί οριζόντια βολή. Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία το μέτρο της κατακόρυφης συνιστώσας της ταχύτητας είναι διπλάσιο από το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της, είναι ίση με:

α) $\frac{v_0}{g}$ **β)** $\frac{2v_0}{g}$ **γ)** $\frac{v_0}{2g}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου που βρίσκεται στην κατάσταση ισορροπίας Α, πρόκειται να μεταβεί στην κατάσταση ισορροπίας Β, στην οποία η πίεση και ο όγκος έχουν διπλάσια τιμή από ότι στην Α. Η μεταβολή του αερίου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους, εκτελώντας σε κάθε περίπτωση δύο διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές. Με τον τρόπο (1) οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισόχωρη – ισοβαρής, ενώ με τον τρόπο (2) οι διαδοχικές μεταβολές είναι ισοβαρής – ισόχωρη. Η ενέργεια που μεταφέρεται από το αέριο στο περιβάλλον μέσω του έργου που παράγει είναι W_1 στην πρώτη περίπτωση και W_2 στη δεύτερη.

Ο λόγος των παραπάνω αναφερόμενων έργων $\frac{W_1}{W_2}$ είναι ίσος με:

(α) 1 **(β)** 2 **(γ)** 3

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την οριζόντια βολή στον οριζόντια άξονα Χ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ενώ στον κατακόρυφο άξονα Υ εκτελεί ελεύθερη πτώση. Τη χρονική στιγμή t_1, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας του σώματος έχει μέτρο $\upsilon_\chi = \upsilon_0$ και η κατακόρυφη $\upsilon_y = g \cdot t_1$.

Όμως, $\upsilon_y = 2\,\upsilon_\chi \Rightarrow g \cdot t_1 = 2\,\upsilon_0 \Rightarrow t_1 = \frac{2\upsilon_0}{g}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

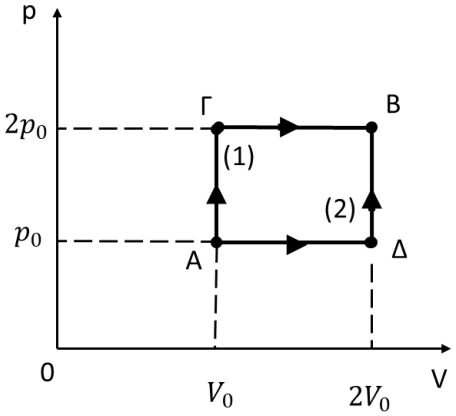
2.2.Β.

Σύμφωνα με τον τρόπο (1) το αέριο θα εκτελέσει πρώτα ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η πίεση του και στη συνέχεια ισοβαρή μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του. Απεναντίας, σύμφωνα με τον τρόπο (2) το αέριο θα εκτελέσει πρώτα ισοβαρή μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί ο όγκος του αερίου και στη συνέχεια ισόχωρη μεταβολή μέχρι να διπλασιαστεί η πίεση του. Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ κάθε μεταβολής και του άξονα V είναι ίσο με το αντίστοιχο έργο του αερίου, επομένως:

$W_1 = 2p_0(2V_0 - V_0) \Rightarrow W_1 = 2p_0 \cdot V_0 \ (1)$

και

$W_2 = p_0(2V_0 - V_0) \Rightarrow W_2 = p_0 \cdot V_0 \ (2)$



Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι: $\frac{W_1}{W_2} = 2$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο βρίσκεται ένα σώμα Σ_1 μάζας m_1 και θετικού φορτίου q_1. Στο ίδιο οριζόντιο μονωτικό επίπεδο και σε απόσταση r από το σώμα Σ_1 βρίσκεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 2m_1$ και αρνητικού φορτίου q_2. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 οι κινητικές ενέργειες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 είναι K_1 και K_2 αντίστοιχα.

Ο λόγος $\frac{K_1}{K_2}$ ισούται με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = 1$ **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$ **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα εκτοξεύεται από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος Η με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ και εκτελεί οριζόντια βολή με βεληνεκές S. Αν εκτοξεύσουμε οριζόντια το ίδιο σώμα από το ίδιο σημείο με ταχύτητα $2\vec{v}_0$, το βεληνεκές:

α) παραμένει ίδιο **β)** διπλασιάζεται **γ)** τετραπλασιάζεται

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

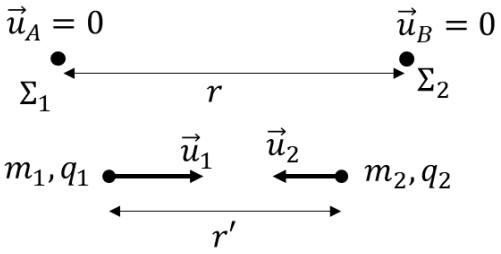
2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι μονωμένο, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Εφαρμόζουμε ΑΔΟ από την αρχική στην τελική κατάσταση του συστήματος.



Αρχικά

Τελικά

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1u_1 - m_2u_2 \Rightarrow m_1u_1 = m_2u_2 \Rightarrow m_1u_1 = 2m_1u_2 \Rightarrow u_1 = 2u_2$

Επομένως, $\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1u_1^2}{\frac{1}{2}m_2u_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1.4u_2^2}{2m_1.u_2^2} \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = 2$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την οριζόντια βολή, στον κατακόρυφο άξονα Υ το σώμα εκτελεί ελεύθερη πτώση. Αν t_π είναι το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το σώμα στο έδαφος, τότε: $H = \frac{1}{2}g \cdot {t_\pi}^2$

Το χρονικό διάστημα t_π εξαρτάται μόνο από το ύψος H και το μέτρο g της επιτάχυνσης της βαρύτητας, επομένως είναι ίδιο ανεξάρτητα από την τιμή της οριζόντιας ταχύτητας με την οποία εκτοξεύεται το σώμα.

Στον οριζόντιο άξονα Χ το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_1 = v_0 \cdot t_\pi$

Όταν το σώμα εκτοξεύεται με οριζόντια ταχύτητα $2\vec{v}_0$, το βεληνεκές είναι ίσο με: $S_2 = 2v_0 \cdot t_\pi$

Σύμφωνα με τα παραπάνω, $S_2 = 2S_1$.

Επομένως, το βεληνεκές διπλασιάζεται όταν εκτοξεύσουμε το σώμα με ταχύτητα $2\vec{v}_0$.

$x = \upsilon_0 \cdot t$ (1)

Όταν το σώμα φτάσει στο έδαφος μετατοπίζεται οριζόντια κατά $x = s$ σε χρόνο πτώσης $t = t_\pi$

Με αντικατάσταση στη σχέση (1) έχω

Με απαλοιφή του χρόνου πτώσης t_π από τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

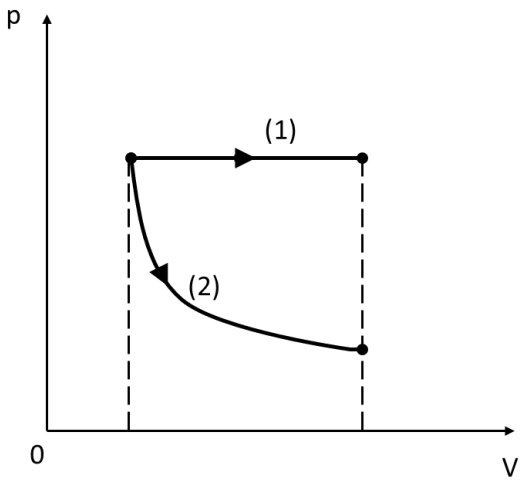
$$H = \frac{g \cdot S^2}{2\upsilon_0^2} \Longrightarrow S = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Από την παραπάνω σχέση παρατηρώ ότι το βεληνεκές S είναι ανάλογο του μέτρου της αρχικής ταχύτητας, επομένως, όταν διπλασιαστεί η αρχική ταχύτητα θα διπλασιαστεί και το βεληνεκές.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου εκτονώνεται με τους δύο διαφορετικούς τρόπους που φαίνονται στο σχήμα: (1) με ισοβαρή αντιστρεπτή μεταβολή, (2) με ισόθερμη αντιστρεπτή μεταβολή.



Για τη θερμότητα που απορροφά το αέριο στις μεταβολές (1) και (2) αντίστοιχα, ισχύει η σχέση:

(α) $Q_1 = Q_2$
(β) $Q_1 > Q_2$
(γ) $Q_1 < Q_2$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο q_1 βρίσκεται σε απόσταση $10cm$ από θετικό σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $q_2 = 1 \cdot 10^{-6}C$, οπότε το σύστημα των δύο σημειακών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_1. Αντικαθιστούμε το φορτίο q_2 με ένα άλλο φορτίο $q_2' = 3 \cdot 10^{-6}C$ και ταυτόχρονα μειώνουμε την απόσταση μεταξύ του q_1 και του q_2' έτσι ώστε να απέχουν $5cm$, οπότε το σύστημα των δύο σημειακών φορτίων έχει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια U_2. Ο λόγος $\frac{U_1}{U_2}$ ισούται με:

(α) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{2}{3}$ **(β)** $\frac{U_1}{U_2} = \frac{3}{2}$ **(γ)** $\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{6}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το εμβαδόν που περικλείεται μεταξύ κάθε μεταβολής και του άξονα V είναι ίσο με το αντίστοιχο έργο του αερίου, επομένως: $W_1 > W_2$ (1).

Η μεταβολή (1) είναι ισοβαρής εκτόνωση – θέρμανση, επομένως: $\Delta U_1 > 0$ (2)

Η μεταβολή (2) είναι ισόθερμη εκτόνωση, επομένως: $\Delta U_2 = 0$ (3)

Από τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει ότι: $\Delta U_1 > \Delta U_2$ (4)

Από τις σχέσεις (1) και (4) προκύπτει ότι: $W_1 + \Delta U_1 > W_2 + \Delta U_2$ (5)

Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο, $Q_1 = \Delta U_1 + W_1$ και $Q_2 = \Delta U_2 + W_2$, οπότε: $Q_1 > Q_2$

Μονάδες 8

2.2.

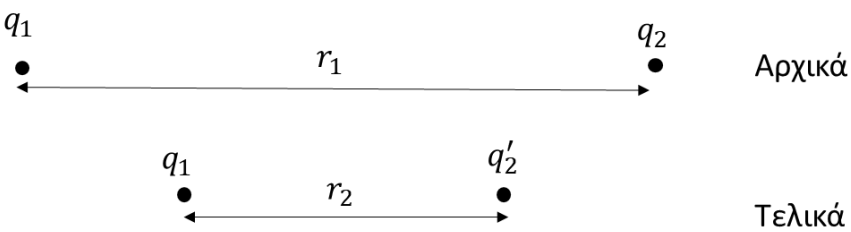
2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην αρχική θέση όπου τα δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία απέχουν απόσταση r_1, το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια:

$U_1 = K_C \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}$



Στην τελική θέση όπου τα δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία απέχουν απόσταση r_2, το σύστημα έχει δυναμική ενέργεια:

$U_2 = K_C \frac{q_1 \cdot q_2'}{r_2}$

Επομένως, $\frac{U_1}{U_2} = \frac{K_C \frac{q_1 \cdot q_2}{r_1}}{K_C \frac{q_1 \cdot q_2'}{r_2}} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{q_2 \cdot r_2}{q_2' \cdot r_1} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{3 \cdot 10^{-6} \cdot 10} \Rightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{6}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m = 1\ Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 180\ m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_o = 30\frac{m}{s}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1, σε οριζόντια απόσταση x_1 από το σημείο Ο.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τη χρονική στιγμή t_1 και την απόσταση x_1.

Μονάδες 6

4.2. Την κατακόρυφη απόσταση του σώματος από το έδαφος, h_2, τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα $\vec{v}_2$ τη χρονική στιγμή $t_2 = 3\ s$.

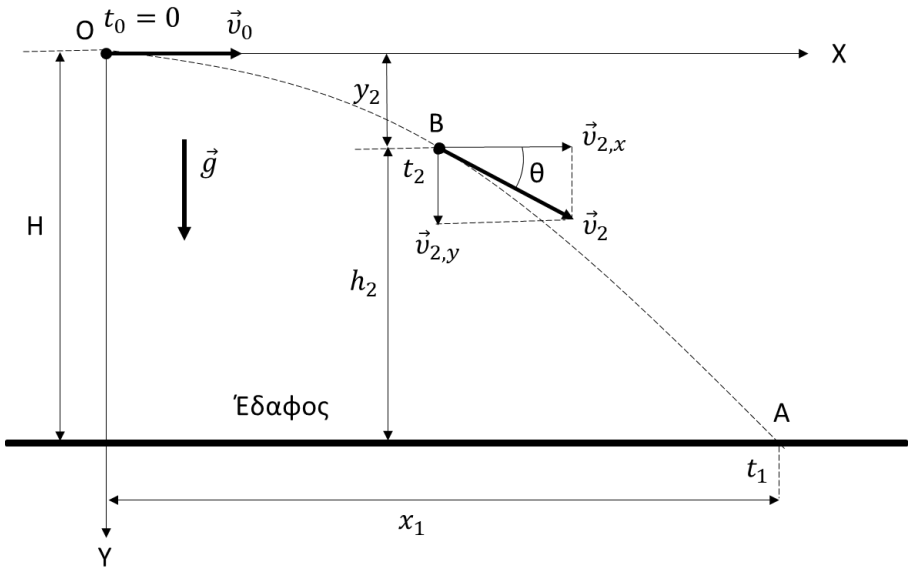
Μονάδες 6

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 4) και τη μεταβολή της ορμής του μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 (μονάδες 3).

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα Χ είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Υ ελεύθερη πτώση.



Για τη θέση Α:

$$y_1 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \implies$$

$$\implies t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_1 = 6s$$

$$x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \implies x_1 = 180\, m$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη θέση Β.

$$y_2 = \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 \implies y_2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 3^2\, m \implies y_2 = 45\, m$$

Όμως, $h_2 = H - y_2 \implies h_2 = (180 - 45)\, m \implies h_2 = 135\, m$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας: $\vec{v}_2 = \vec{v}_{2x} + \vec{v}_{2y}$

$$\upsilon_{2x} = \upsilon_0 \implies \upsilon_{2x} = 30 \frac{m}{s} \quad \text{και} \quad \upsilon_{2y} = g \cdot t_2 \implies \upsilon_{2y} = 3 \cdot 10 \frac{m}{s} \implies \upsilon_{2y} = 30 \frac{m}{s}$$

Επομένως,

$$\upsilon_2 = \sqrt{\upsilon_{2x}^2 + \upsilon_{2y}^2} \implies \upsilon_2 = \sqrt{30^2 + 30^2}\, \frac{m}{s} \implies \upsilon_2 = 30\sqrt{2}\, \frac{m}{s} \quad \text{και}$$

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_{2x}}{\upsilon_{2y}} \implies \varepsilon\varphi\theta = \frac{30}{30} \implies \varepsilon\varphi\theta = 1 \implies \theta = 45^o$$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \implies \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\varepsilon\rho\acute{o}$$

Επομένως, τη χρονική στιγμή t_2, όπως και κάθε χρονική στιγμή από $t_0 = 0$ έως t_1, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = 1 \cdot 10 \frac{Kg \cdot m}{s^2} \implies \frac{\Delta p}{\Delta t} = 10 \frac{Kg \cdot m}{s^2}$$

Επίσης, $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \implies \Delta \vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t_2 \implies \Delta \vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot (t_2 - 0) \implies \Delta \vec{p}_2 = m \cdot \vec{g} \cdot t_2$

Επομένως, η μεταβολή της ορμής από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = 1 \cdot 10 \cdot 3 \ \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p_2 = 30 \ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, εκτοξεύουμε οριζόντια ένα σώμα μάζας $m_1 = 1\,Kg$, από σημείο Ο που βρίσκεται σε ύψος $H = 45\,m$ από το έδαφος, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_o = 10\frac{m}{s}$. Την ίδια χρονική στιγμή αφήνουμε από το ίδιο σημείο Ο ένα δεύτερο σώμα $m_2 = 2\,Kg$. Το πρώτο σώμα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή t_1 και το δεύτερο τη χρονική στιγμή t_2.
Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\frac{m}{s^2}$.
Να υπολογίσετε:

4.1. Τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2.

Μονάδες 6

4.2. Τη μέγιστη οριζόντια απόσταση των δυο σωμάτων.

Μονάδες 6

4.3. Την κατακόρυφη απόσταση κάθε σώματος από το έδαφος, τη χρονική στιγμή $t_3 = 1\,s$.

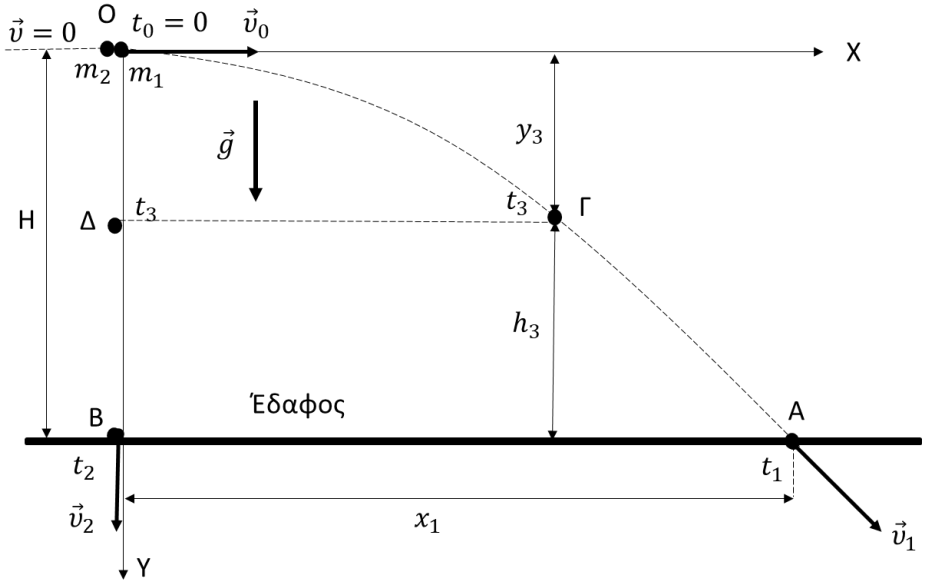
Μονάδες 6

4.4. Τη μεταβολή της ορμής κάθε σώματος από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί οριζόντια βολή. Αναλύουμε την κίνηση σε δύο απλές. Η κίνηση στον οριζόντιο άξονα Χ είναι ευθύγραμμη ομαλή και στον κατακόρυφο άξονα Υ ελεύθερη πτώση. Το σώμα μάζας m_2 εκτελεί ελεύθερη πτώση.



Για τη θέση Α:

$y_1 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = H \implies$

$\implies t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_1 = 3s$

Για τη θέση Β:

$y_2 = H \implies \frac{1}{2} g \cdot t_2^2 = H \implies t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \implies t_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{10}} s \implies t_2 = 3s$

Παρατηρούμε ότι $t_1 = t_2 = 3s$. Αυτό οφείλεται στο ότι τα δύο σώματα εκτελούν την ίδια κίνηση στον άξονα Υ.

Μονάδες 6

4.2. Αφού τα δύο σώματα ξεκίνησαν ταυτόχρονα την ίδια κίνηση στον κατακόρυφο άξονα Υ και από το ίδιο ύψος, θα βρίσκονται κάθε χρονική στιγμή στην ίδια κατακόρυφη απόσταση από το έδαφος, ενώ η μεταξύ τους οριζόντια απόσταση αυξάνει συνέχεια λόγω της οριζόντιας κίνησης του σώματος μάζας m_1 στον οριζόντιο άξονα Χ. Η απόσταση των δύο σωμάτων είναι μέγιστη τη στιγμή που φτάνουν ταυτόχρονα στο έδαφος και είναι ίση με x_1.

$x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 \implies x_1 = 10 \cdot 3\, m \implies x_1 = 30\, m$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_3 τα δύο σώματα έχουν την ίδια κατακόρυφη μετατόπιση y_3.

$$y_3 = \frac{1}{2} g \cdot t_3^2 \implies y_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 1^2\, m \implies y_3 = 5\, m$$

Όμως, $h_3 = H - y_3 \implies h_3 = (45 - 5)\, m \implies h_3 = 40\, m$

Μονάδες 6

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \implies \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{o}$

Επομένως, $\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = m \cdot \vec{g} \implies \Delta \vec{p} = m \cdot \vec{g} \cdot \Delta t$

Η μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot g \cdot t_1 \implies \Delta p_1 = 1 \cdot 10 \cdot 3\, \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p_1 = 30\, \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Το ίδιο ισχύει για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_2 από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_2. Δηλαδή, έχει κατακόρυφη διεύθυνση με φορά προς τα κάτω και μέτρο:

$$\Delta p_2 = m_2 \cdot g \cdot t_2 \implies \Delta p_2 = 2 \cdot 10 \cdot 3 \ \frac{Kg \cdot m}{s} \implies \Delta p_2 = 60 \ \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο φορτισμένα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 έχουν μάζες $m_1 = 10^{-6}Kg$ και $m_2 = 2 \cdot 10^{-6}Kg$ και ηλεκτρικά φορτία $q_1 = -5\mu C$ και $q_2 = -10\mu C$ αντίστοιχα. Τα σωματίδια Σ_1 και Σ_2 βρίσκονται αρχικά σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το Σ_1 με ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει κατεύθυνση προς το Σ_2 και μέτρο $v_0 = 3 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$. Το σωματίδιο Σ_2 συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό.
Η αντίσταση του αέρα, οι τριβές και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_C = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$.

4.1. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση r_1, από το Σ_2, στην οποία θα φτάσει το Σ_1.

Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή t_1 που τα σωματίδια βρίσκονται σε απόσταση r_1 απελευθερώνουμε το σωματίδιο Σ_2.
4.2. Να υπολογίσετε το λόγο $\frac{a_1}{a_2}$ των μέτρων των επιταχύνσεων των δύο σωματιδίων αμέσως μετά τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία η απόσταση των σωματιδίων είναι $r_2 = 3r_1$.

Μονάδες 8

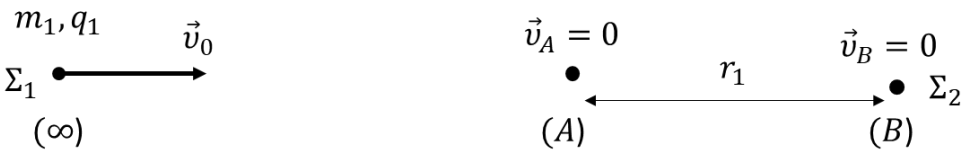
4.4. Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σωματιδίου τη χρονική στιγμή t_2.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1.

Έστω Α το σημείο στο οποίο μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του Σ_1. Στη θέση αυτή η απόσταση των δύο σωματιδίων είναι η ελάχιστη.



Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του Σ_1 από το (∞) στο (Α).

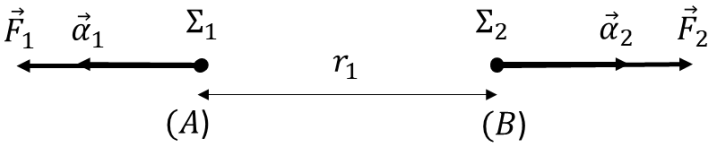
$$\Delta K = W_{\infty\to A} \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = q_1(V_\infty - V_A) \Rightarrow -\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = q_1\left(0 - K_C\frac{q_2}{r_1}\right) \Rightarrow r_1 = \frac{2K_C q_1 q_2}{m_1\upsilon_0^2}$$

Επομένως, $r_1 = \frac{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot(-5\cdot 10^{-6})\cdot(-10\cdot 10^{-6})}{10^{-6}\cdot 9\cdot 10^8} m \Rightarrow r_1 = 10^{-3}m$

Μονάδες 6

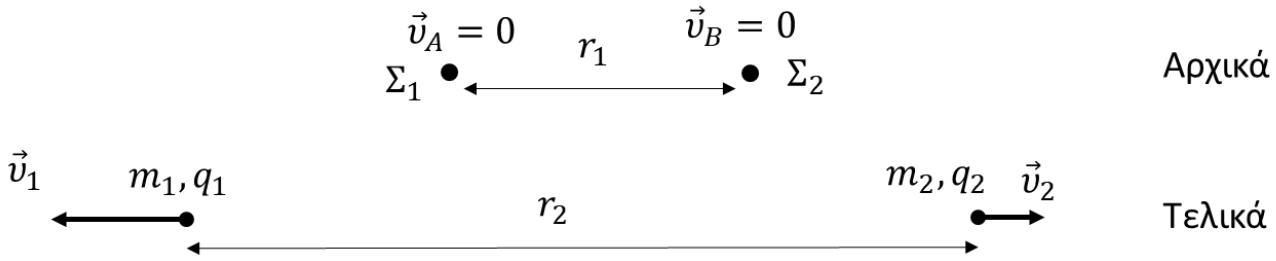
4.2. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωματιδίων είναι αντίθετες γιατί είναι δυνάμεις δράσης – αντίδρασης, $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$. Σύμφωνα με το θεμελιώδη νόμο της μηχανικής: $F_1 = m_1 a_1$ και $F_2 = m_2 a_2$. Επομένως,

$m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = 2$.



Μονάδες 6

4.3.



Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο αφού $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Σύμφωνα με την ΑΔΟ:

$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \Rightarrow m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2 \Rightarrow \upsilon_1 = 2\upsilon_2$ (1)

Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων είναι διατηρητικές, επομένως η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται.

$$E_{\mu\eta\chi,\alpha\rho\chi} = E_{\mu\eta\chi,\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_C\frac{q_1 q_2}{r_1} = K_C\frac{q_1 q_2}{r_2} + \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 \quad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2K_C q_1 q_2}{9m_1 r_1}}$

Με αντικατάσταση προκύπτει ότι: $\upsilon_2 = 10^4\frac{m}{s}$, επομένως $\upsilon_1 = 2\cdot 10^4\frac{m}{s}$.

Μονάδες 8

4.4. Σύμφωνα με τη γενικότερη διατύπωση του θεμελιώδους νόμου της μηχανικής:

$\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = F_1$ και $\frac{\Delta p_2}{\Delta t} = F_2$, επομένως: $\frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = K_C \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r_2^2} \Rightarrow \frac{\Delta p_1}{\Delta t} = \frac{\Delta p_2}{\Delta t} = 5 \cdot 10^4 N$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Από σημείο Ο κατακόρυφου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης $\vec{E}$ που έχει μέτρο $E = 1000\frac{V}{m}$ και φορά προς τα πάνω, εκτοξεύεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, σε κατεύθυνση αντίθετη από τις δυναμικές γραμμές φορτισμένο σωματίδιο με ειδικό φορτίο $\frac{q}{m} = 1 \cdot 10^{11}\frac{C}{Kg}$, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_0$ που έχει μέτρο $v_0 = 5 \cdot 10^6\frac{m}{s}$. Να θεωρήσετε ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και οι πάσης φύσεως αντιστάσεις στην κίνηση του σωματιδίου είναι ασήμαντες.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο και να καθορίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει.

Μονάδες 6

4.2. Να καθορίσετε τη χρονική στιγμή t_1 και τη θέση Α στην οποία μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητα του σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.3. Να καθορίσετε την ταχύτητα του σωματιδίου και τη χρονική στιγμή t_2 κατά την οποία επιστρέφει στο σημείο Ο. Να δώσετε μια ενεργειακή εξήγηση για την τιμή της ταχύτητας επιστροφής στο Ο.

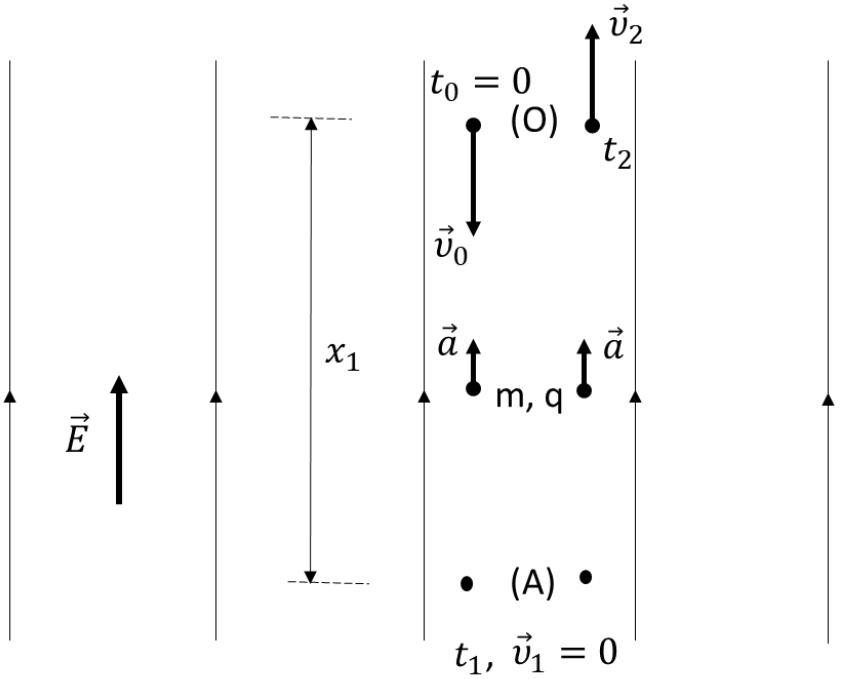
Μονάδες 8

4.4. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Ο και Α.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο m, q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο σταθερή δύναμη $\vec{F} = \vec{E} \cdot q$. Επειδή η δύναμη $\vec{F}$ είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σωματίδιο, έχουμε:
$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{E} \cdot q \Rightarrow \vec{a} = \vec{E} \cdot \frac{q}{m}$.
Η επιτάχυνση $\vec{a}$ που αποκτά το σωματίδιο είναι σταθερή και αντίρροπη της αρχικής του ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.
Επομένως το σωματίδιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.
Το μέτρο της επιτάχυνσης είναι ίσο με:
$a = E \cdot \frac{q}{m} \Rightarrow a = 10^3 \cdot 10^{11} \frac{m}{s^2}$
Επομένως, $a = 10^{14} \frac{m}{s^2}$



Μονάδες 6

4.2. Η ταχύτητα του σωματιδίου μηδενίζεται στιγμιαία στο σημείο Α τη χρονική στιγμή t_1.
$\upsilon_1 = 0 \Rightarrow \upsilon_0 - a t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_0}{a} \Rightarrow t_1 = \frac{5 \cdot 10^6}{10^{14}}\, s \Rightarrow t_1 = 5 \cdot 10^{-8} s$
$x_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow x_1 = \left(5 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-8} - \frac{1}{2} 10^{14} \cdot 25 \cdot 10^{-16}\right) m \Rightarrow x_1 = 0{,}125\, m$

Μονάδες 6

4.3. Τη χρονική στιγμή t_2 το σωματίδιο επιστρέφει στο σημείο Ο με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Η μετατόπιση x_2 τη χρονική στιγμή t_2 θα είναι:

$x_2 = 0 \Rightarrow 0 = u_0 t_2 - \frac{1}{2} a t_2^2 \overset{(t_2 \neq 0)}{\Longrightarrow} t_2 = \frac{2\upsilon_0}{a} \Rightarrow t_2 = 10 \cdot 10^{-8} s$
$\upsilon_2 = \upsilon_0 - a t_2 \Rightarrow \upsilon_2 = \upsilon_0 - a \frac{2\upsilon_0}{a} \Rightarrow \upsilon_2 = -\upsilon_0 \Rightarrow \upsilon_2 = -5 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$
Παρατηρούμε ότι $|\upsilon_2| = \upsilon_0$. Αυτό συμβαίνει επειδή η διαδρομή $O \to A \to O$ είναι κλειστή και το ομογενές πεδίο είναι διατηρητικό, επομένως $W_{O \to A \to O} = 0$.
Σύμφωνα με το ΘΜΚΕ: $\Delta K = W_{O \to A \to O} \Rightarrow \frac{1}{2} m \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} m \upsilon_0^2 = 0 \Rightarrow |\upsilon_2| = \upsilon_0$

Μονάδες 8

4.4. Τα σημείο Ο και Α ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου επομένως:
$E = \frac{V_{AO}}{x_1} \Rightarrow V_{AO} = E \cdot x_1 \Rightarrow V_{AO} = 10^3 \cdot 0{,}125\, V \Rightarrow V_{AO} = 125\, V$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, που έχει μάζα $m = 10^{-6}\, kg$ και φορτίο $q = +1\, \mu C$, εκτοξεύεται, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_0$, μέτρου $v_0 = 2 \cdot 10^2\, \frac{m}{s}$, παράλληλα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου έντασης μέτρου $E = 10^2\, \frac{N}{C}$. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου είναι οριζόντιες, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{v}_0$.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση της κίνησης του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου.

Μονάδες 6

4.2. Πόση είναι η ταχύτητα του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\, s$;

Μονάδες 6

4.3. Πόσο είναι το έργο της ηλεκτρικής δύναμης, που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο, από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 1\, s$;

Μονάδες 6

4.4. Πόση είναι η διαφορά δυναμικού των θέσεων του σημειακού φορτισμένου σωματιδίου τις χρονικές στιγμές $t_0 = 0$ και $t_1 = 1\, s$;

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο φορτισμένο σωματίδιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη από το ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύουν:

$$\left|F_{\eta\lambda}\right| = |E| \cdot q = 10^{-4}\, N.$$

$$\left|F_{\eta\lambda}\right| = m \cdot |\alpha|\,,\ |\alpha| = \frac{\left|F_{\eta\lambda}\right|}{m}\,,\ |\alpha| = 10^2\ \frac{m}{s^2}$$

Το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σημειακό φορτισμένο σωματίδιο είναι $|\alpha| = 10^2\ \frac{m}{s^2}$. Η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$, αφού αυτή είναι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο σημειακό φορτισμένο σωματίδιο (θεμελιώδης νόμος της μηχανικής του Newton). Η κατεύθυνση της ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}_{\eta\lambda}$ είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου, επειδή το φορτίο q του σωματιδίου είναι θετικό. Η ένταση $\vec{E}$ του ομογενούς ηλεκτροστατικού πεδίου είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$, αφού εφάπτεται στις δυναμικές γραμμές και έχει την ίδια φορά με αυτές. Έτσι, η κατεύθυνση της επιτάχυνσης $\vec{\alpha}$ είναι οριζόντια, με φορά ίδια με τη φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_0$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει: $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha \cdot t_1 = 3 \cdot 10^2\ \frac{m}{s}$

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει:

$\Delta K = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}\,,\ W_{\vec{F}_{\eta\lambda}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon_0^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (\upsilon^2 - \upsilon_0^2) =$
$= 2{,}5 \cdot 10^{-2}\, J.$

Μονάδες 6

4.4. Ισχύει: $x_1 = \upsilon_0 \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t_1^2 = 250\, m$ και

$$E = \frac{V_1 - V_0}{x_1}\,,\ V_1 - V_0 = E \cdot x_1 = 2{,}5 \cdot 10^4\ V$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Πρωτόνιο επιταχύνεται από την ηρεμία, από σταθερή τάση V και αποκτά κινητική ενέργεια $K = 200\ \text{eV}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη σταθερή τάση V.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας που αποκτά το πρωτόνιο.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του ηλεκτροστατικού πεδίου που επιταχύνει το πρωτόνιο, αν αυτό θεωρηθεί ομογενές και η μετατόπιση του πρωτονίου, από την αρχική του θέση, μέχρι να γίνει μέγιστη η ταχύτητά του, έχει μέτρο $\Delta x = 10\ \text{cm}$.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το μέσο ρυθμό αύξησης της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου, κατά την επιταχυνόμενη κίνησή του.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε ότι στο πρωτόνιο ασκείται μόνο η ηλεκτρική δύναμη που το επιταχύνει. Δίνονται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$ και το φορτίο του $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Ισχύει $\Delta K_{AB} = W_{\vec{F}_{\eta\lambda}}$, $K_B - K_A = e \cdot V$, $V = 200\,V$.

Μονάδες 6

4.2. Ισχύει $K = \frac{1}{2} \cdot m_p \cdot \upsilon^2$, $\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot K}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}}}\ \frac{m}{s} = 2 \cdot 10^5\ \frac{m}{s}$.

Μονάδες 6

4.3. Ισχύει $E = \frac{V}{\Delta x} = 2 \cdot 10^3\ \frac{N}{C}$.

Μονάδες 6

4.4. Η ηλεκτρική δύναμη που ασκείται στο πρωτόνιο έχει μέτρο $F_{\eta\lambda} = E \cdot e$. Η επιτάχυνση με την οποία επιταχύνεται το πρωτόνιο έχει μέτρο $\alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m_p} = \frac{E \cdot e}{m_p}$. Το πρωτόνιο επιταχύνεται για χρονικό διάστημα $\upsilon = \alpha \cdot \Delta t$, $\Delta t = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\upsilon \cdot m_p}{E \cdot e}$. Έτσι, ο μέσος ρυθμός αύξησης της κινητικής ενέργειας του πρωτονίου, κατά την επιτάχυνσή του είναι $\frac{\overline{\Delta K}}{\Delta t} = \frac{K}{\Delta t} = \frac{K \cdot E \cdot e}{\upsilon \cdot m_p} = 3{,}2 \cdot 10^{-11}\ \frac{J}{s}$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτελεί οριζόντια βολή, από ύψος H, με αρχική ταχύτητα $\vec{v}_o$. Το βεληνεκές της είναι ίσο με S_1. Αν το ίδιο σώμα εκτελέσει οριζόντια βολή από ύψος $4H$, με την ίδια αρχική οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_o$, τότε το βεληνεκές:

(α) δε μεταβάλλεται.
(β) υποδιπλασιάζεται.
(γ) διπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι το σώμα δέχεται μόνο το βάρος του, που είναι σταθερό.

2.2. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_1 και $R_2 = 2 \cdot R_1$ αντίστοιχα, ενώ οι συχνότητες περιστροφής τους συνδέονται με τη σχέση $f_2 = \frac{f_1}{4}$.
Για τα μέτρα υ_A και υ_B των γραμμικών ταχυτήτων των δύο κινητών, ισχύει η σχέση:

(α) $\upsilon_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \upsilon_1$, **(β)** $\upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$, **(γ)** $\upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το βεληνεκές είναι ανάλογο του ολικού χρόνου πτώσης του σώματος και δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$, υπολογίζεται ως εξής:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}$$

Όταν το ύψος από το οποίο βάλλεται το σώμα γίνει ίσο με $4H$, τότε ο ολικός χρόνος πτώσης διπλασιάζεται. Συνεπώς, διπλασιάζεται και το οριζόντιο βεληνεκές.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η σχέση που συνδέει το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας με τη συχνότητα είναι:

$$\upsilon = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot f$$

Για το 1ο σώμα:

$$\upsilon_1 = 2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot f_1 \ (1)$$

Για το 2ο σώμα:

$$\upsilon_2 = 2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot f_2 \ (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη $\frac{(1)}{(2)}$:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot f_1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot f_2}, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{R_1 \cdot f_1}{R_2 \cdot f_2}, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{R_1 \cdot f_1}{2 \cdot R_1 \cdot \frac{f_1}{4}}, \quad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2, \quad \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, ακτίνας R, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η περίοδος της κίνησης του σώματος είναι ίση με T. Αν το σώμα αυτό, κινηθεί σε κυκλική τροχιά διπλάσιας ακτίνας και η περίοδος περιστροφής παραμείνει η ίδια, τότε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της νέας κίνησης θα:

(α) διπλασιαστεί.
(β) υποδιπλασιαστεί.
(γ) παραμείνει το ίδιο.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σφαίρα Α, μάζας $m_1 = m$,που κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου υ και κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με άλλη ακίνητη σφαίρα Β, διπλάσιας μάζας ($m_2 = 2 \cdot m_1$), που βρίσκεται στο ίδιο δάπεδο. Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος μετά την κρούση είναι:

(α) $\frac{K}{4}$, **(β)** $\frac{K}{3}$, **(γ)** $\frac{3 \cdot K}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η γραμμική ταχύτητα δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}$$

Αν $R' = 2 \cdot R$, τότε η γραμμική ταχύτητα γίνεται:

$$\upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot R'}{T}, \quad \upsilon' = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T}, \quad \upsilon' = 2 \cdot \upsilon$$

Άρα, θα διπλασιαστεί.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για το μονωμένο σύστημα η ορμή διατηρείται:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$$

$$m \cdot \upsilon = (m + 2 \cdot m) \cdot v, \quad v = \frac{\upsilon}{3}$$

Η αρχική κινητική ενέργεια του σώματος Α είναι:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι:

$$K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot (m + 2 \cdot m) \cdot v^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot m \cdot \left(\frac{\upsilon}{3}\right)^2, \quad K_\sigma = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot m \cdot \upsilon^2, \quad K_\sigma = \frac{K}{3}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας m εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κυκλική τροχιά ακτίνας R, με γραμμική ταχύτητα μέτρου υ. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (ΔK) του σώματος, κατά τη χρονική διάρκεια που διανύει ένα ημικύκλιο, ισούται με:

(α) 0.
(β) $\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2$.
(γ) $m \cdot \upsilon^2$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι έχει μάζα m_1 και το δεύτερο m_2, ενώ τα δύο κομμάτια εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2 αντίστοιχα.
Αν γνωρίζετε ότι το βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, οι μάζες m_1 και m_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{m_1}{m_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, συνεπώς, το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας παραμένει σταθερό.

Η κινητική ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2.$$

Άρα, και η κινητική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας είναι:

$$\Delta K = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}, \qquad \Delta K = K - K, \;\; \Delta K = 0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με ταχύτητες μέτρων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}\,.$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \qquad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{1,} \;\; \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda,} \;\; \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1$$

Κατά την έκρηξη διατηρείται η ορμή:

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2,$$

$$m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot \upsilon_2, \;\; m_1 \cdot \upsilon_1 = m_2 \cdot 2 \cdot \upsilon_1, \;\; m_1 = 2 \cdot m_2, \;\; \frac{m_1}{m_2} = 2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, στην οποία η απόλυτη θερμοκρασία του είναι T και η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του είναι $\overline{K}$. Προκειμένου να διπλασιαστεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου θα πρέπει η θερμοκρασία του, στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, να είναι:

(α) T, **(β)** $2 \cdot T$, **(γ)** $\frac{T}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για τις αποστάσεις r_A και $r_B > R_\Gamma$ (R_Γ η μέση ακτίνα της Γης) δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, από το κέντρο της Γης, ισχύει $r_A = 2 \cdot r_B$. Για τα μέτρα των εντάσεων του πεδίου βαρύτητας της Γης g_A και g_B, στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, ισχύει:

(α) $g_A = \frac{g_B}{4}$, **(β)** $g_A = 4 \cdot g_B$, **(γ)** $g_A = \frac{g_B}{2}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Ισχύει: $\overline{K} = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T$, οπότε η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ποσότητας ιδανικού, μονοατομικού αερίου, που βρίσκεται σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας του.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $r_A = 2 \cdot r_B,\ r_A^2 = 4 \cdot r_B^2,\ G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_A^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{M_\Gamma}{r_B^2},\ g_A = \frac{g_B}{4}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η διαφορά δυναμικού $V_A - V_B$ δύο σημείων Α και Β αντίστοιχα, ενός πεδίου βαρύτητας είναι θετική. Αυτό σημαίνει ότι:

(α) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Α στο σημείο Β απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια,

(β) για να μεταφερθεί σημειακή μάζα m από το σημείο Β στο σημείο Α δεν απαιτείται να προσφερθεί ενέργεια,

(γ) κατά τη μεταφορά σημειακής μάζας m από το σημείο Α στο σημείο Β, το έργο της δύναμης του πεδίου είναι θετικό.

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Κατά την αδιαβατική εκτόνωση ποσότητας ιδανικού αερίου, η θερμοκρασία του αερίου:

(α) αυξάνεται, **(β)** ελαττώνεται, **(γ)** παραμένει σταθερή

2.2.Α.Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Το έργο της βαρυτικής δύναμης υπολογίζεται από τη σχέση: $W_{\vec{w}} = (V_A - V_B) \cdot m$ και συνεπώς είναι θετικό (παραγόμενο).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Από τον πρώτο (1ο) Θερμοδυναμικό Νόμο ισχύει: $Q = \Delta U + W$. Στην αδιαβατική μεταβολή όμως $Q = 0$. Έτσι, $0 = \Delta U + W$, $\Delta U = -W$. Κατά την εκτόνωση: $W > 0$, οπότε: $\Delta U < 0$, $\Delta T < 0$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σημειακά αντικείμενα 1 και 2, τα οποία κινούνται στην ευθεία που ορίζουν, συγκρούονται. Αν $|\Delta p_1|$ είναι το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού αντικειμένου 1 και $|\Delta p_2|$ το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σημειακού αντικειμένου 2 κατά τη διάρκεια της κρούσης τους, τότε:

(α) $|\Delta p_1| = |\Delta p_2|$, **(β)** $|\Delta p_1| = -|\Delta p_2|$, **(γ)** $|\Delta p_1| = |\Delta p_2| = 0$

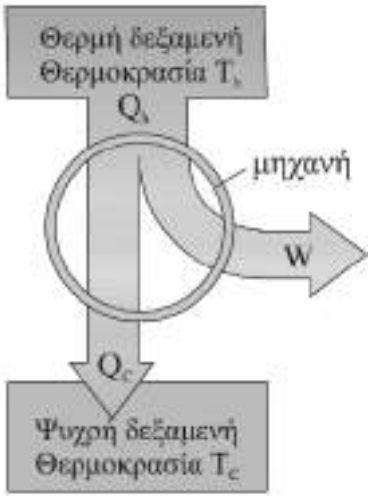
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η αρχή λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής απεικονίζεται στην παρακάτω εικόνα. Ισχύει:



(α) $Q_h = Q_c$, **(β)** $|Q_c| < Q_h$, **(γ)** $Q_h < |Q_c|$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, κατά τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε:

$$p_1 + p_2 = p_1' + p_2',\ p_1 - p_1' = p_2' - p_2,\ -\Delta p_1 = \Delta p_2,\ |\Delta p_1| = |\Delta p_2|$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β).

Μονάδες 4

2.2.Β. Η θερμότητα Q_c, δηλαδή η θερμότητα που εκλύεται στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται αρνητική. Η θερμότητα Q_h, δηλαδή η θερμότητα που απορροφάται από τη θερμή δεξαμενή σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται θετική. Το έργο W, που παράγεται σε κάθε κύκλο λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής, λογίζεται θετικό. Έτσι, από τη μαθηματική έκφραση της αρχής διατήρησης της ενέργειας για τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής: $Q_h = |Q_c| + W,\ |Q_c| < Q_h$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σημειακό αντικείμενο μάζας m, κινούμενο με ταχύτητα υ, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με αρχικά ακίνητο σημειακό αντικείμενο μάζας M, το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί. Αν το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι 75%, τότε :

(α) $M = 3 \cdot m$, **(β)** $M = m$, **(γ)** $M = \frac{m}{3}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο λειτουργίας της θερμότητα 10000 J από τη θερμή δεξαμενή θερμότητας και έχει απόδοση 50%. Η θερμότητα που αποβάλλει η θερμική μηχανή, σε κάθε κύκλο λειτουργίας της, στην ψυχρή δεξαμενή θερμότητας είναι:

α) $5000\,J$, **(β)** $10000\,J$, **(γ)** $2500\,J$

2.2.Α.
Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής, αφού το σύστημα είναι μονωμένο, έχουμε:

$$m \cdot \upsilon = (m + M) \cdot v, \, v = \frac{m \cdot \upsilon}{M + m} \, [1]$$

Η θερμότητα που ρέει στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$Q = |\Delta K_{συστ}| = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2}{M + m} \cdot \upsilon^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 \left(1 - \frac{m}{M + m}\right) \, [2]$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του βλήματος που ρέει ως θερμότητα στο περιβάλλον, κατά τη διάρκεια της κρούσης, είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} = 75\%, \, 1 - \frac{m}{M + m} = \frac{3}{4}, \, \frac{m}{M + m} = \frac{1}{4}, \, M = 3 \cdot m$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει:

$$\alpha = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}, \, \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \alpha = 0{,}5, \, |Q_c| = 0{,}5 \cdot Q_h = 5000 \, J$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Όχημα κινείται σε κυκλική πλατεία με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Αν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του, τότε το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης:

(α) παραμένει σταθερό.
(β) διπλασιάζεται.
(γ) τετραπλασιάζεται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια βόμβα μάζας m βρίσκεται στιγμιαία ακίνητη σε ύψος H από την επιφάνεια της Γης. Τη στιγμή εκείνη, εκρήγνυται σε δύο κομμάτια, που εκτοξεύονται οριζόντια με ταχύτητες μέτρου υ_1 και υ_2 αντίστοιχα. Αν γνωρίζετε ότι το οριζόντιο βεληνεκές S_2 του δεύτερου κομματιού είναι διπλάσιο του οριζόντιου βεληνεκούς S_1 του πρώτου κομματιού τότε, τα μέτρα των ταχυτήτων υ_1 και υ_2 ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{2}$, **(γ)** $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 2$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση είναι η (γ).

Μονάδες 4

2.1.Β. Η κεντρομόλος δύναμη δίνεται από τη σχέση:

$$F_{\kappa} = \frac{m \cdot \upsilon^2}{R} \ .$$

Αν διπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητας, τότε το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης θα γίνει ίσο με:

$$F'_{\kappa} = \frac{m \cdot (2 \cdot \upsilon)^2}{R}, \qquad F'_{\kappa} = \frac{m \cdot 4 \cdot \upsilon^2}{R}, \quad F'_{\kappa} = 4 \cdot \frac{m \cdot \upsilon^2}{R} \ , \quad F'_{\kappa} = 4 \cdot F_{\kappa}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση είναι η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Τα δύο κομμάτια, εκτελούν οριζόντια βολή με μέτρα ταχυτήτων υ_1 και υ_2, αντίστοιχα.

Ο ολικός χρόνος πτώσης $t_{o\lambda}$ είναι ο ίδιος και για τα δύο σώματα, αφού:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}} \ .$$

Το οριζόντιο βεληνεκές δίνεται από τη σχέση:

$$S = \upsilon_o \cdot t_{o\lambda}.$$

Είναι:

$$S_2 = 2 \cdot S_1, \qquad \upsilon_2 \cdot t_2 = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_1, \ \ \upsilon_2 \cdot t_{o\lambda} = 2 \cdot \upsilon_1 \cdot t_{o\lambda}, \ \ \upsilon_2 = 2 \cdot \upsilon_1, \qquad \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος $H = 125m$, σε σχέση με το έδαφος, με αρχική ταχύτητα v_o. Αν γνωρίζετε ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με $g = 10\,\frac{m}{s^2}$, να προσδιορίσετε:

4.1. το χρόνο που χρειάστηκε για να φθάσει στο έδαφος.

Μονάδες 5

4.2. Αν η οριζόντια απόσταση, που διήνυσε μέχρι να φτάσει στο έδαφος, είναι $S = 50\,m$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας v_o με την οποία εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 5

4.3. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.4. Ποια χρονική στιγμή t_1 το σώμα περνάει από ένα σημείο Α που βρίσκεται σε ύψος $h_1 = 25m$ από το έδαφος;

Μονάδες 8

Να θεωρήσετε ότι στο σώμα ασκείται μόνο το βάρος του.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2, H = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_{o\lambda}^2, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2\cdot H}{g}}, \qquad t_{o\lambda} = \sqrt{\frac{2\cdot 125}{10}}s, \qquad t_{o\lambda} = 5s$$

Μονάδες 5

4.2. Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = \upsilon_o\cdot t, \qquad S = \upsilon_o\cdot t_{o\lambda}, \qquad \upsilon_o = \frac{S}{t_{o\lambda}}, \ \upsilon_o = \frac{50}{5}\frac{m}{s}, \upsilon_o = 10\frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.3.

Η μηχανική ενέργεια διατηρείται.

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}, \qquad \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon_o^2 + m\cdot g\cdot H = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 + 0,$$

$$\upsilon^2 = \upsilon_o^2 + 2\cdot g\cdot H, \qquad \upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + 2\cdot g\cdot H},$$

$$\upsilon = \sqrt{10^2 + 2\cdot 10\cdot 125}\ \frac{m}{s}, \upsilon = \sqrt{2600}\frac{m}{s} = 10\cdot\sqrt{26}\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Αν y_1 η κατακόρυφη απομάκρυνση του σώματος τη χρονική στιγμή t_1, τότε

$$H = h + y_1, \qquad y_1 = H - h, \qquad y_1 = 125m - 25m, \qquad y_1 = 100m,$$

$$\frac{1}{2}\cdot g\cdot t_1^2 = y_1,\ t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot y_1}{g}} = \sqrt{20}s = 2\cdot\sqrt{5}\,s$$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Ακίνητο πυροβόλο, βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, στην άκρη γκρεμού και σε ύψος H από οριζόντιο έδαφος. Από το πυροβόλο αυτό, του οποίου η μάζα είναι $M = 100\text{Kg}$, εκτοξεύεται βλήμα μάζας $m = 5\text{Kg}$ με οριζόντια ταχύτητα, μέτρου $\upsilon_o = 100\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4.1. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το πυροβόλο μετά την εκπυρσοκρότηση, θεωρώντας ότι αυτή διαρκεί αμελητέο χρονικό διάστημα.

Μονάδες 6

4.2. Αν το πυροβόλο έχει με το δάπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0{,}5$, να προσδιορίσετε τη μετατόπισή του μέχρι να σταματήσει.

Μονάδες 6

4.3. Το βλήμα που εκτοξεύτηκε, εκτελεί οριζόντια βολή και φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 50\sqrt{5}\ \frac{m}{s}$. Να προσδιορίσετε τη χρονική στιγμή κατά την οποία το βλήμα φτάνει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.4. Να προσδιορίσετε το ύψος H, από το οποίο εκτοξεύτηκε το βλήμα καθώς και τη μέγιστη οριζόντια απομάκρυνσή του (οριζόντιο βεληνεκές).

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα αγνοούνται.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για το μονωμένο σύστημα πυροβόλο – βλήμα η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 = -M \cdot v + m \cdot v_{0,} \quad v = \frac{m \cdot v_0}{M}, v = \frac{5 \cdot 100}{100}\frac{m}{s}, \qquad v = 5\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{N}} + W_{\vec{T}}, \quad 0 - K_{\alpha\rho\chi} = 0 + 0 - T \cdot \Delta x, \qquad -K_{\alpha\rho\chi} = -\mu \cdot N \cdot \Delta x,$$

$$\frac{1}{2} \cdot M \cdot v^2 = \mu \cdot M \cdot g \cdot \Delta x, \qquad \Delta x = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}, \quad \Delta x = 2{,}5m$$

Μονάδες 6

4.3. Η μηχανική ενέργεια διατηρείται, συνεπώς:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}, \qquad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_o^2 + m \cdot g \cdot H = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + 0,$$

$$v^2 = v_o^2 + 2 \cdot g \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad v^2 = v_o^2 + g^2 \cdot t^2, \qquad \left(50\sqrt{5}\right)^2 = 100^2 + 10^2 \cdot t^2, \qquad t = 5s$$

Μονάδες 7

4.4. Το σώμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \ , \qquad H = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2 m, \quad H = 125m$$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = v_o \cdot t, \qquad S = v_o \cdot t_{o\lambda}, \ S = 100 \cdot 5\, m, \qquad S = 500m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Βλήμα μάζας $m = 0{,}02\text{Kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $\upsilon = 200\ \frac{m}{s}$ και σφηνώνεται σε ξύλινο στόχο μάζας $M = 0{,}98\text{Kg}$, που βρίσκεται ακίνητος πάνω σε λείο τραπέζι, σε ύψος $H = 1{,}25\text{m}$, από οριζόντιο δάπεδο. Να βρεθεί:

4.1. η ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως, μετά την κρούση,

Μονάδες 6

4.2. η μεταβολή της ορμής του βλήματος, κατά τη διάρκεια της ενσφήνωσης,

Μονάδες 6

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα, αν γνωρίζετε ότι η κρούση διαρκεί 0,01s.

Μονάδες 7

4.4. Κάποια στιγμή το συσσωμάτωμα ξεπερνά την άκρη του τραπεζιού. Να προσδιορίσετε το χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το συσσωμάτωμα στο δάπεδο, καθώς και τη μέγιστη οριζόντια απομάκρυνσή του (οριζόντιο βεληνεκές).

Μονάδες 6

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για το μονωμένο σύστημα, βλήμα – ξύλινος στόχος, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m \cdot \upsilon = (m+M) \cdot v, \quad v = \frac{m \cdot \upsilon}{M+m}, \qquad v = \frac{0{,}02 \cdot 200}{0{,}98+0{,}02}\frac{m}{s}, \qquad v = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Για τη μεταβολή της ορμής είναι:

$$\Delta\vec{p}_{\beta\lambda} = \overrightarrow{p'}_{\beta\lambda} - \vec{p}_{\beta\lambda}, \qquad \Delta p_{\beta\lambda} = p'_{\beta\lambda} - p_{\beta\lambda}, \ \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot V - m \cdot \upsilon\,, \ \Delta p_{\beta\lambda} = m \cdot (V - \upsilon),$$

$$\Delta p_{\beta\lambda} = 0{,}02 \cdot (4-200) Kg\frac{m}{s}, \quad \Delta p_{\beta\lambda} = -3{,}92 Kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Για το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο ξύλινος στόχος στο βλήμα είναι:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}, \quad F = \frac{3{,}92}{0{,}01}N, \ F = 392N$$

Μονάδες 7

4.4. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή.

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση.

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2, \qquad H = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{o\lambda}^2, \ 1{,}25 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t_{o\lambda}^2\,, \quad t_{o\lambda} = 0{,}5s$$

Στον οριζόντιο άξονα, το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση.

$$x = \upsilon_o \cdot t, \qquad S = V \cdot t_{o\lambda}, \ S = 4 \cdot 0{,}5\, m, \qquad S = 2m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένα μικρό σώμα, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, πάνω σε ένα λείο τραπέζι, δεμένο στο άκρο νήματος, έχοντας γραμμική ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 20\frac{m}{s}$. Αν το σώμα έχει μάζα $m_1 = 0{,}1Kg$, και το μήκος του νήματος είναι ίσο με $\ell = \frac{1}{\pi}m$, να προσδιορίσετε:

4.1. την περίοδο, τη συχνότητα και τη γωνιακή ταχύτητα της κυκλικής τροχιάς του σώματος,

Μονάδες 6

4.2. το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης του σώματος και της κεντρομόλου δύναμης που δέχεται.

Μονάδες 6

4.3. Όταν το σώμα εκτελεί μία πλήρη περιστροφή το νήμα κόβεται και αυτό κινείται ευθύγραμμα πάνω στο λείο τραπέζι. Στην πορεία του συναντά ένα δεύτερο, ακίνητο σώμα μάζας $m_2 = 0{,}9Kg$, με το οποίο συγκρούεται πλαστικά. Να προσδιορίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Να προσδιορίσετε το μέτρο της μεταβολής της ορμής και τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του πρώτου σώματος, εξαιτίας της κρούσης του με το δεύτερο σώμα μάζας m_2.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας: $g = 10\frac{m}{s^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την περίοδο είναι:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot \ell}{\upsilon}, \qquad T = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{\pi}}{20} s, \qquad T = 0{,}1s$$

Για τη συχνότητα:

$$f = \frac{1}{T}, \qquad f = 10Hz$$

Για τη γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}, \qquad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{0{,}1} \frac{rad}{s}, \quad \omega = 20 \cdot \pi \frac{rad}{s},$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ίση με:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{\ell}, \quad \alpha_\kappa = \frac{20^2}{\frac{1}{\pi}} \frac{m}{s^2}, \qquad \alpha_\kappa = 400 \cdot \pi \frac{m}{s^2}$$

Κεντρομόλος δύναμη:

$$F_\kappa = m_1 \cdot a_\kappa, \qquad F_\kappa = 0{,}1 \cdot 400 \cdot \pi \, N, \qquad F_\kappa = 40 \cdot \pi \, N,$$

Μονάδες 6

4.3.

Για το μονωμένο σύστημα, των δύο σωμάτων, η ορμή διατηρείται.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$m_1 \cdot \upsilon = (m_1 + m_2) \cdot V, \quad V = \frac{m_1 \cdot \upsilon}{m_1 + m_2}, \qquad V = \frac{0{,}1 \cdot 20}{0{,}1 + 0{,}9} \frac{m}{s}, \qquad V = 2 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Για τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m_1 είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p'}_1 - \vec{p}_1, \qquad \Delta p_1 = p'_1 - p_1, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot V - m_1 \cdot \upsilon, \quad \Delta p_1 = m_1 \cdot (V - \upsilon),$$

$$\Delta p_1 = 0{,}1 \cdot (2 - 20) Kg \frac{m}{s}, \quad \Delta p_1 = -1{,}8 \, Kg \frac{m}{s}$$

Για τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 είναι:

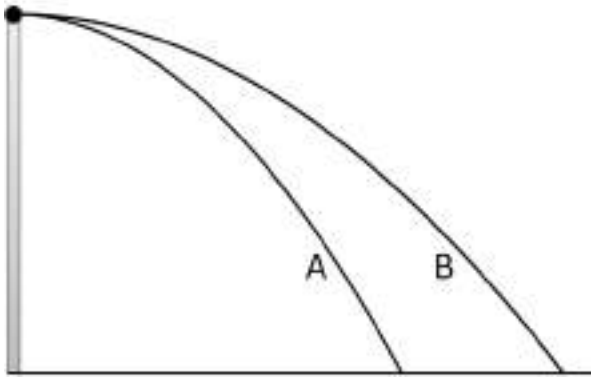
$$\Delta K_1 = K'_1 - K_1, \qquad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot V^2 - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2, \qquad \Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot (V^2 - \upsilon^2),$$

$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}1 \cdot (2^2 - 20^2) \, J, \qquad \Delta K_1 = -19{,}8J$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η σφαίρα του σχήματος εκτοξεύεται δύο φορές με διαφορετικές αρχικές ταχύτητες εκτελώντας οριζόντια βολή, από το ίδιο ύψος h από το έδαφος. Στο σχήμα φαίνεται η τροχιά που ακολουθεί μετά την πρώτη ρίψη (Α) και μετά τη δεύτερη ρίψη (Β) αντίστοιχα.



Ο χρόνος που θα κινηθεί η σφαίρα μέχρι να φτάσει στο έδαφος είναι:

(α) μεγαλύτερος στην τροχιά Α , **(β)** μεγαλύτερος στην τροχιά Β , **(γ)** ίδιος για τις τροχιές Α και Β

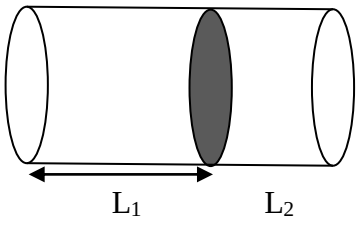
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ο κύλινδρος του σχήματος χωρίζεται σε δύο μέρη με έμβολο αμελητέου πάχους που μπορεί να κινείται χωρίς τριβές. Στα δύο μέρη περιέχεται συνολική ποσότητα $2\,mol$ του ίδιου ιδανικού αερίου. Το δοχείο βρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία και το έμβολο ισορροπεί σε τέτοια θέση ώστε: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{3}{2}$.



Αν n_1 ο αριθμός των mol του ιδανικού αερίου που περιέχεται στο πρώτο μέρος του δοχείου τότε:

(α) $n_1 = 1\,mol$, **(β)** $n_1 = 1{,}2\,mol$, **(γ)** $n_1 = 1{,}5\,mol$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή και στις δύο ρίψεις. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση της περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Δεδομένου ότι και στις δύο ρίψεις βάλλεται από το ίδιο ύψος, θα φτάσει στο έδαφος στον ίδιο χρόνο.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Ο όγκος του κυλίνδρου υπολογίζεται από τη σχέση:

$$V = (Εμβαδό_{βάσης}) \cdot (Μήκος) = E \cdot L$$

Επομένως:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{L_1}{L_2} = \frac{3}{2}$$

Αφού το ενδιάμεσο έμβολο ισορροπεί συμπεραίνουμε ότι, στα δύο μέρη του κυλίνδρου η πίεση του ιδανικού αερίου είναι ίδια. Άρα από την καταστατική εξίσωση ιδανικών αερίων προκύπτει:

$$\frac{p \cdot V_1}{p \cdot V_2} = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{n_2 \cdot R \cdot T} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ή } \frac{n_1}{n_2} = \frac{3}{2} \text{ ή } n_2 = \frac{2}{3} n_1$$

Δεδομένου ότι:

$$n_1 + n_2 = 2\ mol$$

έχουμε:

$$n_1 + \frac{2}{3} n_1 = 2\ mol \text{ ή } n_1 = 1{,}2\ mol$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου βρίσκεται μέσα σε δοχείο με σταθερά τοιχώματα σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας, με απόλυτη θερμοκρασία T_1 και πίεση p_1. Τριπλασιάζουμε την απόλυτη θερμοκρασία T του αερίου.

Στη νέα κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας του αερίου, για τη πίεσή του p_2, θα ισχύει:

(α) $p_2 = \frac{p_1}{3}$, **(β)** $p_2 = p_1$, **(γ)** $p_2 = 3\,p_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα αυτοκίνητο με μάζα M κινείται με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}$ πάνω σε οριζόντιο δρόμο. Στη πορεία του συναντά ακίνητο κιβώτιο πού έχει μάζα $m_1 = \frac{M}{20}$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά δημιουργώντας συσσωμάτωμα. Το συσσωμάτωμα, αυτοκίνητο-κιβώτιο, αποκτά ταχύτητα $\vec{V}$, αμέσως μετά τη κρούση.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του αυτοκινήτου κατά την κρούση είναι ίσο με:

(α) $\frac{4\,M\upsilon}{21}$, **(β)** $\frac{2\,M\upsilon}{21}$, **(γ)** $\frac{M\upsilon}{21}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το δοχείο έχει σταθερά τοιχώματα, οπότε πρόκειται για ισόχωρη μεταβολή. Συνεπώς:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

και αφού τριπλασιάστηκε η απόλυτη θερμοκρασία θα ισχύει:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{3T_1} \Rightarrow$$

$$p_2 = 3\,p_1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το συσσωμάτωμα θα κινηθεί με την ίδια φορά που είχε το αυτοκίνητο. Η ορμή του συστήματος των δύο σωμάτων διατηρείται πριν και μετά τη σύγκρουση, συνεπώς:

$$M \cdot \upsilon = (M + m_1) \cdot V \text{ ή}$$

$$M \cdot \upsilon = \left(M + \frac{M}{20}\right) \cdot V \text{ ή}$$

$$M \cdot \upsilon = \frac{21M}{20} V \text{ ή}$$

$$V = \frac{20 \cdot \upsilon}{21}$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής <u>του αυτοκίνητου</u>, θα είναι:

$$|M \cdot V - M \cdot \upsilon| = |M\frac{20 \cdot \upsilon}{21} - M \cdot \upsilon| = \frac{M \cdot \upsilon}{21}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο βομβαρδιστικά αεροπλάνα (1) και (2) κινούνται με ταχύτητες οριζόντιας διεύθυνσης, σε ύψη $H_1 = H$ και $H_2 = \frac{5H}{2}$ αντίστοιχα, πάνω από το έδαφος. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, αφήνεται να πέσει από κάθε αεροπλάνο μία βόμβα. Οι βόμβες φτάνουν στο έδαφος τις χρονικές στιγμές t_1 και t_2, αντίστοιχα. Αν θεωρήσουμε μηδενική την αντίσταση του αέρα, για το λόγο $\frac{t_1}{t_2}$, ισχύει:

(α) $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{2}{5}}$, **(β)** $\frac{t_1}{t_2} = \sqrt{\frac{5}{2}}$, **(γ)** $\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $T_h = 400\ \text{K}$ και $T_c = 300\ \text{K}$. Διατηρώντας σταθερή τη θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής, μεταβάλλουμε τη θερμοκρασία T_c της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής με τρόπο ώστε ο συντελεστής απόδοσης να αυξηθεί κατά 80%.

Για να συμβεί αυτό η θερμοκρασία T_c της ψυχρής δεξαμενής της μηχανής:

(α) αυξήθηκε κατά $100\ \text{K}$, **(β)** μειώθηκε κατά $100\ \text{K}$, **(γ)** μειώθηκε κατά $80\ \text{K}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι βόμβες κινούνται προς το έδαφος εκτελώντας οριζόντια βολή, με αρχική οριζόντια ταχύτητα την ταχύτητα του αεροπλάνου από το οποίο αφήνονται. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση τους περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Δεδομένου ότι κάθε μια αφήνεται από διαφορετικό ύψος, θα φτάσουν στο έδαφος σε διαφορετικό χρόνο

Η χρονική διάρκεια μιας ελεύθερης πτώσης από ύψος H είναι

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad (1)$$

Επομένως έχουμε:

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{t_1 - t_0}{t_2 - t_0} = \frac{t_1}{t_2} \quad \text{αφού} \quad t_0 = 0$$

Και με τη βοήθεια της σχέσης (1)

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{\sqrt{\frac{2H_1}{g}}}{\sqrt{\frac{2H_2}{g}}} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}} = \frac{\sqrt{H}}{\sqrt{\frac{5H}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Αρχικά ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot είναι:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300}{400} = 0{,}25$$

Ο νέος συντελεστής απόδοσης θα είναι:

$$e' = 0{,}25 + 0{,}8 \cdot 0{,}25 = 0{,}45$$

Επομένως:

$$e' = 1 - \frac{T_c'}{T_h} = 0{,}45 \Rightarrow$$

$$T_c' = (1 - e')T_h = 0{,}55 \cdot 400\ K = 220\ \text{K}$$

Άρα η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής μειώθηκε κατά 80 K.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βομβαρδιστικό αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h πάνω από το έδαφος με σταθερή ταχύτητα $\vec{v}_0$. Κάποια χρονική στιγμή t_0 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t = 4\,\text{s}$. Το βομβαρδιστικό αεροπλάνο εξακολουθώντας την οριζόντια κίνησή του στο ίδιο ύψος h, αυξάνει την ταχύτητά του σε $2\vec{v}_0$ και τη διατηρεί σταθερή. Κάποια επόμενη χρονική στιγμή t_1 αφήνεται να πέσει από το αεροπλάνο μία δεύτερη βόμβα. Η βόμβα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta t'$.

Αν θεωρήσουμε ότι δεν υπάρχουν τριβές και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα τότε :

(α) $\Delta t' = 2\,\text{s}$, **(β)** $\Delta t' = 4\,\text{s}$, **(γ)** $\Delta t' = 8\,\text{s}$

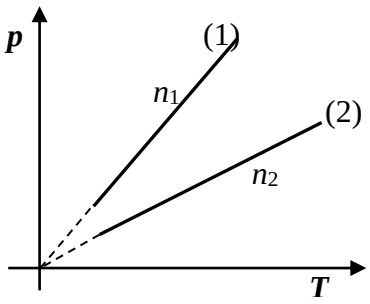
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων με αριθμό γραμμομορίων n_1 και n_2 αντίστοιχα βρίσκονται σε δύο δοχεία ίδιου όγκου $V_1 = V_2 = V$. Τα δύο αέρια εκτελούν τις αντιστρεπτές ισόχωρες μεταβολές (1) και (2) που φαίνονται στο διάγραμμα.



Για τον αριθμό γραμμομορίων των δύο αερίων ισχύει:

(α) $n_1 > n_2$, **(β)** $n_1 = n_2$, **(γ)** $n_1 < n_2$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι βόμβες κινούνται προς το έδαφος εκτελώντας οριζόντια βολή, με αρχική οριζόντια ταχύτητα την ταχύτητα του αεροπλάνου από το οποίο αφήνονται. Σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, στον κατακόρυφο άξονα η κίνηση τους περιγράφεται από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης. Δεδομένου ότι και οι δυο βόμβες αφήνονται από το ίδιο ύψος, θα φτάσουν στο έδαφος ταυτόχρονα. Ο χρόνος πτώσης δίδεται από τη σχέση $\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$.

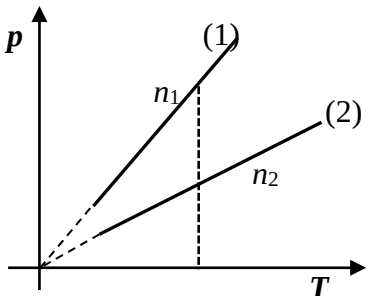
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



Αν επιλέξουμε στο διάγραμμα μια τυχαία (κοινή) θερμοκρασία T θα παρατηρήσουμε ότι στα δύο δοχεία αντιστοιχεί διαφορετική πίεση. Και συγκεκριμένα θα έχουμε $p_1 > p_2$.

Αν διαιρέσουμε κατά μέλη τις καταστατικές εξισώσεις ιδανικών αερίων για κάθε δοχείο, για τη θερμοκρασία T θα προκύψει:

$$\frac{p_1 \cdot V}{p_2 \cdot V} = \frac{n_1 \cdot R \cdot T}{n_2 \cdot R \cdot T} \text{ ή } \frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

και αφού ισχύει ότι:

$$\frac{p_1}{p_2} > 1$$

άρα:

$$\frac{n_1}{n_2} > 1 \text{ ή } n_1 > n_2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο απομονωμένες σημειακές μάζες $m_1 = \mathrm{M}$ και $m_2 = 8\mathrm{M}$ βρίσκονται στα σημεία Α και Β αντίστοιχα μιας ευθείας (ε) και απέχουν μεταξύ τους απόσταση d. Σε ένα σημείο Γ της ευθείας (ε) και ανάμεσα στα σημεία Α και Β, που απέχει απόσταση $\mathrm{d}/4$ από το σημείο Α, αφήνουμε ελεύθερη τρίτη σημειακή μάζα m, η οποία στη συνέχεια:

(α) θα παραμείνει ακίνητη.

(β) θα κινηθεί προς το σημείο Α.

(γ) θα κινηθεί προς το σημείο Β.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια θερμική μηχανή λειτουργεί μεταξύ των θερμοκρασιών $\mathrm{T_1 = T}$ και $\mathrm{T_2 = 1{,}5T}$ και σε κάθε κύκλο μας δίνει ωφέλιμο μηχανικό έργο W. Η ελάχιστη θερμότητα $\mathrm{Q_{min}}$, που καταναλώνει σε κάθε κύκλο λειτουργίας η θερμική μηχανή για να δώσει το παραπάνω έργο W είναι

(α) $\mathrm{Q_{min} = W/3,}$ **(β)** $\mathrm{Q_{min} = 1{,}5W,}$ **(γ)** $\mathrm{Q_{min} = 3W}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

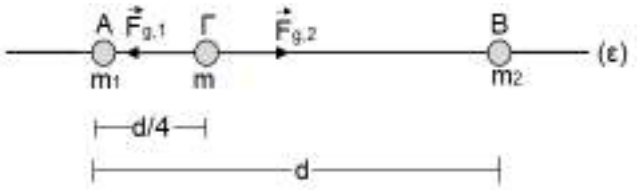
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.A. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Η βαρυτική δύναμη που δέχεται η μάζα m από τη μάζα m_1 είναι:

$$\mathrm{F_{g,1}} = \mathrm{G}\frac{\mathrm{Mm}}{(\mathrm{d}/4)^2} = 16\mathrm{G}\frac{\mathrm{Mm}}{\mathrm{d}^2} \quad (1)$$

ενώ η βαρυτική δύναμη που δέχεται η μάζα m από τη μάζα m_2 είναι:

$$\mathrm{F_{g,2}} = \mathrm{G}\frac{8\mathrm{Mm}}{(3\mathrm{d}/4)^2} = 16\mathrm{G}\frac{8\mathrm{Mm}}{9\mathrm{d}^2} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παρατηρούμε ότι $\mathrm{F_{g,1}} > \mathrm{F_{g,2}}$. Συνεπώς, η μάζα m θα κινηθεί προς το σημείο Α.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Όταν η θερμική μηχανή Carnot λειτουργεί ανάμεσα στις θερμοκρασίες $\mathrm{T_1} = \mathrm{T}$ και $\mathrm{T_2} = 1{,}5\mathrm{T}$, έχει συντελεστή απόδοσης:

$$\mathrm{e_C} = 1 - \frac{\mathrm{T_c}}{\mathrm{T_h}} = 1 - \frac{\mathrm{T}}{1{,}5\mathrm{T}} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

Σύμφωνα με το θεώρημα Carnot, ο μέγιστος συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής είναι:

$$\mathrm{e_{max}} = \mathrm{e_C} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

Από τον ορισμό του συντελεστή απόδοσης μιας θερμικής μηχανής έχουμε:

$$\mathrm{e} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Q_h}} \Rightarrow \mathrm{Q_h} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{e}} \quad (3)$$

Για να έχουμε την ελάχιστη θερμότητα $\mathrm{Q_h}$ που καταναλώνει σε κάθε κύκλο λειτουργίας η θερμική μηχανή για να δώσει το έργο W, πρέπει ο συντελεστής απόδοσης e να είναι μέγιστος, δηλαδή $e = \mathrm{e_{max}} = 1/3$, οπότε:

$$\mathrm{Q_{h,min}} = \mathrm{Q_{min}} = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{e_{max}}} = 3\mathrm{W}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1 Ένας δορυφόρος Δ, περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h = \frac{R_Γ}{2}$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, όπου $R_Γ$, είναι η ακτίνα της Γης, με περίοδο περιφοράς Τ. Αν ο δορυφόρος Δ, περιφέρεται γύρω από τη Γη σε ύψος $h' = 5R_Γ$ πάνω από την επιφάνεια της Γης, η περίοδος περιφοράς του

(α) τριπλασιάζεται.

(β) τετραπλασιάζεται.

(γ) οκταπλασιάζεται.

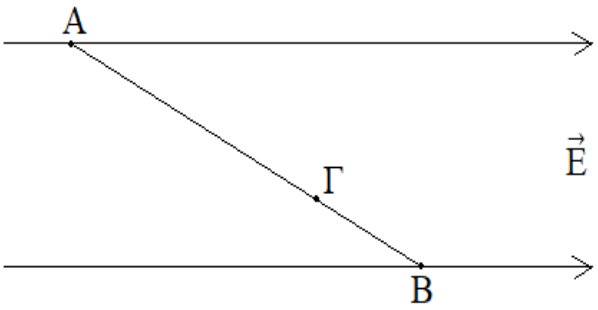
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σημεία Α και Β ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που δεν ανήκουν στην ίδια δυναμική γραμμή έχουν δυναμικά V_A και V_B αντίστοιχα και ισχύει ότι $V_A = -3{,}5V_B$. Ένα άλλο σημείου Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία ΑΒ έτσι ώστε να ισχύει $(ΑΓ) = 2 \cdot (ΓΒ)$. Το δυναμικό $V_Γ$, του σημείου Γ, είναι:



(α) $V_Γ = \frac{V_B}{2}$, **(β)** $V_Γ = -\frac{V_B}{2}$, **(γ)** $V_Γ = \frac{V_B}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (1)$$

Εφόσον ο δορυφόρος δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m}{r^2} = m\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} \qquad (2)$$

Άρα η περίοδος περιστροφής του οχήματος γύρω από τη Γη στο ύψος αυτό είναι:

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\Gamma + h)^3}{g_o R_\Gamma^2}} \qquad (3)$$

Συνεπώς για τα ύψη $h = \frac{R_\Gamma}{2}$ και $h' = 5R_\Gamma$ πάνω από την επιφάνεια της Γης προκύπτει αντίστοιχα:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(R_\Gamma + \frac{R_\Gamma}{2}\right)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{3^3 \cdot R_\Gamma}{2^3 \cdot g_o}} \quad \text{και} \quad T' = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\Gamma + 5R_\Gamma)^3}{g_o R_\Gamma^2}} = 2\pi\sqrt{\frac{6^3 \cdot R_\Gamma}{g_o}}$$

Άρα βρίσκουμε: $\frac{T'}{T} = 8$.

Μονάδες 8

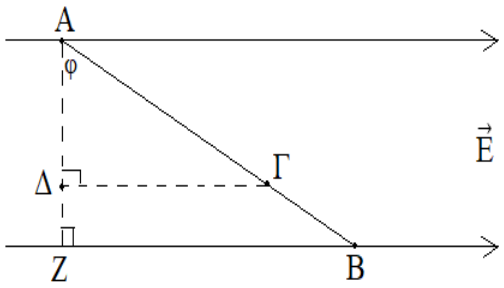
2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η ένταση στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Συνεπώς:



$$E = \frac{V_A - V_B}{(ZB)} = \frac{-3{,}5V_B - V_B}{(AB)\eta\mu\varphi} = -\frac{4{,}5V_B}{[(A\Gamma) + (\Gamma B)]\eta\mu\varphi} \Rightarrow$$

$$E = -\frac{4{,}5V_B}{3(\Gamma B)\eta\mu\varphi} \qquad (1)$$

$$E = \frac{V_A - V_\Gamma}{(\Delta\Gamma)} = \frac{-3{,}5V_B - V_\Gamma}{(A\Gamma)\eta\mu\varphi} \Rightarrow E = -\frac{3{,}5V_B + V_\Gamma}{2(\Gamma B)\eta\mu\varphi} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε: $V_\Gamma = -\frac{V_B}{2}$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1 Φορτισμένη σταγόνα λαδιού, βάρους W και ηλεκτρικού φορτίου q, ισορροπεί μέσα σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, το οποίο έχει δημιουργηθεί σε ένα πάγκο του εργαστηρίου της Φυσικής. Η κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι κατακόρυφη προς τα κάτω. Η σταγόνα ισορροπεί υπό την επίδραση μόνο των δυνάμεων που δέχεται από το ηλεκτρικό πεδίο και από το βαρυτικό πεδίο της Γης. Αν το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι E, τότε το ηλεκτρικό φορτίο q της σταγόνας του λαδιού

(α) είναι θετικό και ισχύει $|q| = \frac{W}{E}$.

(β) είναι αρνητικό και ισχύει $|q| = \frac{W}{E}$.

(γ) είναι αρνητικό και ισχύει $|q| = \frac{E}{W}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα μάζας m εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης, έτσι ώστε το ανώτατο σημείο στο οποίο φτάνει να είναι το σημείο όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g_o/9$, όπου g_o, είναι το μέτρο της έντασης του πεδίου βαρύτητας της Γης στην επιφάνειά της. Αν R_Γ, είναι η ακτίνα της Γης και θεωρήσουμε ότι στο σώμα κατά την κίνησή του ασκείται μόνο η δύναμη βαρύτητας της Γης, η ολική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος είναι:

(α) $E = -\frac{1}{2}mg_oR_\Gamma$, **(β)** $E = -\frac{1}{3}mg_oR_\Gamma$, **(γ)** $E = -\frac{1}{9}mg_oR_\Gamma$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

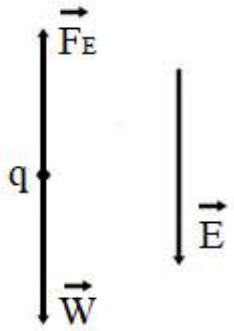
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η σταγόνα λαδιού ισορροπεί με την επίδραση των δυνάμεων του βάρους W και της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει φορά προς τα κάτω, επομένως η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου πρέπει να έχει φορά προς τα πάνω ώστε να ισορροπεί, άρα το ηλεκτρικό φορτίο q της σταγόνας είναι αρνητικό. Συνεπώς, λόγω ισορροπίας έχουμε:



$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_E = W \Rightarrow E|q| = W \Rightarrow |q| = \frac{W}{E}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2 \qquad (1\ \text{μονάδα})$$

Σε ύψος h, από την επιφάνεια της Γης, όπου η ένταση του πεδίου βαρύτητας της Γης έχει μέτρο $g_h = g_o/9$, θα έχουμε:

$$g_h = \frac{G \cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2} \implies \frac{g_o}{9} = \frac{g_o \cdot R_\Gamma^2}{(R_\Gamma + h)^2} \Rightarrow 3R_\Gamma = R_\Gamma + h \Longrightarrow h = 2R_\Gamma \qquad (3\ \text{μονάδες})$$

Στο ύψος h, από την επιφάνεια της Γης η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται, οπότε η μηχανική ενέργεια του συστήματος Γη-σώμα είναι:

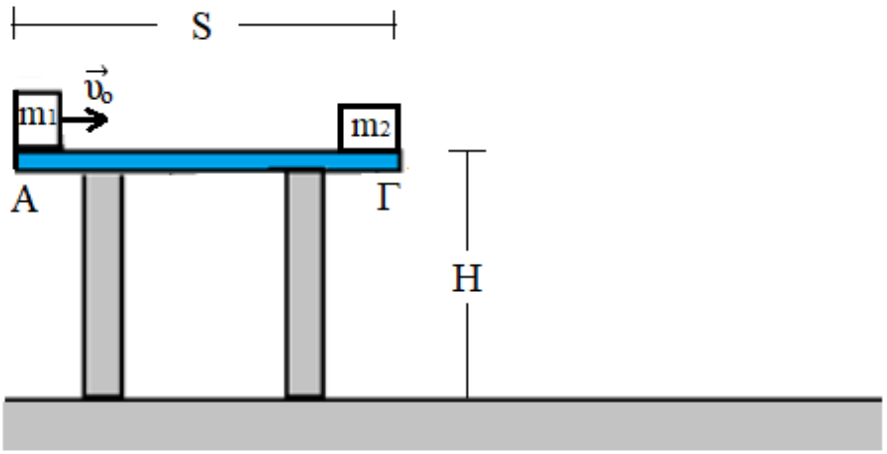
$$E_h = K_h + U_h = 0 + \left(-G\frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h}\right) = -\frac{mg_oR_\Gamma^2}{3R_\Gamma} = -\frac{1}{3}mg_oR_\Gamma \qquad (3\ \text{μονάδες})$$

Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα Γη-σώμα, η ολική ενέργεια E του συστήματος Γη-σώμα τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης του σώματος είναι ίση με την E_h, οπότε:

$$E = -\frac{1}{3}mg_oR_\Gamma \qquad (2\ \text{μονάδες})$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4



Δύο σώματα μάζας $m_1 = 1Kg$ και $m_2 = 4Kg$ είναι τοποθετημένα και ακίνητα στις θέσεις Α και Γ αντίστοιχα, πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι ύψους $H = 0{,}8m$. Οι θέσεις Α και Γ απέχουν μεταξύ τους απόσταση $S = 1m$. Τη χρονική στιγμή $t_o = 0$ εκτοξεύεται από την θέση Α, το σώμα μάζας m_1 με ταχύτητα $\upsilon_o = 10m/s$, οπότε κάποια στιγμή t_1, συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το σώμα μάζας m_2.

Να υπολογίσετε:

4.1. την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 5

4.2. τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής, μέχρι να φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

4.3. τη χρονική στιγμή t_2, στην οποία θα φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.4. τη χρονική στιγμή t_3, κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής και πριν φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος, όπου η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι το 25% της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος όταν φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα μάζας m_1 εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση οπότε θα συγκρουστεί με το σώμα μάζας m_2 με την ταχύτητα υ_o. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για την κρούση αυτή έχουμε:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon_o + 0 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_o \Rightarrow V = 2\ m/s$$

Μονάδες 5

4.2. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Συνεπώς στον οριζόντιο άξονα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, οπότε: $\upsilon_x = V\ (1)$ $x = Vt\ (2)$

Στον κατακόρυφο άξονα εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε: $\upsilon_y = gt\ (3)$ $y = \frac{1}{2}gt^2\ (4)$

Από τη σχέση (4) θέτοντας $y = H$, βρίσκουμε το χρονικό διάστημα της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος: $H = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = 0{,}4\ s$.

Συνεπώς, σύμφωνα με τη σχέση (2) βρίσκουμε τη μέγιστη οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα κατά τη διάρκεια της οριζόντιας βολής, μέχρι να φτάσει στο έδαφος:

$$x_{max} = V\Delta t = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 7

4.3. Για το σώμα μάζας m_1 που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, μέχρι να συγκρουστεί τη χρονική στιγμή t_1 με το σώμα μάζας m_2 ισχύει:

$$S = \upsilon_o t_1 \Rightarrow t_1 = 0{,}1\ s$$

Άρα η χρονική στιγμή t_2 στην οποία θα φτάσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος είναι:

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 0{,}5\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα V_1, του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος δίνεται από τη σχέση:

$$V_1 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{V^2 + (g\Delta t)^2} = \sqrt{20}\ m/s$$

Αν K_1, είναι η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή που φτάνει στο έδαφος και K_2, η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος τη χρονική στιγμή t_3, θα έχουμε:

$$K_2 = 25\%K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_2^2 = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_1^2 \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_2 = \sqrt{5}\ m/s$$

Συνεπώς: $V_2 = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow V_2^2 = V^2 + (g\Delta t')^2 \Rightarrow \Delta t' = 0{,}1\ s$.

Άρα: $t_3 = t_1 + \Delta t' = 0{,}2\ s$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο σώματα Α και Β με μάζες $\mathrm{m}_1 = 10^4\ \mathrm{Kg}$ και $\mathrm{m}_2 = 9 \cdot 10^4\ \mathrm{Kg}$ αντίστοιχα, που θεωρούνται σημειακά, κρατιούνται ακίνητα σε απόσταση $\mathrm{r} = 10\ \mathrm{Km}$.

Να υπολογίσετε:

4.1. το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους.

Μονάδες 6

4.2. την απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $\mathrm{r}' = 2\ \mathrm{Km}$. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε:

4.3. τον λόγο των κινητικών ενεργειών $\mathrm{K}_1/\mathrm{K}_2$, των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β.

Μονάδες 7

4.4. τον λόγο των δυναμικών ενεργειών $\mathrm{U}_1/\mathrm{U}_2$, όπου $\mathrm{U}_1, \mathrm{U}_2$ είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r', αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $\mathrm{G} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{Kg}^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους είναι:

$$V_M = V_1 + V_2 \Rightarrow V_M = -G\frac{m_1}{\frac{r}{2}} - G\frac{m_2}{\frac{r}{2}} = -\frac{2G}{r}(m_1 + m_2) = -13{,}34 \cdot 10^{-10}\ J/Kg$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω x, η απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν. Άρα:

$$\vec{g}_{ολ} = 0 \Rightarrow \vec{g}_1 + \vec{g}_2 = 0 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{Gm_1}{x^2} = \frac{Gm_2}{(r-x)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = \frac{x}{r-x} \Rightarrow x = 2500\ m$$

Μονάδες 6

4.3. Το σύστημα των δύο σωμάτων Α και Β είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow 0 + 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$$

Άρα ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δύο σωμάτων Α και Β είναι:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} = \frac{m_1}{m_2}\cdot\left(\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}\right)^2 = \frac{m_2}{m_1} = 9$$

Μονάδες 7

4.4. Οι δυναμικές ενέργειες U_1, U_2 του συστήματος των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r΄ αντίστοιχα, δίνονται από τις σχέσεις:

$$U_1 = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r} \quad (1) \qquad U_2 = -G\frac{m_1 \cdot m_2}{r'} \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) βρίσκουμε:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{-G\frac{m_1 \cdot m_2}{r}}{-G\frac{m_1 \cdot m_2}{r'}} = \frac{r'}{r} = \frac{1}{5}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένας δορυφόρος Α, μάζας $\mathrm{m_1 = 300Kg}$, κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη σε ύψος $\mathrm{h = R_Γ}$ από την επιφάνειά της, όπου $\mathrm{R_Γ}$, η ακτίνα της Γης.

Να υπολογίσετε:

4.1. τη δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος Α.

Μονάδες 5

4.2. το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω, με την οποία περιστρέφεται ο δορυφόρος Α γύρω από τη Γη.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη ενέργεια η οποία πρέπει να δοθεί σε ένα σώμα Γ, μάζας $\mathrm{m = 2Kg}$, που βρίσκεται μέσα στο δορυφόρο Α, προκειμένου να εγκαταλείψει το δορυφόρο Α και να φτάσει σε άπειρη απόσταση από τη Γη.

Μονάδες 7

Ένας άλλος δορυφόρος Β, μάζας $\mathrm{m_2 = 100Kg}$, κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, αλλά με αντίθετη φορά. Κάποια στιγμή οι δύο δορυφόροι Α και Β συγκρούονται πλαστικά.

4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση.

Μονάδες 7

Δίνονται: η ακτίνα της Γης $\mathrm{R_Γ = 64 \cdot 10^5\ m}$ και η επιτάχυνση βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης $\mathrm{g_o = 10\ m/s^2}$. Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς δίνεται $\sqrt{2} = 1{,}4$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Με βάση την ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης στην επιφάνειά της έχουμε:

$$g_o = \frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma^2} \implies G \cdot M_\Gamma = g_o \cdot R_\Gamma^2$$

Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γη-δορυφόρος δίνεται από τη σχέση:

$$U = -G\frac{M_\Gamma \cdot m_1}{r} = -\frac{m_1 g_o \cdot R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h} = -\frac{m_1 g_o R_\Gamma}{2} = -96 \cdot 10^8 \text{ J}$$

Μονάδες 5

4.2. Εφόσον το όχημα δέχεται μόνο τη δύναμη της βαρύτητας, αυτή η δύναμη θα είναι και κεντρομόλος δύναμη ώστε να εκτελέσει ομαλή κυκλική κίνηση, οπότε:

$$F_g = F_K \Rightarrow G\frac{M_\Gamma m_1}{r^2} = m_1\frac{\upsilon^2}{r} \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma^2}{R_\Gamma + h}} = \sqrt{\frac{g_o R_\Gamma}{2}} = 5600 \text{ m/s}$$

Άρα η γωνιακή ταχύτητα του δορυφόρου σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης είναι:

$$\omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{\upsilon}{R_\Gamma + h} = \frac{\upsilon}{2R_\Gamma} = 43{,}75 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η αρχική μηχανική ενέργεια του σώματος Γ, ίση με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής του ενέργειας:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} = K + U = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{M_\Gamma m}{r}\right) = \frac{1}{2}m\frac{g_o R_\Gamma}{2} - m\frac{g_o R_\Gamma}{2} = -m\frac{g_o R_\Gamma}{4} = -16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Έστω ότι η απαιτούμενη ενέργεια δίνεται με την επίδραση κατάλληλης δύναμης, η οποία παράγει έργο W, προσφέροντας έτσι την απαραίτητη ενέργεια. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σώμα Γ θα πάρουμε:

$$E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} \Rightarrow E_{M(\alpha\rho\chi)} + W_F = K_\infty + U_\infty$$

Αλλά η ελάχιστη ενέργεια είναι αυτή η οποία θα επιτρέψει στο σώμα να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα, άρα $K_\infty = 0$. Επίσης τη δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρούμε μηδενική, οπότε $E_{M(\tau\varepsilon\lambda)} = 0$. Συνεπώς, από την τελευταία σχέση θα έχουμε:

$$W_F = -E_{M(\alpha\rho\chi)} = 16 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Μονάδες 7

4.4. Ο δορυφόρος Β κινείται στην ίδια κυκλική τροχιά γύρω από τη Γη με αυτήν που κινείται ο δορυφόρος Α, άρα το μέτρο της ταχύτητάς του είναι υ, δηλαδή το ίδιο με το μέτρο της ταχύτητας του δορυφόρου Α, όπως φαίνεται από τη σχέση $\upsilon = \sqrt{\frac{GM_\Gamma}{r}}$. Το σύστημα των δύο μαζών είναι μονωμένο, άρα για κάθε χρονική στιγμή ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon - m_2\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon}{m_1 + m_2} = 2800 \text{ m/s}$$

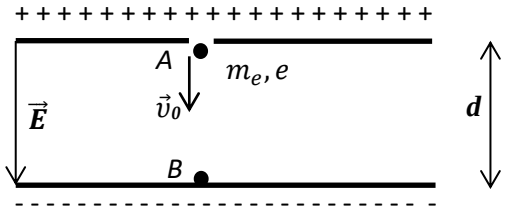
Το ποσοστό % της αρχικής ενέργειας του συστήματος των δύο δορυφόρων Α και Β που χάνεται κατά την κρούση είναι:

$$\pi\% = \frac{K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\epsilon\lambda}}{K_{\alpha\rho\chi}} 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon^2} 100\% = 75\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Δύο οριζόντιοι μεταλλικοί οπλισμοί είναι αντίθετα φορτισμένοι. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ του οπλισμού που είναι φορτισμένος θετικά και του οπλισμού που είναι φορτισμένος αρνητικά είναι V. Ένα ηλεκτρόνιο εισέρχεται από μικρή οπή, που βρίσκεται στο θετικό οπλισμό (σημείο Α), με ταχύτητα $\vec{v}_0$ μέτρου $7 \cdot 10^6$ m/s. Η ταχύτητα του ηλεκτρονίου είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των οπλισμών, έντασης $\vec{E}$, με κατεύθυνση προς τον αρνητικό οπλισμό. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $d = 10$ mm. Να υπολογίσετε:



4.1. την διαφορά δυναμικού V έτσι ώστε το ηλεκτρόνιο να ακινητοποιηθεί στιγμιαία ακριβώς πριν ακουμπήσει τον αρνητικό οπλισμό,

Μονάδες 6

4.2. την ταχύτητα κατά μέτρο και κατεύθυνση με την οποία το ηλεκτρόνιο θα επιστρέψει στο σημείο Α,

Μονάδες 6

4.3. τη χρονική στιγμή που το ηλεκτρόνιο επιστρέφει στο σημείο Α, εάν ως $t = 0\ s$ θεωρηθεί η χρονική στιγμή που το ηλεκτρόνιο εισέρχεται στο ηλεκτρικό πεδίο.

Μονάδες 7

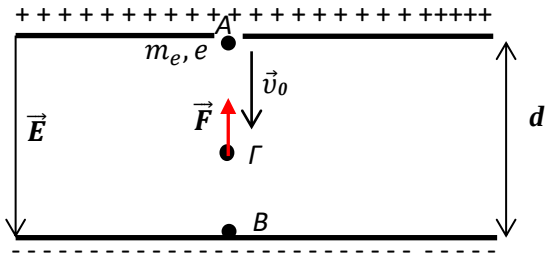
4.4. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ ενός σημείου του οπλισμού που είναι φορτισμένος θετικά και σημείου που απέχει από αυτόν απόσταση $\frac{3 \cdot d}{4}$.

Μονάδες 6

Δίνονται το πηλίκο της απόλυτης τιμής του φορτίου του ηλεκτρονίου (στοιχειώδες φορτίο) προς τη μάζα του, $\frac{e}{m_e} = 1{,}75 \cdot 10^{11} C/kg$ και το στοιχειώδες φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Έστω Α το σημείο εισόδου του ηλεκτρονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Γ ένα τυχαίο σημείο της τροχιάς του και Β το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το ηλεκτρόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:



$$F = E \cdot e \text{ (1)}$$

Όμως η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Οπότε:

$$E = \frac{V}{d} \text{ και } F = \frac{V}{d} \cdot e \text{ (2)}$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Α στο Β και με χρήση της (2) έχουμε:

$$K_B - K_A = W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = -F \cdot d \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = e \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot {\upsilon_0}^2}{2 \cdot e}$$

$$\text{ή } V = \frac{(7 \cdot 10^6)^2}{2 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{11}} \, V = 140 \text{ V}$$

Μονάδες 3

4.2. Η δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητική οπότε το έργο της κατά μήκος της κλειστής διαδρομής $A \to B \to A$ (η μετατόπιση σε αυτήν την διαδρομή είναι μηδέν) είναι μηδενικό. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας κατά μήκος της κλειστής διαδρομής $A \to B \to A$, οπότε:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_A}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = 0 \text{ ή } \upsilon_A = \pm \upsilon_0 = \pm 7 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Η επιτάχυνση αρχικά είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι το σημείο Β. Στην συνέχεια η ταχύτητα αλλάζει κατεύθυνση, το ηλεκτρόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με αποτέλεσμα να διέλθει και πάλι από το σημείο Α. Άρα η ταχύτητα $\vec{\upsilon}_A$ θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από την $\vec{\upsilon}_0$ οπότε για την τιμή της ισχύει:

$$\upsilon_A = -7 \cdot 10^6 \, m/s$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (2) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του ηλεκτρονίου:

$$F = m \cdot a \text{ ή } \frac{V}{d} \cdot e = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{V \cdot e}{d \cdot m}$$

$$\text{ή } \alpha = \frac{\frac{140 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{11}}{10 \cdot 10^{-3}} m}{s^2} = 2{,}45 \cdot 10^{15} \text{ m/s}^2 \text{ (3)}$$

Μονάδες 4

Από την εξίσωση της μετατόπισης για την κίνηση, και θέτοντας μηδενική μετατόπιση ($\Delta x = 0$) προκύπτει :

$$\Delta x = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \text{ ή } 0 = t \cdot (\upsilon_0 - \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t) \text{ (4)}$$

Άρα σύμφωνα με την (4), $t = 0$ (Περιγράφει τη στιγμή εισόδου στο ηλεκτρικό πεδίο) ή $t = \frac{2 \cdot \upsilon_0}{\alpha}$ (Περιγράφει την ζητούμενη χρονική στιγμή). Με αντικατάσταση της (3):

$$t = \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^6 \, m/s}{2{,}45 \cdot 10^{15} m/s^2} \cong 5{,}7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

Μονάδες 3

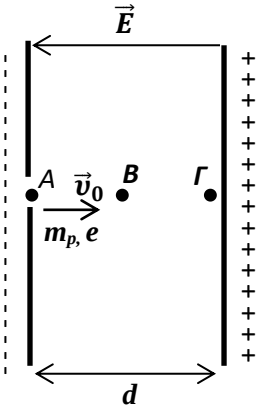
4.4. Έστω V' η ζητούμενη διαφορά δυναμικού. Η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικού πεδίου είναι σταθερή και η σχέση της με την διαφορά δυναμικού περιγράφεται στην λύση του ερωτήματος 4.1. Άρα:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V'}{\frac{3 \cdot d}{4}} \text{ ή } V' = \frac{3 \cdot V}{4} = 105 \text{ V}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Δύο κατακόρυφοι μεταλλικοί οπλισμοί είναι φορτισμένοι με τάση V. Ένα πρωτόνιο εισέρχεται από μικρή οπή που βρίσκεται στον αρνητικό οπλισμό (σημείο Α), με ταχύτητα $\vec{v}_0$ μέτρου $10^5\ \mathrm{m/s}$. Η ταχύτητα του πρωτονίου όπως φαίνεται στο σχήμα είναι παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που επικρατεί μεταξύ των οπλισμών, με κατεύθυνση προς τον θετικό οπλισμό. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι $d = 10\ \mathrm{mm}$ και $(AB) = (B\Gamma)$. Να υπολογίσετε:



4.1. την τιμή της τάσης V έτσι ώστε το πρωτόνιο να ακινητοποιηθεί στιγμιαία ακριβώς πριν ακουμπήσει το θετικό οπλισμό,

Μονάδες 6

4.2. το λόγο $\frac{V_{BA}}{V_{\Gamma A}}$ μεταξύ των διαφορών δυναμικού μεταξύ των σημείων Β, Α και των σημείων Γ, Α ,

Μονάδες 6

4.3. το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να φτάσει το πρωτόνιο στη θετική πλάκα, καθώς και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει στο σημείο εκτόξευσης,

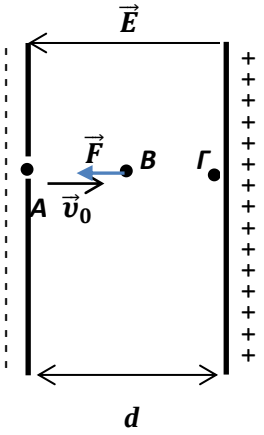
Μονάδες 6

4.4. την κινητική ενέργεια του πρωτονίου στο μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο οπλισμών (σημείο Β).

Μονάδες 7

Δίνεται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$ και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4



4.1. Έστω Α το σημείο εισόδου του πρωτονίου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, Β το μέσο της απόστασης μεταξύ των δύο οπλισμών και Γ το σημείο μηδενισμού της ταχύτητας. Το πρωτόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος και μέτρο:

$$F = E \cdot e \text{ (1)}$$

Όμως η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Οπότε:

$$E = \frac{V}{d} \text{ και } F = \frac{V}{d} \cdot e \text{ (2)}$$

Μονάδες 3

Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας-έργου από το Α στο Γ και με χρήση της (2) έχουμε:

$$K_\Gamma - K_A = W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = -F \cdot d \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = e \cdot V \text{ ή } V = \frac{m \cdot {\upsilon_0}^2}{2 \cdot e}$$

$$\text{ή } V = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot (10^5)^2}{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}} \text{ V ή } \boldsymbol{V = 50 \text{ V}}$$

Μονάδες 3

Μονάδες 6

4.2. Όπως αναφέρθηκε στην λύση του ερωτήματος 4.1. η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμή. Ισχύει $(\Gamma A) = 2 \cdot (BA)$, οπότε:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{V_{BA}}{\frac{d}{2}} = \frac{V_{\Gamma A}}{d} \text{ ή } \boldsymbol{\frac{V_{BA}}{V_{\Gamma A}} = \frac{1}{2}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton και με τη βοήθεια της (2) υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου:

$$F = m \cdot a \text{ ή } \frac{V}{d} \cdot e = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{V \cdot e}{m \cdot d} = \frac{\frac{50 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} m}{s^2} \text{ ή } \boldsymbol{\alpha = 5 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2} \text{(3)}$$

Αρχικά (διαδρομή $A \to \Gamma$) η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της (3) προκύπτει το ζητούμενο χρονικό διάστημα:

$$\upsilon_\Gamma = \upsilon_O - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{10^5}{5 \cdot 10^{11}} s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_1 = 2 \cdot 10^{-7} \text{s}}$$

Μονάδες 3

Στην συνέχεια (διαδρομή $\Gamma \to A$)η επιτάχυνση είναι ομόρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της κίνησης βάζοντας $\Delta x = d$ υπολογίζουμε

το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει το πρωτόνιο στο σημείο εισόδου στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\cdot \alpha \cdot {\Delta t_2}^2 \text{ ή } \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2\cdot d}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 10\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{11}}}\, s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_2 = 2\cdot 10^{-7}\, s}$$

Μονάδες 3

Παρατηρούμε ότι: $\Delta t_1 = \Delta t_2$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας-έργου από το Α στο Β :

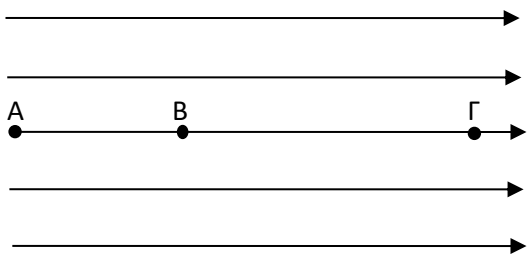
$$K_B - K_A = W_F \text{ ή } K_B - \frac{1}{2}\cdot m\cdot {\upsilon_0}^2 = -F\cdot \frac{d}{2} \text{ ή } K_B = \frac{1}{2}\cdot m\cdot {\upsilon_0}^2 - \frac{V}{d}\cdot e\cdot \frac{d}{2} \text{ ή}$$

$$K_B = \left(\frac{1}{2}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-27}\cdot 10^{10} - 1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 25\right) \text{J ή } \boldsymbol{K_B = 4\cdot 10^{-18}\, J}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Τρία σημεία Α, Β και Γ βρίσκονται κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής ενός ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και για τις μεταξύ τους αποστάσεις ισχύει: $(A\Gamma) = 3 \cdot (AB) = 18\,\text{cm}$. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β είναι ίση με $600\,\text{V}$. Πρωτόνιο διέρχεται τη χρονική στιγμή $t = 0\,\text{s}$ από το σημείο Γ, με ταχύτητα $\vec{v}_0$, η οποία έχει αντίθετη κατεύθυνση από αυτή της δυναμικής γραμμής. Να υπολογίσετε:



4.1. το μέτρο και την κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου (Μονάδες 3) καθώς και την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ (Μονάδες 3),

Μονάδες 6

4.2. την επιτάχυνση (μέτρο και κατεύθυνση) του πρωτονίου,

Μονάδες 5

4.3. το μέτρο της ταχύτητας $\vec{v}_0$ με την οποία πρέπει να διέλθει το πρωτόνιο από το σημείο Γ, έτσι ώστε να ακινητοποιηθεί στιγμιαία στο Α,

Μονάδες 7

Στη συνέχεια το πρωτόνιο επιστρέφει στο σημείο Γ.

4.4. Βρείτε ποια χρονική στιγμή διέρχεται από το σημείο Β κινούμενο προς το σημείο Γ.

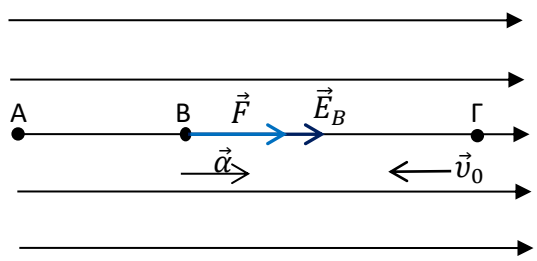
Μονάδες 7

Δίνεται η μάζα του πρωτονίου $m_p = 1{,}6 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$ και το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται και η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Θεωρήστε για τις πράξεις $\sqrt{3} \cong 1{,}7$.

.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έχει ίδια κατεύθυνση με τις δυναμικές γραμμές, είναι σταθερή και ενδεικτικά το διάνυσμά της έχει σχεδιαστεί στο σημείο Β. Η τιμή της είναι ίση με το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού δύο οποιωνδήποτε σημείων του ηλεκτρικού πεδίου προς την απόστασή τους x, μετρημένη κατά μήκος μιας δυναμικής γραμμής. Οπότε:



$$E = \frac{V}{x} = \frac{V_{AB}}{(AB)} = \frac{600\,V}{6\,cm} = 100\,\frac{\text{V}}{\text{cm}} \text{ ή } \boldsymbol{E = 10^4\ \text{V/m}}$$

Μονάδες 3

Για την διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ ισχύει:

$$E = \frac{V}{x} = \frac{V_{A\Gamma}}{(A\Gamma)} \text{ ή } V_{A\Gamma} = E \cdot (A\Gamma) \text{ ή } \boldsymbol{V_{A\Gamma} = 1800\ \text{V}}$$

Μονάδες 3

4.2. Το πρωτόνιο δέχεται σταθερή δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο με την κατεύθυνση του σχήματος. Η επιτάχυνση έχει πάντα ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη. Εφαρμόζοντας τον 2ο νόμο του Newton υπολογίζουμε το μέτρο της επιτάχυνσης του πρωτονίου:

$$F = m \cdot a \text{ ή } E \cdot e = m \cdot a \text{ ή } \alpha = \frac{E \cdot e}{m} = \frac{10^4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}} m/s^2 \text{ ή } \boldsymbol{\alpha = 10^{12}\ \text{m/s}^2}$$

Μονάδες 5

4.3. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το Γ στο Α απαιτώντας η τελική κινητική ενέργεια να μηδενιστεί, οπότε έχουμε:

$$K_A - K_\Gamma = W_F \text{ ή } 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = -F \cdot (\Gamma A) \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m \cdot {\upsilon_0}^2 = E \cdot e \cdot (\Gamma A) \text{ ή}$$

$$\upsilon_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot e \cdot (\Gamma A)}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 18 \cdot 10^{-2}}{1{,}6 \cdot 10^{-27}}} m/s \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon_0 = 6 \cdot 10^5 \text{m/s}}$$

Άρα το πρωτόνιο πρέπει να διέλθει από το σημείο Γ με ταχύτητα μέτρου $6 \cdot 10^5 m/s$ ώστε να ακινητοποιηθεί στιγμιαία στο Α.

Μονάδες 7

4.4. Αρχικά (διαδρομή $\Gamma \to A$) η επιτάχυνση είναι αντίρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της ταχύτητας για την κίνηση και με αντικατάσταση της τιμής της επιτάχυνσης προκύπτει το αντίστοιχο χρονικό διάστημα:

$$\upsilon_A = \upsilon_O - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } 0 = \upsilon_0 - \alpha \cdot \Delta t_1 \text{ ή } \Delta t_1 = \frac{\upsilon_0}{\alpha} = \frac{6 \cdot 10^5}{10^{12}} s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_1 = 6 \cdot 10^{-7}\ \text{s}}$$

Μονάδες 3

Στην συνέχεια (διαδρομή $A \to B$) η επιτάχυνση είναι ομόρροπη της ταχύτητας, άρα το πρωτόνιο εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Από την εξίσωση της κίνησης βάζοντας $\Delta x = (AB)$ υπολογίζουμε το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να διέλθει το πρωτόνιο από το σημείο Β:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\cdot \alpha \cdot {\Delta t_2}^2 \text{ ή } \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2\cdot(AB)}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6\cdot 10^{-2}}{10^{12}}} s = 2\cdot\sqrt{3}\cdot 10^{-7} s \text{ ή } \boldsymbol{\Delta t_2 \cong 3{,}4\cdot 10^{-7} s}$$

Μονάδες 3

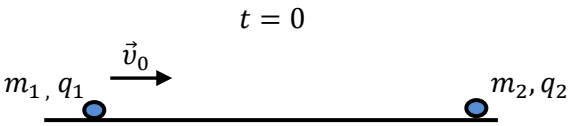
Άρα το πρωτόνιο διέρχεται από το σημείο Β κινούμενο προς το σημείο Γ την χρονική στιγμή:

$$\boldsymbol{t} = 6\cdot 10^{-7}\text{s} + 3{,}4\cdot 10^{-7}\text{s} = \boldsymbol{9{,}4\cdot 10^{-7} s}$$

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 4

Δύο ακίνητα φορτισμένα σωματίδια (1) και (2) έχουν μάζες m_1 και m_2 και ηλεκτρικά φορτία q_1 και q_2 αντίστοιχα και βρίσκονται επάνω σε λείο, οριζόντιο μονωτικό δάπεδο και σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τη χρονική στιγμή $t = 0\,\text{s}$ το σωματίδιο (1) εκτοξεύεται με ταχύτητα μέτρου υ_0 και κατεύθυνση προς το σωματίδιο (2), ενώ το σωματίδιο (2) αφήνεται ταυτόχρονα ελεύθερο να κινηθεί.



Δίνονται: $m_1 = 10^{-6}\,\text{kg}$, $m_2 = 2 \cdot 10^{-6}\,\text{kg}$, $q_1 = -5\,\mu\text{C}$, $q_2 = -10\,\mu\text{C}$, $\upsilon_0 = 3 \cdot 10^4\,\text{m/s}$, $k = 9 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

4.1. Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης του κάθε σωματιδίου.

Μονάδες 5

Να υπολογίσετε:

4.2. τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σωματιδίων, όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη,

Μονάδες 6

4.3. την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν,

Μονάδες 7

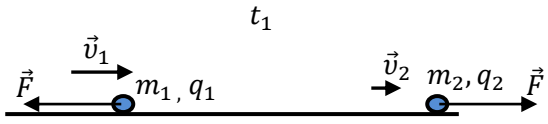
4.4. την απόσταση των δύο σωματιδίων, τη χρονική στιγμή που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1).

Μονάδες 7

Η αντίσταση του αέρα, και η επίδραση της βαρύτητας θεωρούνται αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σωματίδιο (1) αρχικά δεν αλληλεπιδρά με το σωματίδιο (2) (άπειρη απόσταση), οπότε εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Όταν αρχίσουν να αλληλεπιδρούν το σωματίδιο (1) θα δεχτεί απωστική ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα με αποτέλεσμα να επιβραδύνεται, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία πριν κινηθεί προς τα αριστερά εκτελώντας επιταχυνόμενη κίνηση.



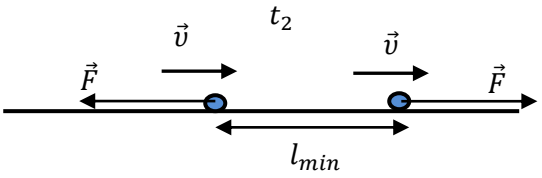
Σχήμα 1

Το σωματίδιο (2) αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί και εξαιτίας της απωστικής ηλεκτρικής δύναμης $\vec{F}$ που θα δεχτεί από το (1), θα επιταχυνθεί προς τα δεξιά.

Το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμη $\vec{F}$ μεταβάλλεται συνεχώς καθώς η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων αλλάζει, άρα καμία από τις κινήσεις που περιγράφησαν παραπάνω δεν είναι ομαλά μεταβαλλόμενη.

Μονάδες 5

4.2. Για όσο διάστημα ισχύει για τις ταχύτητες που φαίνονται στο Σχήμα 1, $\upsilon_1 > \upsilon_2$ η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων μειώνεται, ενώ αν $\upsilon_1 < \upsilon_2$ η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων θα αυξάνεται. Οπότε η ελάχιστη απόσταση επιτυγχάνεται κάποια χρονική στιγμή t_2, όπου τα σωματίδια έχουν στιγμιαία ίσες ταχύτητες μέτρου υ (Σχήμα 2).



Σχήμα 2

Στον άξονα της κίνησης το σύστημα των δύο σωματιδίων δεν δέχεται εξωτερικές δυνάμεις, ενώ στην κατακόρυφη διεύθυνση τα βάρη και οι δυνάμεις από το μονωτικό δάπεδο που είναι εξωτερικές εξουδετερώνονται. Συνεπώς το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ s$ και t_2, οπότε:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης του σωματιδίου (1), ισχύει:

$$m_1 \cdot \upsilon_0 = m_1 \cdot \upsilon + m_2 \cdot \upsilon \text{ ή } \upsilon = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0}{m_1 + m_2} = \frac{10^{-6} kg \cdot 3 \cdot 10^4\ m/s}{3 \cdot 10^{-6} kg} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon = 10^4\ m/s}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας για το σύστημα των δύο σωματιδίων την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις χρονικές στιγμές $t = 0\ s$ και t_2 υπολογίζουμε την ελάχιστη απόσταση l_{min} στην οποία θα πλησιάσουν:

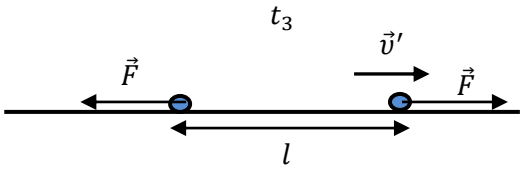
$$E_0 = E_2 \text{ ή } K_o + U_o = K_2 + U_2 \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon^2 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{l_{min}} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 - 10^{-6} \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8)\ \mathrm{N \cdot m} = 9 \cdot 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 / C^2} \cdot \frac{50 \cdot 10^{-12}}{l_{min}}\ \mathrm{C^2} \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{l_{min} = 1,5 \cdot 10^{-3}\ m = 1,5\ mm}$$

Μονάδες 7

4.4. Όπως αναφέρθηκε παραπάνω το σύστημα είναι μονωμένο και η ορμή του διατηρείται. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής για τις χρονικές στιγμές $t = 0$ s και τη χρονική στιγμή t_3 που θα μηδενιστεί η ταχύτητα του σωματιδίου (1) (Σχήμα 3), έχουμε:



Σχήμα 3

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$$

Λαμβάνοντας ως θετική τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης του σωματιδίου (1):

$$m_1 \cdot \upsilon_0 = m_2 \cdot \upsilon' \text{ ή } \upsilon' = \frac{m_1 \cdot \upsilon_0}{m_2} \text{ ή } \boldsymbol{\upsilon' = 1,5 \cdot 10^4\ m/s}$$

Εφαρμόζοντας για το σύστημα των δύο σωματιδίων την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για τις χρονικές στιγμές $t = 0$ s και t_3 υπολογίζουμε την απόσταση l των δύο σωματιδίων:

$$E_0 = E_3 \text{ ή } K_o + U_o = K_3 + U_3 \text{ ή } \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon'^2 + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{l} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} \cdot (9 \cdot 10^{-6} \cdot 10^8 - 2 \cdot\ 10^{-6} \cdot 2{,}25 \cdot 10^8)\text{N} \cdot \text{m} = 9 \cdot 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \cdot \frac{50 \cdot 10^{-12}}{l}\ \text{C}^2 \text{ ή}$$

$$\boldsymbol{l = 2 \cdot 10^{-3} m = 2\ mm}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ηλεκτρικό φορτίο +q, μάζας m, εκτοξεύεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου έντασης Ε, με αρχική ταχύτητα u_0. Η τροχιά που θα ακολουθήσει το φορτίο θα είναι:

(α) ευθύγραμμη και η ταχύτητά του θα είναι σταθερή

(β) παραβολική και η επιτάχυνσή του θα είναι σταθερή

(γ) κυκλική με μεταβαλλόμενη κεντρομόλο επιτάχυνση

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η απόδοση μιας θερμικής μηχανής δίνεται από την σχέση: $e = 1 + \frac{Q_c}{Q_h}$. Ειδικά για την μηχανή Carnot, η σχέση γίνεται:

(α) $e = 1 + \frac{T_c}{T_h}$, **(β)** $e = 1 - \frac{T_h}{T_c}$, **(γ)** $e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η σύνθετη κίνηση του φορτίου αναλύεται σε δύο κινήσεις στους άξονες xx' και yy'.

Στον xx' η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή και ισχύει:

$$x = u_0 \cdot t \qquad (1)$$

Στον yy' η κίνηση είναι ομαλά επιταχυνόμενη με σταθερή επιτάχυνση $\alpha_y = {}^{F}/_{m} = \frac{\varepsilon \cdot q}{m}$ και ισχύει:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \alpha_y \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \cdot q}{m} \cdot t^2 \qquad (2)$$

Με απαλοιφή του χρόνου t από τις εξισώσεις (1) και (2):

$$t = \frac{x}{u_0}$$

και

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \cdot q}{m} \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \cdot q}{m} \cdot \left(\frac{x}{u_0}\right)^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \cdot q}{m \cdot u_0^2} \cdot x^2 \qquad (3)$$

Η εξίσωση (3) είναι εξίσωση παραβολής

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Στην περίπτωση (α) η απόδοση είναι μεγαλύτερη της μονάδας, πράγμα άτοπο.

Για την μηχανή Carnot, ισχύει:

$$\frac{|Q_c|}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

Από τον τύπο της απόδοσης της εκφώνησης προκύπτει:

$$e = 1 + \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

άρα σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πρωτόνιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_0 από πολύ μακριά προς ακίνητο σωμάτιο α το οποίο όμως είναι ελεύθερο να κινηθεί. Η ταχύτητα του πρωτονίου είναι πάνω στην ευθεία που ενώνει τα δύο σωματίδια. Αν δίνεται k η ηλεκτρική σταθερά, $m_p = m_n = m$ η μάζα του πρωτονίου η οποία ισούται με αυτήν του νετρονίου, $q_p = |e|$ το φορτίο του πρωτονίου και ότι το σωμάτιο α είναι πυρήνας Ηλίου με 2 πρωτόνια και 2 νετρόνια, τότε οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων όταν η μεταξύ τους απόσταση θα είναι ελάχιστη δίνεται από την:

(α) $u_p = u_\alpha = u_0$.

(β) $5u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{2}$.

(γ) $u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{5}$.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2.Η απόδοση μιας μηχανής Carnot είναι η μέγιστη μεταξύ όλων των θερμικών μηχανών που λειτουργούν μεταξύ των δύο ισόθερμων T_1 και T_2. Έστω ότι διαθέτουμε μια μηχανή Carnot με θερμοκρασία θερμής πηγής στους 27° C. Η απόδοση αυτής της μηχανής θα ήταν μεγαλύτερη αν την λειτουργούσαμε:

(α) στον Βόρειο Πόλο , **(β)** στον Ισημερινό , **(γ)** στη σκιά της Σελήνης, στο διάστημα

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Με την εκτόξευση του πρωτονίου, λόγω των απωστικών δυνάμεων στα δύο σωμάτια, το πρωτόνιο επιβραδύνει και το σωμάτιο α επιταχύνει. Όταν η μεταξύ τους απόσταση γίνει ελάχιστη, η ταχύτητα των δύο σωματιδίων στιγμιαία θα είναι η ίδια: $u_p = u_\alpha$. Οι δυνάμεις μεταξύ τους είναι εσωτερικές του συστήματος, άρα αυτό είναι μονωμένο και ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής (ΑΔΟ):

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + m_\alpha \cdot u_\alpha \Leftrightarrow m_p \cdot u_0 = m_p \cdot u_p + 4 \cdot m_\alpha \cdot u_p \Leftrightarrow$$

$$m_p \cdot u_0 = 5 \cdot m_p \cdot u_p \Leftrightarrow u_p = u_\alpha = \frac{u_0}{5}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η απόδοση της μηχανής Carnot δίνεται από την σχέση:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Αφού η θερμή δεξαμενή βρίσκεται μόνιμα στους 27° C δηλαδή σε $T_h = 300K$ ο παράγοντας που καθορίζει την απόδοση της μηχανής είναι η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής. Όσο χαμηλότερη η T_c , τόσο μικρότερο το κλάσμα των θερμοκρασιών και άρα μεγαλύτερη η απόδοση της μηχανής Carnot. Άρα στον Ισημερινό η μηχανή θα είχε απόδοση κοντά στο μηδέν (σε κάποιες περιπτώσεις δεν θα λειτουργούσε), στον Βόρειο Πόλο με μέση θερμοκρασία κάτω από το μηδέν της κλίμακας Κελσίου θα είχε απόδοση γύρω στο 10%, ενώ στο διάστημα και συγκεκριμένα στη σκιά της Σελήνης (μη έκθεση σε απευθείας ακτινοβολία), η θερμοκρασία πλησιάζει στο απόλυτο μηδέν και η απόδοση είναι μεγαλύτερη από 0,9.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Η απόδοση μιας μηχανής Carnot είναι η μέγιστη μεταξύ όλων των θερμικών μηχανών που λειτουργούν μεταξύ των δύο ισόθερμων T_1 και T_2. Έστω ότι διαθέτουμε μια μηχανή Carnot που λειτουργεί με σταθερή θερμοκρασιακή διαφορά θερμής – ψυχρής δεξαμενής: $\Delta T = T_h - T_c = 100\ K$. Η απόδοση της μηχανής:

(α) είναι μεγαλύτερη όσο υψηλότερη είναι η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

(β) είναι μεγαλύτερη όσο χαμηλότερη είναι η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

(γ) είναι η ίδια ανεξάρτητα την θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Το διάγραμμα σε άξονες P-V της ισόθερμης μεταβολής είναι:

(α) Ευθεία από την αρχή των αξόνων , **(β)** Παραβολή , **(γ)** Υπερβολή

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η απόδοση της Carnot δίνεται από την:

$$e = 1 - \frac{T_c}{T_h} = \frac{T_h - T_c}{T_h}$$

Εφόσον ο αριθμητής, δηλαδή η θερμοκρασιακή διαφορά, είναι σταθερός, η απόδοση μεγαλώνει όσο μειώνεται ο παρονομαστής, δηλαδή η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για την ισόθερμη μεταβολή ισχύει: $T \rightarrow$ σταθερό.

Σύμφωνα με την καταστατική εξίσωση:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Leftrightarrow P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \Leftrightarrow P = \frac{\text{σταθερό}}{V} \qquad (1)$$

που είναι η έκφραση του νόμου του Boyle.

Η σχέση (1) γραφικά παρίσταται από μία υπερβολή, αφού είναι της μορφής:

$$y = \frac{\alpha}{x}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε ένα αέριο θερμοδυναμικό σύστημα η θερμοκρασία αποτελεί μέτρο :

(α) της ποσότητας θερμότητας του αερίου

(β) της μέσης κινητικής ενέργειας του αερίου

(γ) του έργου που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Πρωτόνιο εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα u_0 από πολύ μακριά προς ακλόνητο σωμάτιο α. Αν δίνεται k η ηλεκτρική σταθερά, m_p η μάζα του πρωτονίου, $q_p = |e|$ το φορτίο του πρωτονίου και ότι το σωμάτιο α είναι πυρήνας Ηλίου με 2 πρωτόνια και 2 νετρόνια, τότε η ελάχιστη απόσταση στην οποία το πρωτόνιο θα πλησιάσει το σωμάτιο α, είναι:

(α) $\frac{4k|e|^2}{m_p u_0^2}$, **(β)** $\frac{m_p u_0^2}{4k|e|^2}$, **(γ)** $\frac{m_p u_0^2}{2k|e|}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σύμφωνα με την κινητική θεωρία των αερίων είναι:

$$\overline{\mathrm{K}} = \frac{3}{2} \cdot \mathrm{k} \cdot \mathrm{T}$$

άρα η θερμοκρασία αποτελεί μέτρο της μέσης κινητικής ενέργειας των μορίων του αερίου.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατ' αρχήν, η έκφραση «εκτοξεύεται από πολύ μακριά» αναφέρεται σε «άπειρη» απόσταση των δύο σωματιδίων. Δηλαδή, αρχικά δεν έχουμε ηλεκτρική δυναμική ενέργεια από την αλληλεπίδραση των σωματιδίων. Επίσης, στην ελάχιστη απόσταση, η ταχύτητα του πρωτονίου μηδενίζεται.

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Μ.Ε. για την κίνηση του πρωτονίου:

$$\mathrm{E}_{\mathrm{Μηχ}}^{\alpha\rho\chi} = \mathrm{E}_{\mathrm{Μηχ}}^{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} + \mathrm{U}_{\alpha\rho\chi} = \mathrm{K}_{\tau\varepsilon\lambda} + \mathrm{U}_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \mathrm{m_p} \cdot \mathrm{u}_0^2 + 0 = 0 + \mathrm{k}\frac{|\mathrm{e}| \cdot 2|\mathrm{e}|}{\mathrm{x}} \Leftrightarrow \mathrm{x} = \frac{4 \cdot \mathrm{k} \cdot |\mathrm{e}|^2}{\mathrm{m_p} \cdot \mathrm{u}_0^2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα μάζας $m_1 = 500\ g$ που κινείται με ταχύτητα $u_1 = +100\ m/s$ προς την θετική φορά του άξονα xx', συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά, με άλλο σώμα μάζας $m_2 = 2{,}5\ kg$ που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση με ταχύτητα μέτρου $u_2 = 50\ m/s$. Η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 θα είναι:

(α) $40\ kg \cdot m/s.$

(β) $-40\ kg \cdot m/s.$

(γ) $-50\ kg \cdot m/s.$

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία κυκλική μεταβολή ΑΒΓΑ αποτελείται από:

ισόχωρη θέρμανση $A \to B$, στην οποία η εσωτερική ενέργεια αυξάνεται κατά $\Delta U = 1000\ J$,

ισόθερμη εκτόνωση $B \to \Gamma$, στην οποία το έργο είναι $W = 650\ J$, και

αντιστρεπτή μεταβολή $\Gamma \to A$.

Αν κατά την κυκλική μεταβολή παράγεται έργο 950 J, η θερμότητα της μεταβολής $\Gamma \to A$, $Q_{\Gamma A}$, ισούται με:

(α) $Q_{\Gamma A} = 700\ J$, **(β)** $Q_{\Gamma A} = -700\ J$, **(γ)** $Q_{\Gamma A} = -1700\ J$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α.Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{p}_{\mu\varepsilon\tau}$$

$$m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2 = (m_1 + m_2) \cdot V \Leftrightarrow$$

$$0{,}5\ \text{kg} \cdot 90\frac{\text{m}}{\text{s}} - 2{,}5\ \text{kg} \cdot 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = (0{,}5\ \text{kg} + 2{,}5\ \text{kg}) \cdot V \Leftrightarrow V = -10\ \text{m/s}$$

Άρα η μεταβολή της ορμής του σώματος m_1, είναι:

$$\Delta\vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$$

$$\Delta p_1 = m_1 \cdot (-V) - m_1 \cdot u_1 = -0{,}5 \cdot (10 + 90) = -50\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Στην ισόχωρη θέρμανση $A \to B$, η θερμότητα Q_{AB} ισούται με την μεταβολή της εσωτερικής της ενέργειας:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} = 1000\ \text{J}$$

Αντίστοιχα, για την ισόθερμη εκτόνωση $B \to \Gamma$, επειδή $\Delta U_{B\Gamma} = 0$, είναι:

$$Q_{B\Gamma} = W_{B\Gamma} = 650\ \text{J}$$

Στην κυκλική μεταβολή δίνεται ότι:

$$W_{AB\Gamma A} = 950\ \text{J} = Q_{AB\Gamma A}$$

Ισχύει όμως:

$$Q_{AB\Gamma A} = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A} \Leftrightarrow 950\ \text{J} = 1000\ \text{J} + 650\ \text{J} + Q_{\Gamma A} \Leftrightarrow Q_{\Gamma A} = -700\ \text{J}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κατά την ισόβαρη εκτόνωση ΑΒ μιας ποσότητας μονοατομικού ιδανικού αερίου έχουμε αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας κατά ΔU. Η θερμότητα Q που απορροφά το αέριο είναι ίση με:

(α) $\frac{5}{3}\Delta U$, **(β)** $\frac{2}{3}\Delta U$, **(γ)** $\frac{4}{3}\Delta U$

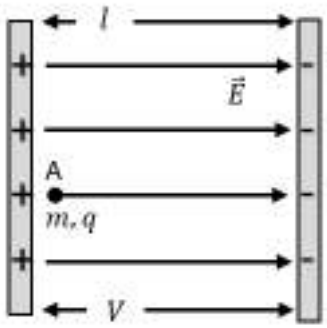
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Πρωτόνιο μάζας m_p και φορτίου q_p αφήνεται στο σημείο Α, κοντά στη θετική πλάκα του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του σχήματος. Οι παράλληλες πλάκες απέχουν l μεταξύ τους και έχουν φορτιστεί με τάση V. Το πρωτόνιο κινείται με επιτάχυνση α_1. Από την ίδια θέση στο ίδιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο αφήνω ένα φορτίο $q = 4q_p$ και μάζας $m = 2m_p$.



Το φορτίο κινείται με επιτάχυνση α_2. Ο λόγος των επιταχύνσεων $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ είναι:

(α) $\frac{1}{2}$, **(β)** $\frac{2}{3}$, **(γ)** $\frac{3}{4}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Για μία ποσότητα μονοατομικού ιδανικού αερίου η εσωτερική του ενέργεια δίνεται από τη σχέση

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

Για τη μεταβολή ΑΒ θα έχουμε

$$\Delta U = U_B - U_A = \frac{3}{2}nRT_B - \frac{3}{2}nRT_A$$

$$\Delta U = \frac{3}{2}nR(T_B - T_A) \text{ (1)}$$

Το έργο του αερίου στην ισόβαρή μεταβολή ΑΒ είναι

$$W = P_A(V_B - V_A) \Rightarrow W = P_A \cdot V_B - P_A \cdot V_A \Rightarrow W = P_B \cdot V_B - P_A \cdot V_A$$

Η σχέση αυτή με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης των ιδανικών αερίων γράφεται

$$W = nRT_B - nRT_A \Rightarrow W = nR(T_B - T_A) \text{ (2)}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

$$\Delta U = \frac{3}{2}W \Rightarrow W = \frac{2}{3}\Delta U$$

Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο παίρνουμε:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow Q = \Delta U + \frac{2}{3}\Delta U \Rightarrow Q = \frac{5}{3}\Delta U$$

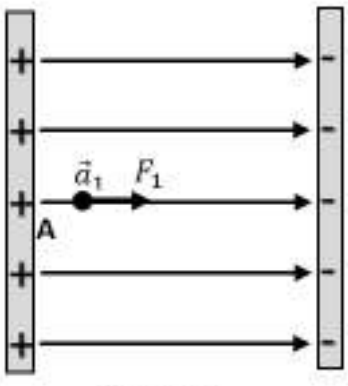
Μονάδες 8

2.2.

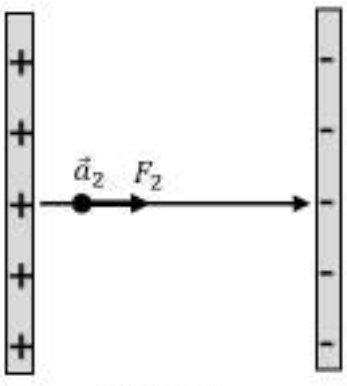
2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.



ΣΧΗΜΑ 1



ΣΧΗΜΑ 2

Το πρωτόνιο δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F_1 = q_p E$.

Αλλά $E = \frac{V}{l}$, σχέση που ισχύει σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οπότε $F_1 = q_p \cdot \frac{V}{l}$

Αν δεχθούμε το βάρος του πρωτονίου αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη F_1, τότε το πρωτόνιο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην διεύθυνση των δυναμικών γραμμών (σχήμα 1) με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m_p}$, μέτρου $\alpha_1 = \frac{q_p V}{m_p \cdot l}$

Ομοίως το φορτίο q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F_2 = q\, E$.

Αλλά $E = \frac{V}{l}$, σχέση που ισχύει σε κάθε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, οπότε $F_2 = q \frac{V}{l}$.

Αν δεχθούμε το βάρος του φορτίου αμελητέο σε σχέση με τη δύναμη F_2 , τότε το φορτίο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών σχήμα (2) με επιτάχυνση $\vec{\alpha}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}$, μέτρου $\alpha_2 = \frac{q\, V}{m\, l}$

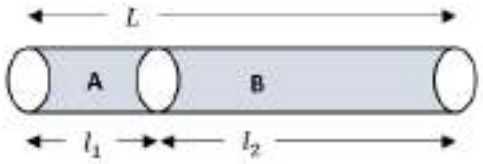
Ο λόγος $\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ είναι:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\frac{q_p V}{m_p \cdot l}}{\frac{q V}{m \cdot l}} \Rightarrow \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{m \cdot q_p}{m_p \cdot q} \overset{\substack{q=4q_p \\ m=2m_p}}{\Longrightarrow} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μέσα στο κλειστό κυλινδρικό δοχείο του σχήματος μήκους L υπάρχει ένα λεπτό έμβολο, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές και δεν επιτρέπει την ανταλλαγή θερμότητας μέσα από αυτό. Στο αριστερό μέρος του δοχείου υπάρχει ορισμένη ποσότητα μάζας m ιδανικού αερίου Α σε θερμοκρασία ενώ στο δεξιό μέρος υπάρχει ίση ποσότητα μάζας m ιδανικού αερίου Β στην ίδια θερμοκρασία T.



Η σχέση των γραμμομοριακών μαζών M_A και M_B των ιδανικών αερίων Α και Β αντιστοίχως είναι $M_A = 16M_B$. Αν το έμβολο ισορροπεί, οι αποστάσεις του εμβόλου l_1 και l_2 από τα άκρα του δοχείου ικανοποιούν τη σχέση:

(α) $l_2 = 16l_1$, **(β)** $l_2 = 4l_1$, **(γ)** $l_2 = 2l_1$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο θετικά φορτισμένα σωματίδια εκτοξεύονται με ταχύτητα ίδιου μέτρου υ_0 το ένα εναντίον του άλλου από άπειρη απόσταση μεταξύ τους. Τα φορτία και οι μάζες των σωματιδίων είναι αντίστοιχα q_1, m και q_2, $4m$. Όταν η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος γίνει μέγιστη, τα δύο φορτισμένα σωματίδια μάζας m και $4m$ αποκτούν ταχύτητες μέτρου υ_1και υ_2 αντίστοιχα, ίσες με:

(α) $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{5}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$, **(β)** $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{4}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$, **(γ)** $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{4}, \upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{7}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Γράφουμε την καταστατική εξίσωση για το αέριο Α

$$P_1 \cdot V_1 = n_1 \cdot RT \Rightarrow P_1 \cdot V_1 = \frac{m}{M_A} \cdot RT$$

Γράφουμε την καταστατική εξίσωση για το αέριο Β

$$P_2 \cdot V_2 = n_2 \cdot RT \Rightarrow P_2 \cdot V_2 = \frac{m}{M_B} \cdot RT$$

Όταν το έμβολο ισορροπεί, είναι $P_1 = P_2$.

Διαιρώντας τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{M_B}{M_A} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{16} \Rightarrow V_2 = 16V_1 \Rightarrow A \cdot l_2 = 16A \cdot l_1$$

$$l_2 = 16l_1$$

Μονάδες 8

2.2.

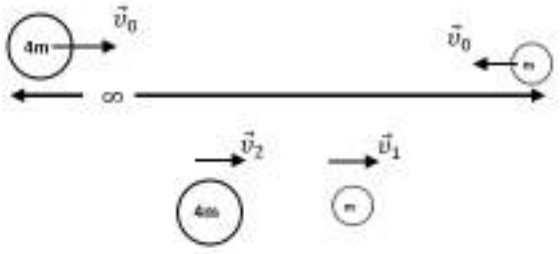
2.2.Α.Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σωματιδίων δίνεται από τη σχέση

$$U = K_c \frac{q_1 \cdot q_2}{x}$$

Παίρνει τη μέγιστη τιμή της όταν η μεταξύ των σωματιδίων απόσταση x γίνει ελάχιστη. Η απόσταση x γίνεται ελάχιστη στην κατάσταση όπου τα σώματα αποκτούν ίσες ταχύτητες, μέτρου $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$. Το σύστημα των σωμάτων είναι μονωμένο, οπότε ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής:



$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\ \sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\ \sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow \vec{P}_{4m} + \vec{P}_m = \vec{P}'_{4m} + \vec{P}'_m$$

$$4m \cdot \upsilon_0 - m \cdot \upsilon_0 = 4m \cdot \upsilon_2 + m \cdot \upsilon_1$$

$$4m \cdot \upsilon_0 - m \cdot \upsilon_0 = 4m \cdot \upsilon + m \cdot \upsilon \Rightarrow 3m \cdot \upsilon_0 = 5m \cdot \upsilon$$

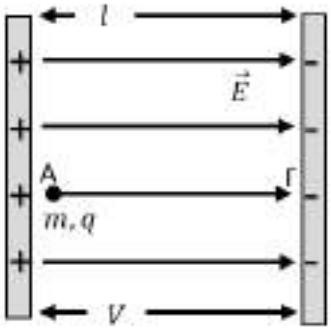
$$\upsilon = \frac{3\upsilon_0}{5}$$

Άρα, τα σώματα αποκτούν ταχύτητες ίσου μέτρου $\upsilon_1 = \frac{3\upsilon_0}{5}$ $\kappa\alpha\iota$ $\upsilon_2 = \frac{3\upsilon_0}{5}$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Πρωτόνιο μάζας m_p και φορτίου q_p αφήνεται στο σημείο Α, κοντά στη θετική πλάκα του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου του σχήματος. Οι παράλληλες πλάκες απέχουν l μεταξύ τους και έχουν φορτιστεί με τάση V. Το πρωτόνιο φτάνει στην αρνητική πλάκα στο σημείο Γ με ταχύτητα μέτρου υ_1. Από την ίδια θέση στο ίδιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο αφήνεται ένα θετικό φορτίο $q = 4q_p$ και μάζας $m = 4m_p$.



Το θετικό φορτίο q φτάνει στην αρνητική πλάκα στο σημείο Γ με ταχύτητα μέτρου υ_2. Ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ είναι ίσος με:

(α) 1 , **(β)** 2 , **(γ)** 3

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δοχείο σταθερού όγκου περιέχει $n\,mol$ μονοατομικού ιδανικού αερίου σε θερμοκρασία T. Για να τριπλασιαστεί η πίεση του αερίου πρέπει να προσφέρουμε ποσό θερμότητας Q ίσο με:

(α) nRT, **(β)** $3nRT$, **(γ)** $2nRT$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την κίνηση του πρωτονίου από τη θέση A στη θέση Γ:

$$\Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F\eta\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} m_p \upsilon_1^2 = q_p \cdot V \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2q_p \cdot V}{m_p}} (1)$$

Εφαρμόζω θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση A στη θέση Γ:

$$\Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{F\eta\lambda} \Rightarrow \frac{1}{2} m \upsilon_2^2 = q \cdot V \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\frac{2q \cdot V}{m}} (2)$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (2) όπου $q = 4q_p$ και $m = 4m_p$ καταλήγω:

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2q_p \cdot V}{m_p}} \ (3)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) προς (3) καταλήγω ότι ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$ είναι ίσος με:

$$\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = 1$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Στην ισόχωρη θέρμανση ισχύει ο νόμος του Charles:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

$$\frac{P_1}{T} = \frac{3P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 3T.$$

Για το ποσό θερμότητας που απορροφά το μονοατομικό ιδανικό αέριο στην ισόχωρη θέρμανση ισχύει:

$$Q = \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2} nR(T_2 - T_1)$$

$$Q = \frac{3}{2} nR(3T - T)$$

$$Q = \frac{3}{2} nR \cdot 2T$$

$$Q = 3nRT.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Από άπειρη απόσταση εκτοξεύουμε ένα αρνητικό φορτίο $q_1 = -2e$ με κινητική ενέργεια K_0 εναντίον ενός μονίμως ακλόνητου αρνητικού φορτίου $q_2 = -2e$. Η απόσταση x από το αρνητικό φορτίο q_2 όπου η κινητική ενέργεια του αρνητικού φορτίου q_1 υποτετραπλασιάζεται είναι:

(α) $x = \frac{7K_c \cdot e^2}{3K_0}$, **(β)** $x = \frac{16K_c \cdot e^2}{3K_0}$, **(γ)** $x = \frac{5K_c \cdot e^2}{3K_0}$

Δίνονται: το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο e και η ηλεκτρική σταθερά K_c

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μια ποσότητα ιδανικού αερίου θερμαίνεται, από θερμοκρασία Τ σε 3Τ υπό σταθερή πίεση. Το ποσοστό αύξησης του όγκου του αερίου είναι ίσο με:

(α) 300%, **(β)** 200% , **(γ)** 400%

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

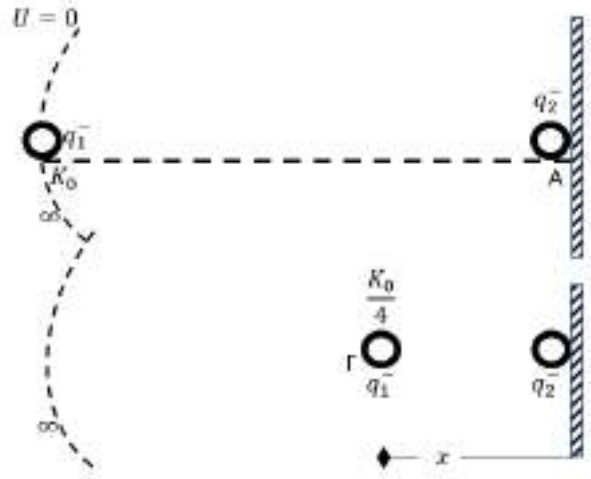
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.



Έστω ότι στη θέση που υποτετραπλασιάζεται η κινητική ενέργεια του αρνητικού φορτίου q_1, το αρνητικό φορτίο q_1 απέχει από το αρνητικό φορτίο q_2 απόσταση x. Εφαρμόζω αρχή διατήρησης της ενέργειας για το σύστημα των δύο αρνητικών φορτίων q_1 και q_2.

$$E_{\alpha\rho\chi} = E_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$U_{\alpha\rho\chi} + K_{\alpha\rho\chi} = U_{\tau\varepsilon\lambda} + K_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$0 + K_0 = \frac{K_c \cdot q_1 \cdot q_2}{x} + \frac{K_0}{4}$$

$$\frac{3K_0}{4} = \frac{K_c \cdot 4e^2}{x}$$

$$x = \frac{16K_c \cdot e^2}{3K_0}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Στην ισοβαρή μεταβολή ισχύει ο νόμος του Gay-Lussac:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_1}{T} = \frac{V_2}{3 \cdot T} \Rightarrow V_2 = 3 \cdot V_1$$

Το ποσοστό αύξησης του όγκου του αερίου δίνεται από τον τύπο:

$$\Pi\% = \frac{V_2 - V_1}{V_1} \cdot 100\%$$

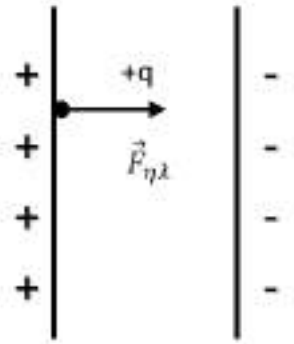
$$\Pi\% = \frac{3V_1 - V_1}{V_1} \cdot 100\%$$

$$\Pi\% = 200\%$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Στο χώρο μεταξύ δύο παράλληλων αντίθετα φορτισμένων μεταλλικών πλακών που απέχουν μεταξύ τους $d = 80cm$ αφήνεται ένα σωμάτιο το οποίο έχει φορτίο $q = +160\mu C$ και μάζα $m = 3{,}2 \cdot 10^{-5} kg$. Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $E = 2 \cdot 10^4 \ {}^{V}/_{m}$.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης που αποκτά το σωμάτιο.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του σωμάτιου.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσει στην αρνητικά φορτισμένη πλάκα το σωμάτιο, αν αφεθεί κοντά στη θετικά φορτισμένη πλάκα.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σωμάτιου κατά την μετακίνησή του από τη θετική στην αρνητική πλάκα.

Μονάδες 7

Το πεδίο βαρύτητας παραλείπεται.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το φορτίο q δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο δύναμη σταθερού μέτρου $F = q \cdot E \Rightarrow F = 3{,}2N$. Το φορτίο θα κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στην διεύθυνση των δυναμικών γραμμών με επιτάχυνση μέτρου $a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = 10^5\, {}^{m}/_{s^2}$.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής ορμής ισούται με το μέτρο της συνισταμένης δύναμης. Άρα:

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = F \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 3{,}2kg\, {}^{m}/_{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Από την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, χωρίς αρχική ταχύτητα του φορτίου έχουμε $x = \frac{1}{2} a \cdot t^2$ θέτοντας $x = d$ βρίσκουμε το χρόνο που χρειάζεται το φορτίο q για να πάει από τη θετική στην αρνητική πλάκα

$$d = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2d}{a}} \Rightarrow t = 4 \cdot 10^{-3} s$$

Το φορτίο φτάνει στην απέναντι πλάκα με ταχύτητα που το μέτρο της δίνεται από τη σχέση

$$\upsilon = a \cdot t \Rightarrow \upsilon = 400\, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η μεταβολή ορμής του σωματίου κατά την μετακίνησή του από την θετική στην αρνητική πλάκα υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta \vec{P} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{P}_{\alpha\rho\chi}$$

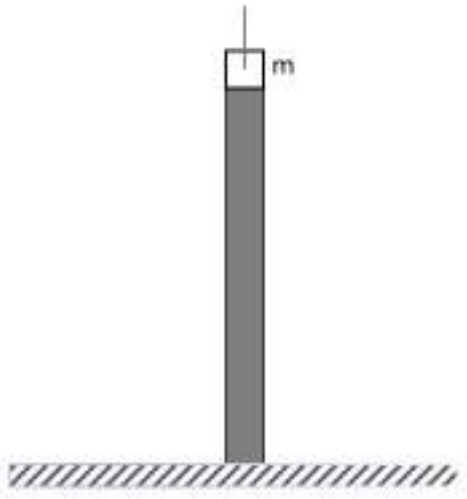
$$\Delta P = m \cdot \upsilon \Rightarrow \Delta P = 12{,}8 \cdot 10^{-3} kg\, {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σώμα μάζας $m = 4kg$ βρίσκεται ακίνητο σε κατακόρυφο στύλο ύψους h. Με τη βοήθεια ενός εκρηκτικού μηχανισμού το σώμα μάζας m διασπάται σε δύο νέα σώματα Σ_1και Σ_2 με μάζες m_1και m_2 αντίστοιχα και με σχέση μαζών $m_2 = 3m_1$. Η κινητική ενέργεια του συστήματος των δύο νέων σωμάτων ακριβώς μετά τη διάσπαση είναι $384J$.

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\,{}^{m}/_{s^2}$.



4.1. Να βρείτε τις ταχύτητες των σωμάτων ακριβώς μετά την διάσπασή τους.

Μονάδες 6

Εάν η μέγιστη απόσταση των δύο σωμάτων είναι $d_{max} = 160m$, να βρείτε:

4.2. Το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από τη χρονική στιγμή της διάσπασης μέχρι τη χρονική στιγμή που φτάνουν τα δύο σώματα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκαν τα δύο σώματα.

Μονάδες 6

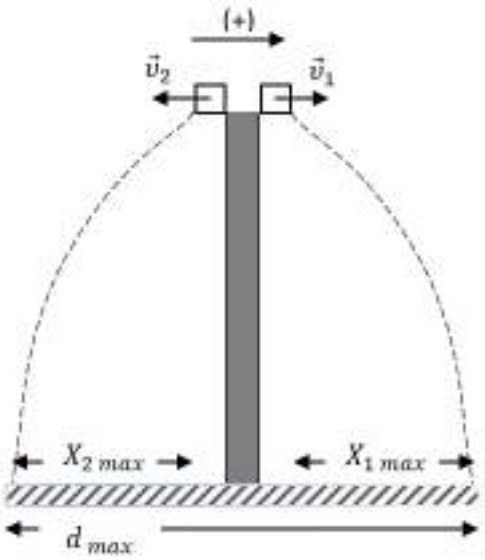
4.4. Το μέτρο της ταχύτητας του Σ_1 τη στιγμή κατά την οποία φτάνει στο έδαφος.

Δίνεται: $\sqrt{3076} = 55{,}46$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Κατά την έκρηξη η ορμή διατηρείται, οπότε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi\,\sigma\upsilon\sigma} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda\,\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow 0 = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2$$

$$m_2 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1 \Rightarrow 3m_1 \cdot \upsilon_2 = m_1 \cdot \upsilon_1$$

$$\upsilon_1 = 3\upsilon_2 \ (1)$$

$$m = m_1 + m_2 \Rightarrow m = m_1 + 3m_1 \Rightarrow m_1 = 4m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{m}{4}$$

$$m_1 = 1kg$$

$$m_2 = 3m_1 \Rightarrow m_2 = 3kg$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = K_1 + K_2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot {\upsilon_1}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {\upsilon_2}^2$$

$$K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 9{\upsilon_2}^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot {\upsilon_2}^2 \Rightarrow K_{\sigma\upsilon\sigma} = \left(\frac{9}{2} \cdot m_1 + \frac{1}{2} \cdot m_2\right) \cdot {\upsilon_2}^2$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{2K_{\sigma\upsilon\sigma}}{9m_1 + m_2}} \Rightarrow \upsilon_2 = 8\,{}^{m}/_{s}$$

$$\upsilon_1 = 3\upsilon_2$$

$$\upsilon_1 = 24\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2.

$$d_{max} = X_{1\,max} + X_{2\,max}$$

$$d_{max} = \upsilon_1 \cdot t_\pi + \upsilon_2 \cdot t_\pi$$

$$t_\pi = \frac{d_{max}}{\upsilon_1 + \upsilon_2}$$

$$t_\pi = 5s$$

Μονάδες 6

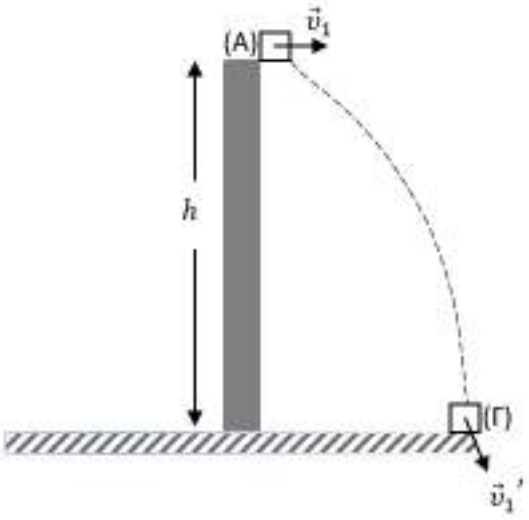
4.3.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot {t_\pi}^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5^2$$

$$h = 125m$$

Μονάδες 6

4.4. Το Σ_1 φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου ${\upsilon_1}'$



Εφαρμόζω ΘΜΚΕ κατά την κίνηση του σώματοςΣ_1 μεταξύ των θέσεων A $και$ Γ.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B$$

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot {\upsilon_1}'^2 - \frac{1}{2} m_1 \cdot {\upsilon_1}^2 = m_1 \cdot g \cdot h$$

$${\upsilon_1}' = \sqrt{{\upsilon_1}^2 + 2g \cdot h}$$

$${\upsilon_1}' = 55{,}46 \ {}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ακλόνητο σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = -100\mu C$ βρίσκεται πάνω σε λείο και μονωτικό δάπεδο. Σφαιρίδιο με φορτίο $q = 1\mu C$ και μάζα $m = 10gr$ βρίσκεται αρχικά σε απόσταση $r = 0{,}1m$ από το Q και εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 30\,{}^{m}/_{S}$ έτσι ώστε να απομακρύνεται από το Q.

4.1. Να βρείτε τη μέγιστη απόσταση στην οποία θα βρεθεί το φορτίο q.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο φορτίων.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ορμής του φορτίου q, όταν αυτό βρεθεί στη μέγιστη δυνατή απόσταση.

Μονάδες 6

4.4. Για ποιες τιμές της αρχικής ταχύτητάς του, το φορτίο q καταλήγει σε άπειρη απόσταση από το Q.

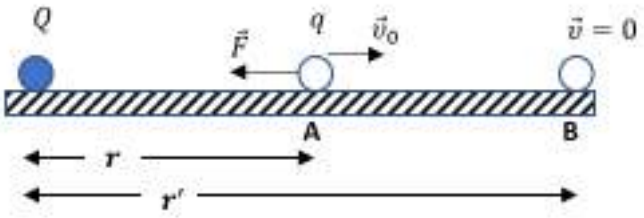
Μονάδες 7

Οι βαρυτικές και οι μαγνητικές αλληλεπιδράσεις παραλείπονται.

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά $K_C = 9 \cdot 10^9\ N \cdot \frac{m^2}{C^2}$

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Η απόσταση θα είναι μέγιστη όταν η τελική ταχύτητα του φορτίου q θα γίνει μηδέν. Έστω r' η μέγιστη απόσταση. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως τη θέση Β.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_0}^2 = q(V_A - V_B)$$

$$-\frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_0}^2 = q\left(\frac{K_c Q}{r} - \frac{K_c Q}{r'}\right)$$

$$r' = 0{,}2m$$

Μονάδες 6

4.2. Επειδή τα φορτία είναι ετερόσημα μέγιστη δυναμική ενέργεια θα έχουν όταν απέχουν τη μέγιστη απόσταση:

$$U_{max} = \frac{K_c \cdot Q \cdot q}{r'} \Rightarrow U_{max} = -4{,}5J$$

Μονάδες 6

4.3.

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = {F'}_{\eta\lambda} = \frac{K_c \cdot |Q| \cdot |q|}{{r'}^2} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 22{,}5kg\,{}^{m}/_{s^2}$$

Η κατεύθυνση του ρυθμού μεταβολής της ορμής $\frac{d\vec{P}}{dt}$ είναι από το φορτίο q προς το φορτίο Q.

Μονάδες 6

4.4. Βρίσκω αρχικά την ελάχιστη αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0\,min}$ που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο ∞, άρα οποιαδήποτε άλλη ταχύτητα υ_0 μεγαλύτερη της $\upsilon_{0\,min}$ είναι ικανή για να πάει το φορτίο q στο ∞.

Η ελάχιστη αρχική ταχύτητα $\upsilon_{0\,min}$ είναι αυτή που πρέπει να δώσουμε στο φορτίο q για να φτάσει στο άπειρο με μηδενική ταχύτητα $\upsilon_\infty = 0$.

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση του φορτίου q από τη θέση Α ως το άπειρο ∞.

$$\Delta K = \Sigma W \Rightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m \cdot {\upsilon_{0\,min}}^2 = q \cdot V_A$$

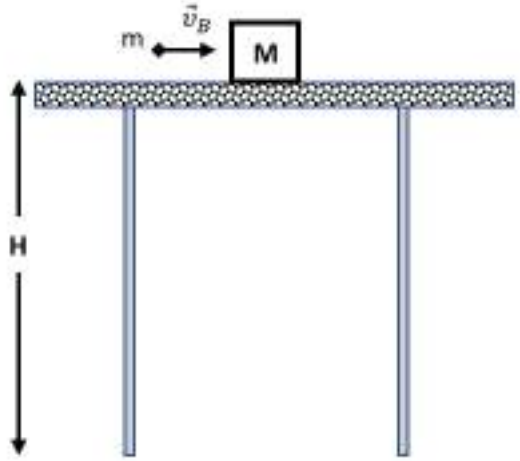
$$\upsilon_{0\,min} = 30\sqrt{2}\,{}^{m}/_{s}$$

Άρα για $\upsilon_0 \geq \upsilon_{0\,min} \Rightarrow \upsilon_0 \geq 30\sqrt{2}\,{}^{m}/_{s}$ το φορτίο q απομακρύνεται από το πεδίο που δημιουργεί το φορτίο Q.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Βλήμα μάζας $m = 0{,}2kg$ που κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_B = 100\,{}^{m}/_{S}$ σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ξύλινου σώματος μάζας $M = 1{,}8kg$ που είναι τοποθετημένο στη μη λεία οριζόντια επιφάνεια ενός τραπεζιού που έχει ύψος $H = 0{,}8m$ από το έδαφος. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται κατά μήκος του τραπεζιού, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβή ολίσθησης $\mu = 0{,}2$. Η κίνηση του συσσωματώματος μέχρι την άκρη του τραπεζιού διαρκεί χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 2s$ και το συσσωμάτωμα συνεχίζει την κίνησή του μέχρι την προσεδάφιση.



4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος ακριβώς μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε το μέτρο υ_0 της ταχύτητας του συσσωματώματος τη στιγμή που εγκαταλείπει το τραπέζι.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

Μονάδες 6

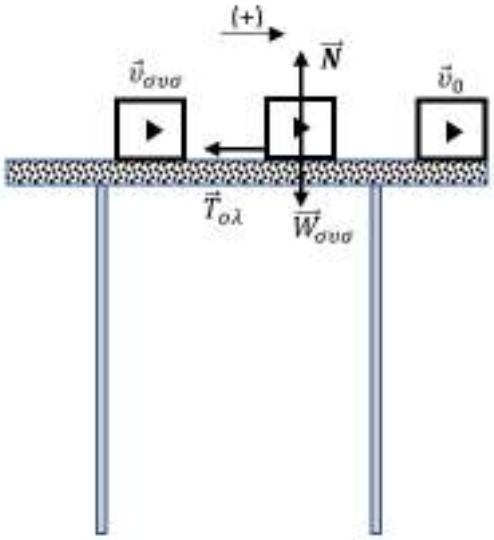
4.4. Να βρείτε τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής.

Μονάδες 6

Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο $g = 10\,{}^{m}/_{S^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Κατά την κρούση η ορμή του συστήματος διατηρείται σταθερή.

$$\vec{P}_{αρχ\ συσ} = \vec{P}_{τελ\ συσ}$$

$$\vec{P}_B + \vec{P}_M = \vec{P}_{συσ}$$

$$mv_B + 0 = (m+M)v_{συσ} \Rightarrow v_{συσ} = \frac{mv_B}{m+M} \Rightarrow v_{συσ} = 10\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το συσσωμάτωμα μετά την κρούση κινείται στο μη λείο οριζόντιο δάπεδο με το οποίο παρουσιάζει τριβές. Το συσσωμάτωμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με επιβράδυνση $\vec{\alpha}$ που υπολογίζεται με την παρακάτω διαδικασία:

Στον κατακόρυφο άξονα $y'y$ το συσσωμάτωμα δεν κινείται οπότε βάσει του 1ου Νόμου του Νεύτωνα έχω:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N - W_{συσ} = 0 \Rightarrow N = W_{συσ} \Rightarrow\ N = (m+M)g$$

$$N = 20N$$

Το μέτρο της τριβής ολίσθησης υπολογίζεται από τον τύπο:

$$T_{oλ} = \mu N \Rightarrow T_{oλ} = 4N$$

Στον οριζόντιο άξονα $x'x$ το συσσωμάτωμα κινείται και βάσει του θεμελιώδη νόμου της μηχανικής έχω:

$$\Sigma\vec{F}_x = (m+M)\vec{a}$$

$$-T_{oλ} = (m+M)a$$

$$a = -\frac{T_{oλ}}{m+M} \Rightarrow a = -2\,{}^{m}/_{s^2}$$

Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος στην άκρη του τραπεζιού που αποτελεί το μέτρο της αρχικής ταχύτητας v_0 της οριζόντιας βολής, υπολογίζεται βάσει του τύπου:

$$v_0 = v_{συσ} - |\alpha|\Delta t_1 \Rightarrow v_0 = 10 - 2\cdot 2 \Rightarrow v_0 = 6\,{}^{m}/_{s}$$

Μονάδες 7

4.3. Το χρονικό διάστημα της οριζόντιας βολής είναι Δt_2 και το σώμα φθάνει στο έδαφος όταν η κατακόρυφη μετατόπιση του είναι $y = H$. Το συσσωμάτωμα στον άξονα $y'y$ εκτελεί ελεύθερη πτώση, οπότε:

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

Με αντικατάσταση στον τύπο $y = \frac{1}{2} g t^2$, όπου $y = H$ βρίσκουμε το χρονικό διάστημα Δt_2 της πτώσης του συσσωματώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος

$$H = \frac{1}{2} g {\Delta t_2}^2 \Rightarrow \Delta t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

$$\Delta t_2 = 0{,}4s$$

Μονάδες 6

4.4. Στον άξονα $x'x$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η οριζόντια μετατόπιση υπολογίζεται από τον τύπο

$$x = \upsilon_0 \cdot t$$

Όταν φτάσει στο έδαφος το συσσωμάτωμα διανύει τη μέγιστη οριζόντια μετατόπιση x_{max} κατά το χρονικό διάστημα Δt_2 της οριζόντιας βολής, οπότε:

$$x_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t_2 \Rightarrow x_{max} = 2{,}4m$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σώμα που έχει ορμή P, συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα τριπλάσιας μάζας, το οποίο είναι ακίνητο. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η ορμή του συσσωματώματος είναι $4\mathrm{P}$.

(β) Η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι τετραπλάσια του αρχικά κινούμενου σώματος.

(γ) Κατά τη σύγκρουση μεταφέρθηκε από το πρώτο σώμα στο δεύτερο ορμή $\frac{3\mathrm{P}}{4}$.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Θετικά φορτισμένο σωματίδιο επιταχύνεται από την ηρεμία μεταξύ δυο σημείων ηλεκτροστατικού πεδίου που επικρατεί τάση V_0 και στη συνέχεια εισέρχεται κάθετα στις δυναμικές γραμμές άλλου ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, που σχηματίζεται από δύο παράλληλες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες. Η διαφορά δυναμικού ανάμεσα στις πλάκες είναι V_0, η μεταξύ τους απόσταση d και το μήκος των πλακών είναι $2\mathrm{d}$. Αν βάρος και δυνάμεις αντίστασης αμελούνται, η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου κατά την έξοδο από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο είναι:

(α) 45^0 , **(β)** 30^0 , **(γ)** 60^0

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Κατά την πλαστική κρούση η ορμή του συστήματος σωμάτων παραμένει σταθερή, οπότε:

$$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ} \leftrightarrow P = P_{ολ}^{τελ} \leftrightarrow \ m \cdot u = 4 \cdot m \cdot V \leftrightarrow V = \frac{u}{4}$$

Η μεταβολή της ορμής για κάθε σώμα είναι:

$$\Delta P_1 = m \cdot V - m \cdot u = m \cdot \frac{u}{4} - m \cdot u = \frac{P}{4} - P = -\frac{3 \cdot P}{4}$$

$$\Delta P_2 = 3m \cdot V - 0 = 3m \cdot \frac{u}{4} = \frac{3 \cdot P}{4}$$

Επομένως, σωστή η πρόταση (γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Πριν εισέλθει στο πεδίο το φορτισμένο σωματίδιο μάζας m και φορτίου q, επιταχύνεται λόγω της διαφοράς δυναμικού V_0 και αποκτά κινητική ενέργεια. Από το θεώρημα έργου – ενέργειας έχουμε:

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 - \ 0 = q \cdot \ V_0$, οπότε: $m \cdot u_0^2 = 2 \cdot q \ \cdot \ V_0$ (1)

Κατά την έξοδο του σωματιδίου από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, η ταχύτητα του στον x άξονα θα είναι $u_x = u_0$ (2) και στον y άξονα θα είναι:

$$u_y = \alpha \cdot t = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{Eq}{m} \cdot t = \frac{qV_0}{dm} \cdot t \quad (3)$$

Την χρονική στιγμή που το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο έχει διανύσει μέσα σε αυτό οριζόντια απόσταση $2d$, οπότε ισχύει: $2d = u_0 \cdot t \leftrightarrow t = \frac{2d}{u_0}$

Άρα, η σχέση (3) μας δίνει: $u_y = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0}$ (4)

Η γωνιακή εκτροπή του σωματιδίου θα είναι: $\varepsilon\phi\,\phi = \frac{u_y}{u_x}$. Λόγω των σχέσεων (1), (2), (4) έχουμε: $\varepsilon\phi\,\phi = \frac{qV_0}{dm} \cdot \frac{2d}{u_0^2} = \frac{2qV_0d}{2qV_0d} = 1$.

Επομένως: $\varphi = 45^o$, σωστή είναι η απάντηση (α).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ιδανικό αέριο θερμαίνεται ισόχωρα. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:

(α) Μειώνεται

(β) Αυξάνεται

(γ) Παραμένει σταθερή

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Για το διάγραμμα $\mathrm{P}-\mathrm{V}$ ενός κύκλου Carnot, δίνονται τα αντίστοιχα έργα για κάθε μια μεταβολή:

Ισόθερμη εκτόνωση: $\mathrm{W}_1 = 10.000\ \mathrm{J}$, Αδιαβατική εκτόνωση: $\mathrm{W}_2 = 6.000\ \mathrm{J}$,

Ισόθερμη συμπίεση: $|\mathrm{W}_3| = 7.000\ \mathrm{J}$, Αδιαβατική συμπίεση: $|\mathrm{W}_4| = 6.000\ \mathrm{J}$

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής είναι:

(α) 0,4 , **(β)** 0,3 , **(γ)** 0,6

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και δίνεται από την σχέση:

$$\overline{\mathrm{K}} = \frac{3}{2} \cdot \mathrm{k} \cdot \mathrm{T}$$

Εφόσον το αέριο θερμαίνεται, η απόλυτη θερμοκρασία θα αυξάνεται, οπότε θα αυξάνεται και η μέση κινητική ενέργεια $\overline{\mathrm{K}}$.

Επομένως, σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Ισχύει: $\mathrm{Q_h} = \mathrm{W_1} = 10.000\ \mathrm{J}$. Επίσης: $|\mathrm{Q_c}| = |\mathrm{W_3}| = 7.000\ \mathrm{J}$

Το ωφέλιμο μηχανικό έργο στην μηχανή Carnot είναι:

$$\mathrm{W} = \mathrm{Q_h} - |\mathrm{Q_c}| = 10.000\ \mathrm{J} - 7.000\ \mathrm{J} = 3.000\ \mathrm{J}$$

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής υπολογίζεται ως εξής:

$e = \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Q_h}} = \frac{3.000\ \mathrm{J}}{10.000\ \mathrm{J}} = 0{,}3$. Άρα, σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε μια ισόθερμη εκτόνωση ιδανικού αερίου, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του:

(α) Αυξάνεται

(β) Μειώνεται

(γ) Παραμένει σταθερή

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε μια θερμική μηχανή Carnot, η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι $\mathrm{T_h}$ ενώ αντίστοιχα της ψυχρής δεξαμενής, είναι $\mathrm{T_c}$. Για να είναι το ωφέλιμο έργο της θερμικής μηχανής ίσο με τα 2/3 της θερμότητας (κατά απόλυτη τιμή) που αποβάλλει το αέριο στην ψυχρή δεξαμενή σε κάθε κύκλο, θα πρέπει να ισχύει:

(α) $\mathrm{T_h} = \frac{2}{3} \cdot \mathrm{T}_c$, **(β)** $\mathrm{T}_c = \frac{3}{2} \cdot \mathrm{T}_h$, **(γ)** $\mathrm{T}_c = \frac{3}{5} \cdot \mathrm{T}_h$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από την απόλυτη θερμοκρασία του αερίου και δίνεται από την σχέση:

$$\overline{\mathrm{K}} = \frac{3}{2} \cdot \mathrm{k} \cdot \mathrm{T}$$

Εφόσον το αέριο εκτονώνεται ισόθερμα, η απόλυτη θερμοκρασία θα είναι σταθερή, οπότε θα είναι σταθερή και η μέση κινητική ενέργεια $\overline{\mathrm{K}}$.

Επομένως, σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β. Σύμφωνα με την εκφώνηση έχουμε:

$\mathrm{W} = \frac{2}{3} \cdot |\mathrm{Q_c}|$, δηλαδή:

$$\mathrm{Q_h} - |\mathrm{Q_c}| = \frac{2}{3} \cdot |\mathrm{Q_c}| \leftrightarrow \mathrm{Q_h} = \frac{5}{3} \cdot |\mathrm{Q_c}| \leftrightarrow \frac{\mathrm{Q_h}}{|\mathrm{Q_c}|} = \frac{5}{3} \qquad (1)$$

Επιπλέον ισχύει: $\frac{\mathrm{Q_h}}{|\mathrm{Q_c}|} = \frac{\mathrm{T_h}}{\mathrm{T_c}}$ (2)

Η σχέση (2) λόγω της (1) μας δίνει: $\frac{\mathrm{T_h}}{\mathrm{T_c}} = \frac{5}{3} \leftrightarrow \mathrm{T}_c = \frac{3}{5} \cdot \mathrm{T}_h$

Επομένως σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα βλήμα μάζας $m_1 = 0{,}2\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_1 = 300\text{m/s}$ και διαπερνά ένα ακίνητο ξύλινο σώμα μάζας $m_2 = 4\text{kg}$, το οποίο βρίσκεται πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το βλήμα βγαίνει από το ξύλινο σώμα με ταχύτητα $u_2 = 100\text{m/s}$ σε χρόνο $\Delta t = 2\text{ s}$. Να βρείτε:

4.1. Την ταχύτητα που θα αποκτήσει το ξύλινο σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μέσης οριζόντιας δύναμης που ασκεί το ξύλινο σώμα στο βλήμα.

Μονάδες 6

4.3. Πόση κινητική ενέργεια του συστήματος χάθηκε λόγω της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4. Το διάστημα που θα διανύσει το ξύλινο σώμα στο οριζόντιο επίπεδο μετά την κρούση, αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος και του οριζοντίου επιπέδου είναι $\mu = 0{,}2$.

Μονάδες 7

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα σωμάτων (βλήμα – ξύλινο σώμα) είναι μονωμένο, άρα ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{P}ολ(αρχ) = \vec{P}ολ(τελ)$, δηλαδή:

$$m_1 \cdot u_1 + 0 = m_1 \cdot u_2 + m_2 \cdot V \leftrightarrow$$

$$V = \frac{m_1 \cdot (u_1 - u_2)}{m_2} = 10\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. $$\bar{F} = \left|\frac{\Delta P_1}{\Delta t}\right| = \left|\frac{P_1^{τελ} - P_1^{αρχ}}{\Delta t}\right| = \frac{|m_1 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1|}{\Delta t} = \frac{|m_1 \cdot (u_2 - u_1)|}{\Delta t} = 20\ N$$

Μονάδες 6

4.3. $$\Delta K = K_{ολ}^{τελ} - K_{ολ}^{αρχ} = \left(\frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2\right) - \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 = -7.800\ J$$

Άρα, η κινητική ενέργεια του συστήματος που χάθηκε λόγω της κρούσης είναι 7.800 J

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την κίνηση του ξύλινου σώματος μετά την κρούση:

$$\Delta K = W_T \leftrightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2 = -T \cdot x \leftrightarrow$$

$$0 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2 = -\mu \cdot N \cdot x \leftrightarrow$$

$$-\frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot V^2 = -\mu \cdot m_2 \cdot g \cdot x \leftrightarrow$$

$$x = \frac{V^2}{2 \cdot \mu \cdot g} = 25m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Μια σφαίρα μάζας Μ= $1{,}95\text{kg}$ ηρεμεί στην άκρη οριζόντιου επιπέδου, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $\text{h} = 80\text{m}$ πάνω από το έδαφος. Βλήμα μάζας $\text{m} = 50\,\text{g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u_0 = 200\text{m/s}$ και συγκρούεται πλαστικά με την σφαίρα. Αν αμέσως μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα βλήμα - σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, να βρείτε:

4.1. Την ταχύτητα που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

4.2. Τον χρόνο καθόδου του συσσωματώματος και την οριζόντια απόσταση που θα διανύσει το συσσωμάτωμα στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.3. Την εξίσωση τροχιάς του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήματος – σφαίρας, λόγω της πλαστικής κρούσης.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $\text{g} = 10\text{m/s}^2$ και θεωρήστε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Για την πλαστική κρούση βλήματος – σφαίρας ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής:

$P_{ολ}^{αρχ} = P_{ολ}^{τελ}$, δηλαδή:

$m \cdot u_0 + 0 = (m + M) \cdot V \leftrightarrow$

$$V = \frac{m \cdot u_0}{(m+M)} = \frac{0{,}05\ kg \cdot 200 m/s}{2\ kg} = 5\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Για τον χρόνο κίνησης του συσσωματώματος έχουμε:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4s.$$

Η οριζόντια απόσταση που έχει διανύσει το συσσωμάτωμα όταν φτάνει στο έδαφος είναι:

$$x = V \cdot t = 20m.$$

Μονάδες 6

4.3. Για την εξίσωση τροχιά του συσσωματώματος έχουμε:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\frac{x}{V})^2 = \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot V^2} = \frac{10 \cdot x^2}{50} = \frac{1}{5} \cdot x^2$$

Μονάδες 6

4.4. Το ποσοστό % απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήματος – σφαίρας, λόγω της πλαστικής κρούσης είναι:

$$α\ \% = \frac{|K_{ολ}^{τελ} - K_{ολ}^{αρχ}|}{K_{ολ}^{αρχ}} \cdot 100\% = |\frac{K_{ολ}^{τελ}}{K_{ολ}^{αρχ}} - 1| \cdot 100\% = |\frac{\frac{1}{2} \cdot (m + M) \cdot V^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2} - 1| \cdot 100\%$$

Οπότε: $α\ \% = 97{,}5\%$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη και εκτοξεύει ένα σώμα μάζας $\mathrm{m} = 0{,}5\ \mathrm{kg}$ οριζόντια, με ταχύτητα $\upsilon_0 = 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ από ύψος $\mathrm{h} = 7{,}2\mathrm{m}$. Το σώμα φτάνει στο έδαφος μετά από χρονικό διάστημα $\Delta\mathrm{t} = 3\mathrm{s}$.

4.1. Να βρεθεί η μέγιστη οριζόντια απόσταση στην οποία φτάνει το σώμα.

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Σελήνης.

Μονάδες 6

4.3. Να βρεθεί το μέτρο της ορμής του σώματος μετά από χρόνο $\mathrm{t} = 2{,}5\mathrm{s}$ από την στιγμή που εκτοξεύτηκε.

Μονάδες 6

4.4. Αν ο αστροναύτης γνωρίζει ότι η Σελήνη έχει ακτίνα $\mathrm{R} = 1{,}7 \cdot 10^6\mathrm{m}$ ποια τιμή υπολογίζει για το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου της Σελήνης στην επιφάνειά της;

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η μέγιστη οριζόντια απόσταση που φτάνει το σώμα αντιστοιχεί στο βεληνεκές της οριζόντιας βολής, το οποίο είναι

$$s_{max} = \upsilon_0 \cdot \Delta t = 12\frac{m}{s} \cdot 3s = 36m$$

Μονάδες 6

4.2. Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην Σελήνη προσδιορίζεται από τον χρόνο πτώσης του σώματος θέτοντας $y = h$, δηλαδή

$$h = \frac{1}{2}g(\Delta t)^2 \Leftrightarrow g = \frac{2h}{(\Delta t)^2} = \frac{2 \cdot 7{,}2m}{(3s)^2} = \frac{14{,}4}{9}\frac{m}{s^2} = 1{,}6\frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.3. Μετά από χρόνο $t = 2{,}5s$ από την στιγμή που το σώμα εκτοξεύτηκε, το μέτρο της ταχύτητάς του είναι

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{12^2 + (1{,}6 \cdot 2{,}5)^2}\frac{m}{s} = \sqrt{144 + 16}\frac{m}{s} = \sqrt{160}\frac{m}{s} = 4\sqrt{10}\frac{m}{s}$$

Το μέτρο της ορμής του σώματος εκείνη την στιγμή είναι

$$P = m\upsilon = 0{,}5kg \cdot 4\sqrt{10}\frac{m}{s} = 2\sqrt{10}\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.4. Στην Σελήνη, η ένταση του βαρυτικού της πεδίου στην επιφάνειά της δίνεται από την σχέση

$$g = \frac{GM_\Sigma}{R^2} \qquad (1)$$

Αντίστοιχα, το δυναμικό δίνεται από την σχέση

$$V = -\frac{GM_\Sigma}{R} \qquad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει

$$\frac{g}{V} = \frac{\frac{GM_\Sigma}{R^2}}{-\frac{GM_\Sigma}{R}} \Leftrightarrow \frac{g}{V} = -\frac{1}{R} \Leftrightarrow V = -gR = -1{,}6\frac{m}{s^2}1{,}7 \cdot 10^6 m = -2{,}72 \cdot 10^6\frac{J}{kg}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο σφαίρες αποτελούν σύστημα σωμάτων. Να μελετήσετε τις παρακάτω προτάσεις:

(α) Η συνολική μάζα ενός κλειστού συστήματος σωμάτων μπορεί να μεταβάλλεται.

(β) Η ολική ορμή του συστήματος σωμάτων διατηρείται πάντα σταθερή.

(γ) Κατά την αλληλεπίδραση των σφαιρών, οι οποίες αποτελούν ένα μονωμένο σύστημα, οι μεταβολές των ορμών τους είναι αντίθετες.

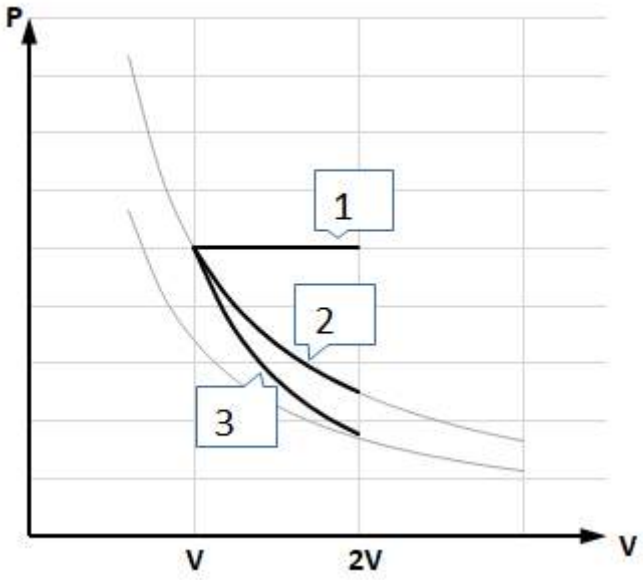
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η εκτόνωση ενός αερίου με τρείς διαφορετικούς τρόπους: η μεταβολή (1) είναι ισοβαρής, η μεταβολή (2) είναι ισόθερμη και η μεταβολή (3) είναι αδιαβατική.



Συγκρίνοντας τις αντίστοιχες θερμότητες που παράγονται σε κάθε μια από τις παραπάνω μεταβολές, ισχύει ότι:

(α) $Q_1 > Q_2$ και $Q_2 = Q_3$, **(β)** $Q_1 > Q_2 > Q_3$, **(γ)** $Q_1 < Q_2 < Q_3$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β. Εφόσον το σύστημα των δύο σφαιρών είναι μονωμένο, η συνολική ορμή τους διατηρείται. Δηλαδή:

$\Delta P_{ολ} = 0 \leftrightarrow \Delta P_1 + \Delta P_2 = 0 \leftrightarrow \Delta P_1 = -\Delta P_2$

Άρα σωστή η απάντηση (γ).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β. Από το διάγραμμα $P - V$, συγκρίνοντας τα αντίστοιχα εμβαδά, λαμβάνουμε:

$W_1 > W_2 > W_3$ (1)

Για την θερμότητα σε κάθε μεταβολή ισχύει:

Για την μεταβολή (1): $Q_1 = W_1 + \Delta U_1$, με $Q_1 > 0$ (αφού $W_1 > 0$ *και* $\Delta U_1 > 0$)

Για την μεταβολή (2): $Q_2 = W_2$, αφού $\Delta U_2 = 0$, με $Q_2 > 0$

Για την μεταβολή (3): $Q_3 = 0$

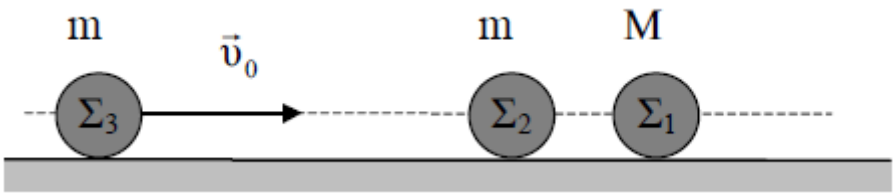
Λόγω της σχέσης (1), λαμβάνουμε τελικά: $Q_1 > Q_2 > Q_3$

Επομένως, σωστή η απάντηση (β).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο σφαίρες Σ_1 και Σ_2 ίσου όγκου με μάζες $\mathrm{M} = 6\mathrm{kg}$ και $\mathrm{m} = 2\mathrm{kg}$ αντίστοιχα, ηρεμούν σε μικρή απόσταση μεταξύ τους πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μία τρίτη σφαίρα Σ_3, ίσου όγκου με τις προηγούμενες και μάζας m, κινείται κατά μήκος της ευθείας που περνάει από τα κέντρα των άλλων δύο σφαιρών, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα, με ταχύτητα $\upsilon_0 = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Αρχικά η σφαίρα Σ_3 συγκρούεται με την Σ_2 και στην συνέχεια οι δύο μαζί συγκρούονται με την Σ_1. Όλες οι κρούσεις μεταξύ των σφαιρών είναι πλαστικές.



4.1. Να βρείτε την ταχύτητα υ που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα των σφαιρών Σ_3 και Σ_2.

Μονάδες 6

4.2. Να βρείτε την ταχύτητα V που θα αποκτήσει το συσσωμάτωμα των σφαιρών Σ_1, Σ_2 και Σ_3;.

Μονάδες 6

4.3. Αν η διάρκεια της δεύτερης κρούσης είναι $\Delta\mathrm{t} = 0{,}1\mathrm{s}$ να υπολογιστεί η μέση δύναμη που δέχτηκε η σφαίρα Σ_1 κατά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4. Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του Σ_3, το οποίο μετατράπηκε σε θερμότητα εξαιτίας των δύο κρούσεων.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σύστημα των σφαιρών Σ_3 και Σ_2 είναι μονωμένο, οπότε εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για να υπολογίσουμε την κοινή τους ταχύτητα υ.

$$P_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow m\upsilon_0 + 0 = (m+m)\upsilon \Leftrightarrow \upsilon = \frac{\upsilon_0}{2} = 10\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Το συσσωμάτωμα των σφαιρών Σ_2 και Σ_3 συγκρούεται πλαστικά με την σφαίρα Σ_1. Κατά την διάρκεια της κρούσης το σύστημα είναι μονωμένο, οπότε ισχύει και πάλι η διατήρηση της ορμής.

$$P_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow 2m\upsilon + 0 = (2m+M)V \Leftrightarrow V = \frac{2m\upsilon}{2m+M} = \frac{4\cdot 10}{10}\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η μέση δύναμη που δέχεται η σφαίρα Σ_1 κατά την διάρκεια της κρούσης με το συσσωμάτωμα Σ_2-Σ_3 έχει μέτρο

$$F = \frac{\Delta P_1}{\Delta t} = \frac{P_{1,\tau\varepsilon\lambda} - P_{1,\alpha\rho\chi}}{\Delta t} = \frac{MV - 0}{\Delta t} = \frac{6\cdot 4}{0{,}1}N = 240\ N$$

Μονάδες 6

4.4. Η αρχική κινητική ενέργεια της σφαίρας Σ_3 είναι

$$K_{\alpha\rho\chi} = \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}2kg\left(20\frac{m}{s}\right)^2 = 400\ J$$

Το συνολικό ποσό θερμότητας που παράγεται στις δύο κρούσεις είναι

$$|\Delta K| = |K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}| = |\frac{1}{2}(2m+M)V^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2| = \left|\frac{1}{2}10\cdot 4^2 - \frac{1}{2}2\cdot 20^2\right| J = |80-400|\ J = 320\ J$$

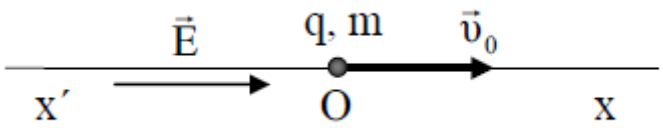
Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας, το οποίο μετατράπηκε σε θερμότητα είναι

$$\frac{|\Delta K|}{K_{\alpha\rho\chi}}\cdot 100\% = \frac{320}{400}\cdot 100\% = 80\%$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σε μία περιοχή υπάρχει ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ με μέτρο $E = 10^5 \frac{N}{C}$. Θεωρούμε άξονα $x'x$ που έχει θετική κατεύθυνση εκείνη των δυναμικών γραμμών του ηλεκτροστατικού πεδίου $\vec{E}$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται σωματίδιο μάζας $m = 10^{-3}kg$ και αρνητικού φορτίου $q = -10^{-2}C$ από την αρχή του άξονα Ο και κατά την θετική φορά με ταχύτητα $\upsilon_0 = 4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα. Να θεωρήσετε πως η μοναδική δύναμη που δέχεται το σωματίδιο είναι η ηλεκτροστατική και να υπολογίσετε



4.1. την επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο.

Μονάδες 6

4.2. τη διαφορά δυναμικού μεταξύ της αρχής Ο και του σημείου που θα σταματήσει το σωματίδιο στιγμιαία.

Μονάδες 6

4.3. ποια χρονική στιγμή θα επιστρέψει το σωματίδιο στην αρχή Ο.

Μονάδες 6

4.4. το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου κατά την κίνησή του από την αρχή Ο μέχρι να βρεθεί πάλι στην θέση αυτή .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η επιτάχυνση που αποκτά το σωματίδιο στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο οφείλεται μόνο στην ηλεκτροστατική δύναμη, οπότε από τον 2ο νόμο του Νεύτωνα προκύπτει

$$\alpha = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{E|q|}{m} = \frac{10^5 \cdot |-10^{-2}|}{10^{-3}} \frac{m}{s^2} = 10^6 \frac{m}{s^2}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το σωματίδιο από την αρχή Ο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία, έστω μέχρι το σημείο Α.

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow 0 - \frac{m\upsilon_0^2}{2} = qV_{OA} \Leftrightarrow V_{OA} = -\frac{m\upsilon_0^2}{2q} \Leftrightarrow$$

$$V_{OA} = -\frac{10^{-3}(4 \cdot 10^3)^2}{2\,(-10^{-2})} V = 8 \cdot 10^5 \text{ Volt}$$

Μονάδες 6

4.3. Το σωματίδιο θα επιστρέψει στην αρχική του θέση όταν θα βρεθεί στην θέση $x = 0$. Επειδή το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, δέχεται ηλεκτρική δύναμη αντίθετη με την αρχική ταχύτητα και επιβραδύνεται ομαλά. Έχουμε

$$x = \upsilon_0 t - \frac{\alpha t^2}{2} \Leftrightarrow 0 = t\left(\upsilon_0 - \frac{\alpha t}{2}\right) \Leftrightarrow t = 0 \text{ (αρχή) } \text{ ή } \upsilon_0 - \frac{\alpha t}{2} = 0$$

Η πρώτη λύση αντιστοιχεί στην αρχική θέση του σωματιδίου. Από την δεύτερη λύση προκύπτει

$$\upsilon_0 = \frac{\alpha t}{2} \Leftrightarrow t = \frac{2\upsilon_0}{\alpha} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^3}{10^6} s = 8 \cdot 10^{-3} s$$

Μονάδες 6

4.4. Η ταχύτητα με την οποία επιστρέφει το σωματίδιο στην αρχική θέση μπορεί να υπολογιστεί από την σχέση της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση.

$$\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t = \upsilon_0 - \alpha\left(\frac{2\upsilon_0}{\alpha}\right) = \upsilon_0 - 2\upsilon_0 = -\upsilon_0 = -4 \cdot 10^3 \frac{m}{s}$$

Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά έχουμε

$$\Delta P = m\upsilon - m\upsilon_0 = m(-\upsilon_0) - m\upsilon_0 = -2m\upsilon_0 = -2 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^3 \text{ kg} \frac{m}{s} = -8 \text{ kg} \frac{m}{s}$$

Κατά συνέπεια, το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σωματιδίου είναι $8 \text{ kg} \frac{m}{s}$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα σώμα εκτοξεύεται κατακόρυφα από την επιφάνεια της Γης. Κατά την διάρκεια της ανόδου το σώμα διέρχεται από διαδοχικά σημεία στα οποία:

(α) το βαρυτικό δυναμικό αυξάνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνεται.

(β) το βαρυτικό δυναμικό μειώνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου αυξάνεται.

(γ) το βαρυτικό δυναμικό και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνονται.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία σταθερή δύναμη F ασκείται σε ένα σώμα στην κατεύθυνση της κίνησής του και σε χρονικό διάστημα $\Delta \mathrm{t}$ προκαλεί μεταβολή στο μέτρο της ορμής του κατά $12\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Αν η δύναμη διπλασιαστεί, τότε σε χρονικό διάστημα $\Delta \mathrm{t}_2 = 3\Delta \mathrm{t}_1$ η μεταβολή του μέτρου της ορμής που προκαλεί αυτή η δύναμη θα είναι:

(α) $24\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, **(β)** $36\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, **(γ)** $72\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης το βαρυτικό δυναμικό δίνεται από την σχέση:

$$V = -\frac{GM_Γ}{R_Γ+h} \qquad (1)$$

Καθώς το σώμα απομακρύνεται από την επιφάνεια της Γης, το ύψος μεγαλώνει. Από την σχέση (1) προκύπτει εύκολα, πως όταν μεγαλώνει το ύψος, ο παρονομαστής αυξάνεται, ο όρος $\frac{GM_Γ}{R_Γ+h}$ μικραίνει αλλά, λόγω του αρνητικού προσήμου που υπάρχει στην σχέση (1), το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου μεγαλώνει.

Αντίστοιχα, σε ύψος h από την επιφάνεια της Γης, η ένταση του βαρυτικού πεδίου

$$g = \frac{GM_Γ}{(R_Γ+h)^2} \qquad (2)$$

Όταν μεγαλώνει το ύψος, ο παρονομαστής στην σχέση (2) αυξάνεται και η ένταση του βαρυτικού πεδίου μειώνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με την γενίκευση του 2ου νόμου του Νεύτωνα, μία δύναμη που ασκείται σε ένα σώμα στην κατεύθυνση της κίνησής του, προκαλεί μεταβολή στο μέτρο της ορμής κατά

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta P = F \cdot \Delta t \qquad (1)$$

Η σχέση (1) για την αρχική δύναμη είναι

$$\Delta P_1 = F_1 \cdot \Delta t_1 \qquad (2)$$

και για την τελική δύναμη

$$\Delta P_2 = F_2 \cdot \Delta t_2 \qquad (3)$$

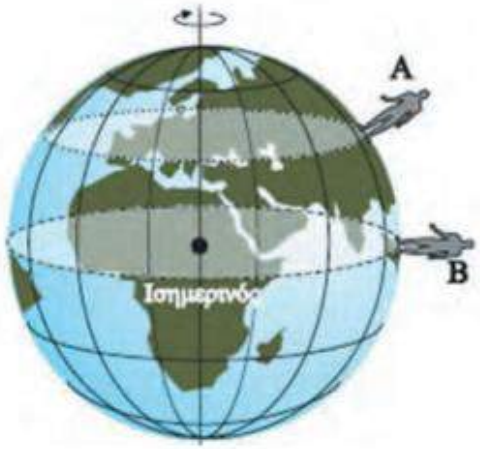
Διαιρούμε τις σχέσεις (2) και (3) κατά μέλη, οπότε προκύπτει

$$\frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{F_2 \cdot \Delta t_2} \Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{F_1 \cdot \Delta t_1}{2F_1 \cdot 3\Delta t_1} \Leftrightarrow \frac{\Delta P_1}{\Delta P_2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \Delta P_2 = 6\Delta P_1 = 6 \cdot 12\ kg\frac{m}{s} = 72\ kg\frac{m}{s}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Θεωρούμε δύο ανθρώπους που βρίσκονται στα σημεία Α και Β της γήινης επιφάνειας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Λόγω της περιστροφής της Γης εκτελούν μια περιστροφή σε χρονικό διάστημα 24h.



Από τα δεδομένα αυτά, συμπεραίνουμε ότι

(α) ο Α έχει μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση από τον Β.

(β) ο Β έχει μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση από τον Α.

(γ) και οι δύο έχουν ίδια κεντρομόλο επιτάχυνση.

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία θερμική μηχανή απορροφά σε κάθε κύκλο ποσό θερμότητας $\text{Q}_\text{h} = 2000\,\text{J}$ από την θερμή δεξαμενή και έχει συντελεστή απόδοσης $\text{e} = 0{,}4$. Αν η θερμική μηχανή έχει συχνότητα $\text{f} = 10\,\text{Hz}$, δηλαδή εκτελεί 10 κύκλους σε κάθε δευτερόλεπτο, τότε η ισχύς που αποδίδει είναι

(α) $8\,\text{kW}$, **(β)** $20\,kW$, **(γ)** $12\,\text{kW}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η κεντρομόλος επιτάχυνση στην ομαλή κυκλική κίνηση δίνεται από την σχέση $\alpha_{\kappa} = \omega^2 R$, δηλαδή είναι ανάλογη με την ακτίνα περιστροφής όταν η γωνιακή ταχύτητα ω είναι σταθερή. Ο Α και ο Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση με ίδια περίοδο $T = 24h$, οπότε θα έχουν και ίδια γωνιακή ταχύτητα, αφού $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_A και R_B με $R_A < R_B$. Επειδή η κεντρομόλος επιτάχυνση είναι ανάλογη με την ακτίνα της τροχιάς ισχύει $\alpha_{\kappa,A} < \alpha_{\kappa,B}$, δηλαδή ο Β έχει μεγαλύτερη κεντρομόλο επιτάχυνση από τον Α.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το έργο που παράγει η θερμική μηχανή σε κάθε κύκλο δίνεται από την σχέση

$$e = \frac{W}{Q_h} \Leftrightarrow W = e \cdot Q_h \qquad (1)$$

Αντικαθιστώντας τα αριθμητικά δεδομένα στην σχέση (1) έχουμε $W = e \cdot Q_h = 0{,}4 \cdot 2000\ J = 800\ J$.

Η μέση ισχύς που αποδίδει η μηχανή είναι $P = \frac{W}{T}$ όπου $T = \frac{1}{f}$, είναι το χρονικό διάστημα που διαρκεί κάθε κύκλος. Συνδυάζοντας αυτές τις δύο σχέσεις έχουμε

$$P = W \cdot f = 800\ J \cdot 10\ Hz = 8000\ W = 8\ kW$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία ποσότητα ιδανικού αερίου υποβάλλεται σε αδιαβατική εκτόνωση. Στην μεταβολή αυτή η θερμοκρασία του αερίου:

(α) μειώνεται.

(β) αυξάνεται.

(γ) παραμένει σταθερή.

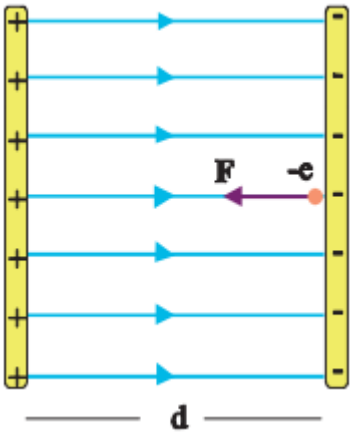
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο παράλληλες μεταλλικές πλάκες φορτισμένες με αντίθετα φορτία απέχουν απόσταση d και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης E. Ένα ηλεκτρόνιο με μάζα m και φορτίο $-e$ αφήνεται πολύ κοντά στην αρνητική πλάκα, στο σημείο που φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Θεωρώντας το βάρος του ηλεκτρονίου αμελητέο, η ταχύτητα με την οποία θα χτυπήσει το ηλεκτρόνιο στην θετικά φορτισμένη μεταλλική πλάκα είναι:

(α) $u = \sqrt{\frac{Eed}{2m}}$, **(β)** $u = \sqrt{\frac{2Eed}{m}}$, **(γ)** $u = \sqrt{\frac{Eed}{m}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Στην αδιαβατική μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου η μορφή του 1ου θερμοδυναμικού νόμου είναι

$$W = -\Delta U \qquad (1)$$

Στην σχέση (1) το μέγεθος ΔU είναι η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας και W είναι το έργο του αερίου. Επειδή το αέριο εκτονώνεται, η μεταβολή του όγκου είναι θετική, οπότε θετικό θα είναι και το έργο, άρα $W > 0$.

Από την σχέση (1) συμπεραίνουμε ότι αφού το έργο είναι θετικό, η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας θα είναι αρνητική, δηλαδή $\Delta U < 0$. Για ένα ιδανικό αέριο η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T \qquad (2)$$

Επειδή $\Delta U < 0$ από την σχέση (2) προκύπτει ότι $\Delta T < 0$, άρα η θερμοκρασία του αερίου μειώνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Θα εφαρμόσουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση του ηλεκτρονίου από την αρνητική πλάκα μέχρι να συναντήσει την θετική πλάκα. Το ηλεκτρόνιο δέχεται μόνο την ηλεκτρική δύναμη από το πεδίο, η οποία έχει μέτρο $F = E \cdot |-e| = E \cdot e$. Συνεπώς

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} m u^2 - 0 = F \cdot d \Leftrightarrow u^2 = \frac{2 \cdot F \cdot d}{m} \Leftrightarrow u = \sqrt{\frac{2Eed}{m}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Σώμα βρίσκεται στην άκρη της οριζόντιας επιφάνειας ενός τραπεζιού σε ύψος h. Την χρονική στιγμή $\mathrm{t} = 0$ δίνουμε στο σώμα οριζόντια ταχύτητα u_0 και αυτό εκτελεί οριζόντια βολή. Το σώμα φτάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή $\mathrm{t}_1 = 0{,}4\mathrm{s}$ έχοντας μετατοπιστεί οριζόντια κατά $\mathrm{s}_{\max} = 4\mathrm{m}$. Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $\mathrm{g} = 10\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$ και η αντίσταση από τον αέρα θεωρείται αμελητέα.

4.1. Να υπολογίσετε το ύψος h του τραπεζιού.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα u_0 με την οποία εκτοξεύτηκε το σώμα.

Μονάδες 6

4.3. Εξετάστε αν σε κάποιο σημείο της τροχιάς της κίνησης του σώματος, εκτός από το σημείο εκτόξευσης, η οριζόντια και η κατακόρυφη θέση του σώματος έχουν το ίδιο μέτρο.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα, τη χρονική στιγμή που η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητάς του έχει πενταπλάσιο μέτρο από την κατακόρυφη συνιστώσα της ταχύτητας.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το ύψος του τραπεζιού είναι ίσο με την κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος από το σημείο εκτόξευσης μέχρι να φτάσει στο έδαφος. Άρα

$$h = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot (0{,}4s)^2 = 0{,}8\ m$$

Μονάδες 6

4.2. Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του σώματος είναι το βεληνεκές της οριζόντιας βολής και εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα u_0. Ισχύει

$$s_{max} = u_0 t_1 \Leftrightarrow u_0 = \frac{s_{max}}{t_1} = \frac{4m}{0{,}4s} = 10 \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Η οριζόντια θέση του σώματος στην οριζόντια βολή είναι $x = u_0 t$ ενώ η κατακόρυφη είναι $y = \frac{1}{2} g t^2$. Αναζητάμε ποια χρονική στιγμή ισχύει

$$x = y \Leftrightarrow u_0 t = \frac{1}{2} g t^2 \Leftrightarrow t(2u_0 - gt) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \ \text{ή} \ t = \frac{2u_0}{g}$$

Η χρονική στιγμή $t = 0$ αντιστοιχεί στο σημείο εκτόξευσης. Η δεύτερη λύση αντιστοιχεί στην χρονική στιγμή

$$t = \frac{2u_0}{g} = \frac{2 \cdot 10}{10} s = 2s > t_1$$

Η λύση αυτή δεν είναι δεκτή γιατί το σώμα έχει φτάσει στο έδαφος σε μικρότερο χρόνο. Επομένως, δεν υπάρχει χρονική στιγμή στην οποία ισχύει $x = y$.

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας είναι $u_x = u_0$ και της κατακόρυφης είναι $u_y = gt$. Έστω ότι την χρονική στιγμή t_2 ισχύει

$$u_x = 5u_y \Leftrightarrow u_0 = 5gt_2 \Leftrightarrow t_2 = \frac{u_0}{5g} = \frac{10}{5 \cdot 10} s = \frac{1}{5} s$$

Την χρονική στιγμή t_2 η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος είναι

$$y_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 = \frac{1}{2} 10 \left(\frac{1}{5}\right)^2 m = \frac{10}{50} m = \frac{1}{5} m = 0{,}2m$$

Στο σημείο αυτό της τροχιάς, το σώμα απέχει από το έδαφος

$$h - y_2 = 0{,}8m - 0{,}2m = 0{,}6m$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βαγόνι B_1 μάζας $m_1 = 30.000\ \text{kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 4\ \text{m/s}$ και συγκρούεται με ένα άλλο ακίνητο βαγόνι B_2. Αμέσως μετά τη σύγκρουση, το B_2 κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_2' = 3\ \text{m/s}$, ενώ το B_1 αναστρέφει την κίνησή του και κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1' = 1\ \text{m/s}$.

Η μάζα m_2 του βαγονιού B_2 είναι ίση με

(α) $30.000\ \text{kg}$, **(β)** $50.000\ \text{kg}$, **(γ)** $40.000\ \text{kg}$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο αντίθετα φορτισμένες μεταλλικές πλάκες απέχουν μεταξύ τους απόσταση d και δημιουργούν ανάμεσά τους ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$. Από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα ξεκινά ένα ηλεκτρόνιο, με μηδενική αρχική ταχύτητα, το οποίο κινείται προς τη θετικά φορτισμένη πλάκα. Η μάζα του ηλεκτρονίου είναι m_e και το φορτίο του ηλεκτρονίου είναι ίσο με $-e$. Αγνοούμε την βαρυτική δύναμη που δέχεται το ηλεκτρόνιο.

Το ηλεκτρόνιο φθάνει στη θετικά φορτισμένη πλάκα με ταχύτητα υ ίση με

(α) $\sqrt{2\,d\,E\,e\,m_e}$, **(β)** $\sqrt{\frac{2\,d\,m_e}{E\,e}}$, **(γ)** $\sqrt{\frac{2\,d\,E\,e}{m_e}}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

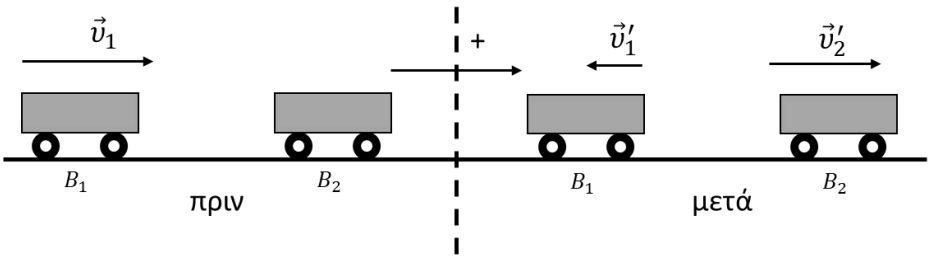
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Για το σύστημα των δυο βαγονιών ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Λαμβάνοντας θετική φορά αυτήν που φαίνεται στο παραπάνω σχήμα έχουμε:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1 + 0 = m_1 \cdot \upsilon_1' + m_2 \cdot \upsilon_2' \Rightarrow$$

$$30.000\ \text{Kg} \cdot 4\ {}^{\text{m}}/_{\text{S}} + 0 = 30.000\ \text{Kg} \cdot (-1)\ {}^{\text{m}}/_{\text{S}} + m_2 \cdot 3\ {}^{\text{m}}/_{\text{S}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{m_2 = 50.000\ \text{Kg}}$$

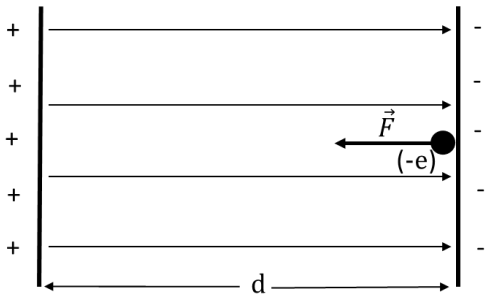
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Το ηλεκτρόνιο δέχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης $\vec{E}$ σταθερή δύναμη μέτρου $F = E \cdot e$ με κατεύθυνση, λόγω του αρνητικού φορτίου του, αυτή που φαίνεται στο σχήμα.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας-έργου για την κίνηση του ηλεκτρονίου από την αρνητικά φορτισμένη πλάκα έως την θετικά φορτισμένη (απόσταση μεταξύ των δύο πλακών ίση με d) έχουμε:

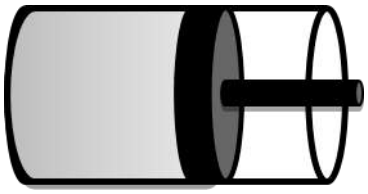
$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2 - 0 = F \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \upsilon^2 = E \cdot e \cdot d \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{\frac{2 \cdot E \cdot e \cdot d}{m_e}}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Κυλινδρικό δοχείο με εμβαδόν βάσης A, έχει τον άξονά του οριζόντιο, περιέχει ποσότητα ιδανικού αερίου και κλείνεται με έμβολο βάρους W, το οποίο μπορεί να κινείται ελεύθερα. Το έμβολο ισορροπεί όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Αν $p_{ατμ}$ η ατμοσφαιρική πίεση και p η πίεση που ασκεί το αέριο στο έμβολο, τότε ισχύει:

(α) $p = p_{ατμ}$, **(β)** $p < p_{ατμ}$, **(γ)** $p > p_{ατμ}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σώμα μάζας m, το οποίο έχει κινητική ενέργεια K, συγκρούεται πλαστικά με σώμα τετραπλάσιας μάζας. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα μένει ακίνητο. Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων, κατά την κρούση είναι κατ' απόλυτη τιμή:

(α) $\frac{7 \cdot K}{4}$, **(β)** $\frac{5 \cdot K}{4}$, **(γ)** K

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

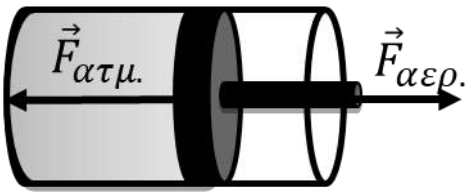
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Το έμβολο έχει εμβαδό A, δέχεται από τον ατμοσφαιρικό αέρα δύναμη $\vec{F}_{ατμ}$ και από το αέριο που περιέχεται στο δοχείο $\vec{F}_{αερ.}$. Το έμβολο ισορροπεί άρα $\Sigma\vec{F} = 0$, οπότε για τα μέτρα των δύο δυνάμεων ισχύει:

$$F_{ατμ} = F_{αερ} \Rightarrow p_{ατμ.} \cdot A = p \cdot A \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{p_{ατμ} = p}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Για τη πλαστική κρούση των δύο σωμάτων ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.

Επομένως:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ.} = \vec{p}_{ολ,τελ.} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0 \Rightarrow \vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \quad (1)$$

Δηλαδή τα δύο σώματα πριν από την κρούση έχουν αντίθετες ορμές άρα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Από τη σχέση (1) για τα μέτρα των ορμών των δύο σωμάτων έχουμε

$$m \cdot \upsilon = 4 \cdot m \cdot \upsilon' \Leftrightarrow \upsilon' = \frac{\upsilon}{4} \quad (2)$$

Για την μεταβολή, κατ' απόλυτη τιμή, της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων κατά την κρούση έχουμε:

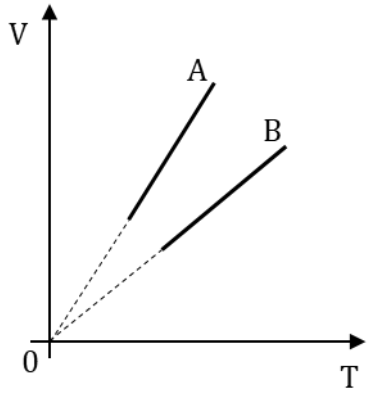
$$|\Delta K| = \left|K_{τελ.} - K_{αρχ.}\right| \overset{(2)}{\Rightarrow} |\Delta K| = \left|0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot m \cdot \frac{\upsilon^2}{16}\right| \overset{K=\frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2}{\Longrightarrow} |\Delta K| = K \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{|\Delta K| = \frac{5 \cdot K}{4}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το κοινό διάγραμμα όγκου-απόλυτης θερμοκρασίας $(V-T)$ δύο ποσοτήτων ιδανικού αερίου n_A και n_B, για τις οποίες ισχύει $n_A = n_B$, δίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Για τις σταθερές πιέσεις p_A *και* p_B κάτω από τις οποίες τα αέρια πραγματοποιούν τις αντιστρεπτές μεταβολές A και B ισχύει:

(α) $p_A < p_B$, **(β)** $p_A > p_B$, **(γ)** $p_A = p_B$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Μία μικρή σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $\vec{v}_0$ από ύψος h. Το μέτρο της ταχύτητάς της όταν φτάνει στο έδαφος είναι ίσο με $2 \cdot v_0$. Το ύψος h από το οποίο εκτοξεύτηκε η σφαίρα δίνεται από τη σχέση:

(α) $h = \frac{v_0^2}{2 \cdot g}$, **(β)** $h = \frac{2 \cdot v_0^2}{3 \cdot g}$, **(γ)** $h = \frac{3 \cdot v_0^2}{2 \cdot g}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

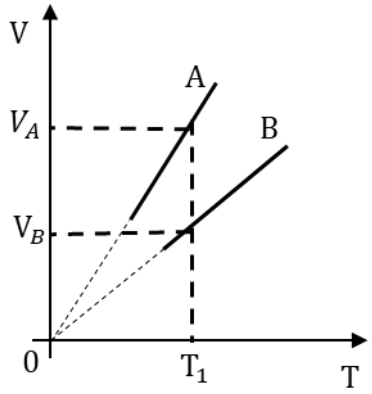
ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.



Επιλέγουμε και για τις δύο ποσότητες των ιδανικών αερίων την ίδια θερμοκρασία T_1 και εφαρμόζουμε για κάθε ιδανικό αέριο την καταστατική εξίσωση, οπότε:

$$\left.\begin{matrix} P_A \cdot V_A = n_A \cdot R \cdot T_1 \\ P_B \cdot V_B = n_B \cdot R \cdot T_1 \end{matrix}\right\} \overset{n_A = n_B}{\Longrightarrow} P_A \cdot V_A = P_B \cdot V_B \Rightarrow$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{V_B}{V_A} \overset{V_B < V_A}{\Longrightarrow} \boldsymbol{P_A < P_B}$$

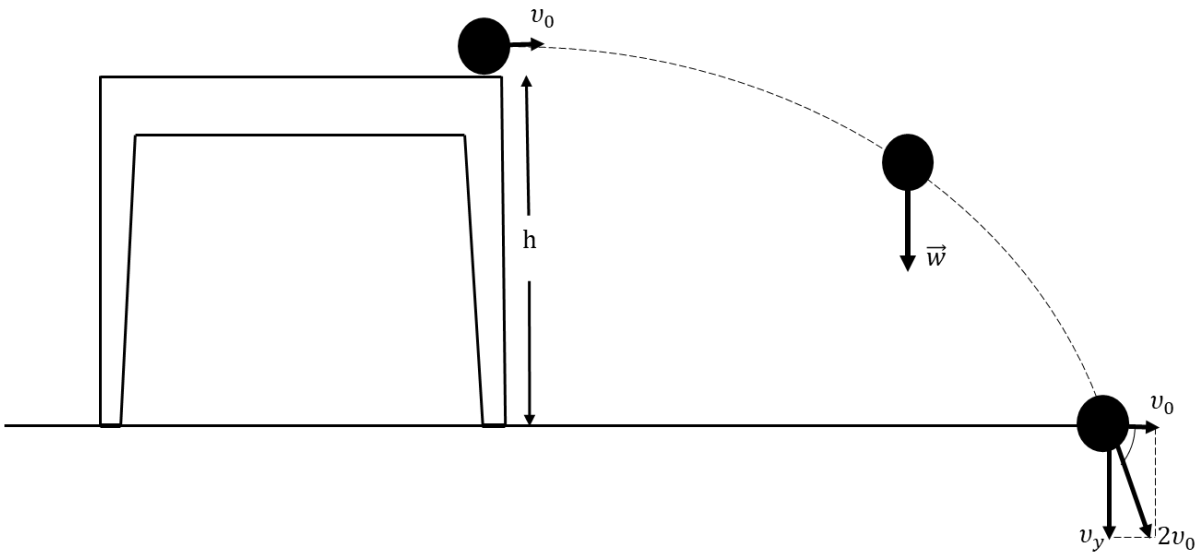
Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.



Η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή. Από την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

Στον οριζόντιο άξονα $\Sigma\vec{F}_x = 0$, άρα η συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon_x = \upsilon_0$,

ενώ στον κατακόρυφο άξονα $\Sigma\vec{F}_y = m\vec{g}$, άρα η συνιστώσα της ταχύτητας έχει μέτρο $\upsilon_y = g \cdot t$.

Η ταχύτητα με την οποία η σφαίρα φθάνει στο έδαφος έχει μέτρο:

$$2 \cdot \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2} \Rightarrow 2 \cdot \upsilon_0 = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 \cdot t^2} \Rightarrow 4 \cdot \upsilon_0^2 = \upsilon_0^2 + g^2 \cdot t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{3 \cdot \upsilon_0^2}{g^2} \ (1)$$

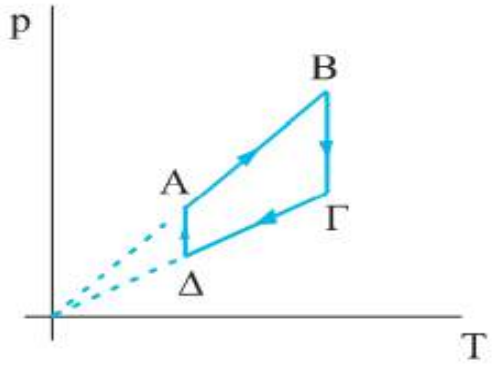
Επίσης:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \overset{(1)}{\Rightarrow} h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{3 \cdot \upsilon_0^2}{g^2} \Rightarrow \boldsymbol{h = \frac{3 \cdot \upsilon_0^2}{2 \cdot g}}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δίνεται το επόμενο διάγραμμα το οποίο απεικονίζει την μεταβολή της πίεσης σε συνάρτηση με την απόλυτη θερμοκρασία $(p - T)$ για ένα ιδανικό αέριο που υποβάλλεται στην κυκλική μεταβολή ΑΒΓΔ.



Η μεταβολή ΑΒ του διαγράμματος είναι

(α) ισοβαρής θέρμανση.

(β) ισόθερμη εκτόνωση.

(γ) ισόχωρη θέρμανση.

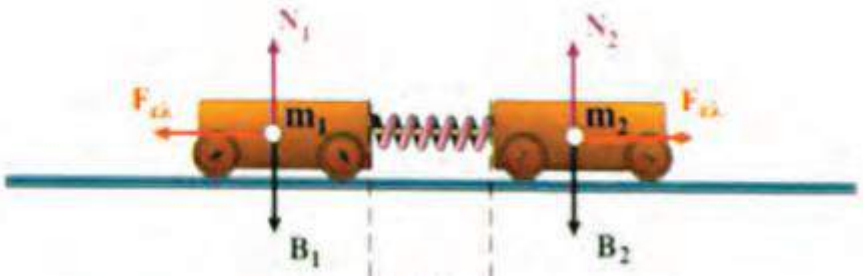
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ας θεωρήσουμε τα δυο αμαξάκια που φαίνονται στην επόμενη εικόνα. Αυτά έχουν μάζες m_1 και $m_2 = 2m_1$ και μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Μεταξύ τους υπάρχει ελατήριο, το οποίο εφάπτεται σε αυτά. Αρχικά το ελατήριο είναι συμπιεσμένο, επειδή τα αμαξάκια συγκρατούνται με ένα λεπτό νήμα. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και τα αμαξάκια κινούνται ελεύθερα.



Αν σε χρονικό διάστημα Δt (μετά την απώλεια επαφής με το ελατήριο) το αμαξάκι μάζας m_1 διανύει απόσταση s_1, τότε στο ίδιο χρονικό διάστημα το άλλο αμαξάκι θα διανύσει απόσταση

(α) $s_2 = \frac{s_1}{2}$, **(β)** $s_2 = 2s_1$, **(γ)** $s_2 = s_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στην μεταβολή ΑΒ η πίεση είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία γιατί η γραφική της παράσταση είναι ευθύγραμμο τμήμα, το οποίο ανήκει σε ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων. Σύμφωνα με τον νόμο του Charles, η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου είναι ανάλογη με την απόλυτη θερμοκρασία, όταν ο όγκος είναι σταθερός. Συνεπώς, η μεταβολή ΑΒ γίνεται με σταθερό όγκο, άρα είναι ισόχωρη. Παρατηρούμε επίσης ότι η θερμοκρασία στο σημείο Β είναι μεγαλύτερη από την θερμοκρασία στο σημείο Α, οπότε η μεταβολή ΑΒ αντιστοιχεί σε θέρμανση.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα με τα δύο αμαξάκια, το νήμα και το ελατήριο είναι μονωμένο, οπότε μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της ορμής. Αρχικά τα αμαξάκια είναι ακίνητα και μετά το κόψιμο του νήματος αποκτούν ταχύτητα. Θεωρώντας θετική φορά προς τα δεξιά, έχουμε

$$P_{\alpha\rho\chi} = P_{\tau\varepsilon\lambda} \Leftrightarrow 0 = m_2 u_2 - m_1 u_1 \Leftrightarrow m_2 u_2 = m_1 u_1 \Leftrightarrow 2m_1 u_2 = m_1 u_1 \Leftrightarrow u_1 = 2u_2 \qquad (1)$$

Μετά την απώλεια επαφής με το ελατήριο, κάθε αμαξάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση γιατί δεν δέχεται δυνάμεις στον οριζόντιο άξονα. Συνεπώς, η ταχύτητα καθενός θα δίνεται από την σχέση $u = \frac{s}{\Delta t}$.

Με αντικατάσταση των ταχυτήτων στην σχέση (1) και θεωρώντας το ίδιο χρονικό διάστημα κίνησης ($\Delta t_1 = \Delta t_2$) προκύπτει ότι

$$\frac{s_1}{\Delta t_1} = 2\frac{s_2}{\Delta t_2} \Leftrightarrow s_1 = 2s_2 \Leftrightarrow s_2 = \frac{s_1}{2}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Δύο παράλληλες οριζόντιες μεταλλικές πλάκες (με την αρνητική πλάκα να βρίσκεται κάτω από την θετική) απέχουν μεταξύ τους απόσταση $\mathrm{d} = 10\mathrm{cm}$ και είναι φορτισμένες με τάση $\mathrm{V} = 1000\ \mathrm{V}$. Μεταξύ των πλακών αναπτύσσεται ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Σώμα με φορτίο $\mathrm{q} = 2\ \mu\mathrm{C}$ και μάζας $\mathrm{m} = 2\mathrm{g}$ αφήνεται στην θετική πλάκα, στο σημείο Α και μπορεί να μετακινείται μέσα στο πεδίο. Αντιστάσεις και βαρυτικές δυνάμεις αμελούνται. Να υπολογίσετε:

4.1. την ένταση του πεδίου και τη δύναμη που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο στο φορτίο.

Μονάδες 6

4.2. πόσο έργο παράγεται από το πεδίο όταν το φορτίο q μετακινείται κάθετα στις πλάκες, από την θετική προς την αρνητική, από το σημείο Α προς το Γ. Τι είδους κίνηση θα εκτελέσει το φορτίο; Δίνεται η απόσταση: $\mathrm{x} = (\mathrm{A\Gamma}) = 5\ \mathrm{cm}$.

Μονάδες 6

4.3. το δυναμικό του σημείου Γ του προηγούμενου ερωτήματος, αν το σημείο Α έχει δυναμικό $\mathrm{V_A} = 700\ \mathrm{V}$.

Μονάδες 6

4.4. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά το φορτίο q στο σημείο Γ.

Μονάδες 7

Δίνεται: $\mathrm{g} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$E = \frac{V}{d} = \frac{1000\ V}{0{,}1m} = 10^4\ \frac{V}{m}.$$

Το φορτίο δέχεται δύναμη από το ηλεκτρικό πεδίο μέτρου:

$$F = E \cdot q = 10^4 \frac{V}{m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} C = 2 \cdot 10^{-2} N.$$

Μονάδες 6

4.2. Όταν το φορτίο q μετακινείται κάθετα στις πλάκες κατά απόσταση x, κινείται στη διεύθυνση των δυναμικών γραμμών και ομόρροπα της δύναμης του πεδίου. Το έργο που παράγεται είναι:

$$W = F \cdot x = 2 \cdot 10^{-2} N \cdot 5 \cdot 10^{-2} m = 10^{-3}\ J$$

Το φορτίο q κινείται μέσα στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο μόνο υπό την επίδραση της σταθερής δύναμης F του πεδίου, οπότε αποκτά σταθερή επιτάχυνση και εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

Μονάδες 6

4.3. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Γ είναι:

$V_{A\Gamma} = E \cdot x = 10^4\ \frac{V}{m} \cdot 5 \cdot 10^{-2} m = 500\ V$. Οπότε:

$V_{A\Gamma} = V_A - V_\Gamma \leftrightarrow\ V_\Gamma = V_A - V_{A\Gamma} = 200\ V.$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το σημείο Α στο σημείο Γ λαμβάνουμε:

$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow K_\Gamma - K_A = W_F\ \leftrightarrow$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_\Gamma^2 - 0 = F \cdot x \leftrightarrow u_\Gamma^2 = \frac{2 \cdot F \cdot x}{m}\ \leftrightarrow$

$$u_\Gamma = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot x}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} N \cdot 5 \cdot 10^{-2} m}{2 \cdot 10^{-3}\ kg}} = \frac{1m}{s}.$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Παρακολουθώντας συχνά στις ειδήσεις της τηλεόρασης την κίνηση ενός μεταγωγικού διαστημικού οχήματος βλέπουμε να ξεκινά όχι με ιδιαίτερα γρήγορο τρόπο! Θα περίμενε κανείς να εκτοξευθεί με αρχική ταχύτητα πολύ μεγάλη της τάξης της ταχύτητας διαφυγής από την επιφάνεια της Γης. Αντιθέτως όμως παρατηρούμε να ανεβαίνει εκτελώντας ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση. Για να απαντήσουμε σε αυτό το ερώτημά μας θα περιγράψουμε με «επιστημονικό τρόπο» τα βήματα της κίνησης ενός υποθετικού διαστημικού οχήματος.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το διαστημικό όχημα βρίσκεται στην επιφάνεια της Γης, πυροδοτείται και αρχίζει να κινείται κατακόρυφα με σταθερή επιτάχυνση a με μηδενική αρχική ταχύτητα. Κάποια χρονική στιγμή t τα καύσιμα του τελειώνουν και βρίσκεται σε ύψος $h = 6400\,Km$ από την επιφάνεια της Γης. Εκεί έχει αποκτήσει την ελάχιστη απαιτούμενη ταχύτητα (ταχύτητα διαφυγής) για να εγκαταλείψει στη συνέχεια το γήινο βαρυτικό πεδίο.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του διαστημικού οχήματος υ στο ύψος h.

Μονάδες 7

4.2. Το χρόνο t της κίνησής του έως τη θέση σε ύψος h.

Μονάδες 5

Αν στο ύψος αυτό εκτελεί κυκλική τροχιά ένας δορυφόρος Δ ο οποίος τη στιγμή της εκτόξευσης βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη θέση να υπολογίσετε:

4.3. Την ταχύτητα υ περιστροφής του δορυφόρου.

Μονάδες 5

4.4. Την περίοδο T του δορυφόρου και την πιθανότητα να συγκρουστεί με το διαστημόπλοιο.

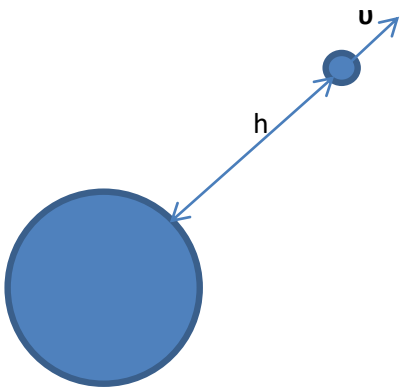
Μονάδες 8

Δίνονται: Η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της γης $g_0 = 10\ \frac{m}{s^2}$, η ακτίνα της Γης $R = 6400\,Km$. Επίσης δίνεται ότι το γινόμενο $GM = g_0\,R^2$ όπου G η σταθερά της παγκόσμιας έλξης και M είναι η μάζα της Γης.

Η γη θεωρείται ακίνητη και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Η ταχύτητα υ του διαστημόπλοιου στο ύψος h είναι η ταχύτητα διαφυγής από το πεδίο βαρύτητας της Γης. Η ταχύτητα αυτή υπολογίζεται με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της μηχανικής ενέργειας κατά την κίνηση του σώματος μεταξύ των δύο θέσεων, του σημείου Α που βρίσκεται σε ύψος h από την επιφάνεια της γης και για το άπειρο(∞). Στο άπειρο φθάνει το σώμα με μηδενική ταχύτητα και αφού δεν υπάρχει βαρυτική αλληλεπίδραση με τη Γη (και με κανένα άλλο ουράνιο σώμα). Η δυναμική ενέργεια του συστήματος Γης και σώματος είναι μηδέν. Έτσι έχουμε:

$$K_A + U_A = K_\infty + U_\infty \quad \text{ή}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \left(-G\frac{mM}{R+h}\right) = 0 + 0 \quad \text{ή} \quad \upsilon = \sqrt{2g_0\frac{R^2}{(R+h)}} \quad \text{ή} \quad \upsilon = \sqrt{g_0 R} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 8\cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.2. Αφού ανεβαίνει με σταθερή επιτάχυνση a η κίνηση θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη. Με τη βοήθεια των εξισώσεων που περιγράφουν την κίνηση αυτή θα έχουμε:

Για το ύψος $h = \frac{1}{2}at^2$ και την ταχύτητα στη θέση αυτή που δίνεται από τη σχέση $\upsilon = \alpha t$ βρίσκουμε ότι: $h = \frac{1}{2}\ a\ \left(\frac{\upsilon}{\alpha}\right)^2$ ή $h = \frac{1}{2}a\frac{\upsilon^2}{\alpha^2}$ ή $h = \frac{\upsilon^2}{2\alpha}$ ή $\alpha = \frac{\upsilon^2}{2h}$

και με αριθμητική αντικατάσταση υπολογίζουμε: $a = \frac{(8\cdot 10^3)^2}{2\cdot 6400\cdot 10^3} = \frac{64\cdot 10^6}{2\cdot 64\cdot 10^5}\ \frac{m}{s^2}$ ή $\alpha = 5\frac{m}{s^2}$.

Με αντικατάσταση στη σχέση $\upsilon = \alpha t$ βρίσκουμε $t = 1600s$.

Μονάδες 5

4.3. Η ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου στο ύψος h = R υπολογίζεται ως εξής:

Η ελκτική δύναμη της βαρύτητας $F_{βαρυτ}$ παίζει το ρόλο της κεντρομόλου δύναμης.

$$F_{βαρυτ} = F_{κεντρ.} = \frac{m\upsilon^2}{(R+h)}$$

Η δύναμη της βαρύτητας $F_{βαρυτ}$ σύμφωνα με το νόμο της παγκόσμιας έλξης υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$F_{βαρυτ} = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2}$$

Εάν εξισώσουμε τις παραπάνω σχέσεις θα υπολογίσουμε την ταχύτητα περιστροφής του δορυφόρου:

$$\frac{mυ^2}{(R+h)} = \frac{g_0 R^2 m}{(R+h)^2} \quad \text{ή } υ = \sqrt{\frac{g_0 R}{2}} \text{ ή } υ = \sqrt{\frac{10\cdot 6400\cdot 10^3}{2}}\ \frac{m}{s} \text{ ή}$$

$$υ = \sqrt{32}\cdot 10^3\ \frac{m}{s} \text{ ή } \upsilon = 4\sqrt{2}\cdot 10^3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 5

4.4. Η περίοδος περιστροφής του δορυφόρου που βρίσκεται σε ύψος $h = R$ υπολογίζεται ως εξής:

$$υ = \frac{2\pi(R+h)}{T} \text{ ή } \quad T = \frac{2\pi(R+h)}{υ} \text{ ή } T = \frac{4\pi R}{υ} \text{ ή } T = \frac{4\pi\cdot 6400\cdot 10^3}{4\sqrt{2}\cdot 10^3} \text{ ή } \quad T = 3200\sqrt{2}\pi\ s$$

Εάν συγκρίνουμε τον χρόνο που χρειάζεται να φθάσει ο πύραυλος στο ύψος $h = R$ ο οποίος είναι $t = 1600s$, με το χρόνο που χρειάζεται για την περιστροφή του ο δορυφόρος μέχρι να επιστρέψει στην ίδια ακριβώς θέση ο οποίος είναι $T = 3200\sqrt{2}\pi\ s$, βλέπουμε ότι είναι μικρότερος. Αυτό σημαίνει ότι δεν πρόκειται να συναντήσει τον δορυφόρο καθώς ανεβαίνει. Επομένως δεν υπάρχει πιθανότητα να συναντηθούν τα δύο σώματα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Ένα τρενάκι αποτελείται από δύο μικρά βαγόνια και μπορεί να κινείται σε κυκλικές ράγες ακτίνας $r = \frac{2}{\pi}\ m$ εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση με περίοδο περιστροφής $T = 2\ sec$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας περιστροφής του τρένου.

Μονάδες 6

Κάποια χρονική στιγμή το τρένο υφίσταται μια μικρή έκρηξη και τα δύο βαγόνια αποχωρίζονται μεταξύ τους, ενώ συνεχίζουν να κινούνται στις κυκλικές ράγες. Η μάζα και των δύο μαζί είναι $m = 3\ kg$ ενώ η μάζα του μπροστινού βαγονιού είναι $m_1 = 1\ kg$. Το μπροστινό βαγόνι μετά την έκρηξη κινείται με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 12\ \frac{m}{s}$ στην ίδια κατεύθυνση με την αρχική κατεύθυνση κίνησης του τρένου.

4.2. Να υπολογίσετε την τιμή της ταχύτητας υ_2 του άλλου βαγονιού.

Μονάδες 6

4.3. Να βρείτε το ποσό της ενέργειας Q που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη.

Μονάδες 6

4.4. Πόση γωνία θα έχει διαγράψει το κάθε βαγόνι μέχρι να συναντηθούν για πρώτη φορά, μετά την έκρηξη; Οι ταχύτητες μετά την έκρηξη έως και την πρώτη συνάντηση έχουν σταθερό μέτρο.

Μονάδες 7

Στην επίλυση του προβλήματος θεωρούμε τα βαγόνια ως υλικά σημεία.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon = \frac{2\pi}{T}\, r \quad \text{ή} \quad \upsilon = \frac{2\pi}{2}\,\frac{2}{\pi} \quad \text{ή} \quad \upsilon = 2\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.2. Κατά τη διάρκεια της έκρηξης οι δυνάμεις που ασκούνται είναι εσωτερικές και αλληλοαναιρούνται και η ορμή του συστήματος παραμένει σταθερή. Μπορούμε να γράψουμε την αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά για την εξαγωγή των διανυσμάτων της ταχύτητας την αρχική φορά κίνησης του τρένου.

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad m\,\vec{\upsilon} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 \quad \text{ή} \quad m\,\upsilon = m_1\,\upsilon_1 + m_2\,\upsilon_2$$

$$\text{ή} \quad 3\cdot 2 = 1\cdot 12 + 2\cdot\upsilon_2 \ \text{ή}\ \upsilon_2 = -3\ \frac{m}{s}$$

Μονάδες 6

4.3. Σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ενέργειας θα έχουμε για πριν και μετά την έκρηξη του τρένου:

$$K_{\pi\rho\iota\nu} + Q = K_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{2}m\upsilon^2 + Q = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2$$

$$\text{ή}\ \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 2^2 + Q = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot 12^2 + \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3^2 \quad \text{ή} \quad 6 + Q = 72 + 9 \quad \text{ή} \quad Q = 75\,J$$

Μονάδες 6

4.4. Η γωνιακή ταχύτητα ω του κάθε βαγονιού του τρένου καθώς εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση υπολογίζεται από την σχέση:

$$\upsilon = \omega\, r \ \text{ή}\ \omega = \frac{\upsilon}{r}$$

Η γωνία στροφής του κάθε βαγονιού υπολογίζεται για κίνηση σε χρόνο t ως:

$$\varphi = \omega\, t$$

Συνδυάζοντας τις δύο εξισώσεις προκύπτει για τη γωνία στροφής του κάθε βαγονιού ότι:

$$\varphi_1 = \omega_1\, t \ \text{ή}\ \varphi_1 = \frac{\upsilon_1}{r}\, t \ \text{ή} \quad \varphi_1 = \frac{12\pi}{2}\, t$$

$$\varphi_2 = \omega_2\, t \ \text{ή}\ \varphi_2 = \frac{\upsilon_2}{r}\, t \ \text{ή} \quad \varphi_2 = \frac{3\pi}{2}\, t$$

Εάν διαιρέσουμε κατά μέλη τις γωνίες στροφής θα έχουμε:

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = 4 \quad \text{ή} \quad \varphi_1 = 4\varphi_2 \ (1)$$

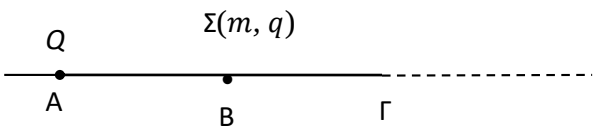
Όταν θα συναντηθούν τα βαγόνια για πρώτη φορά μετά το διαχωρισμό τους, θα έχουν διαγράψει συνολικά έναν πλήρη κύκλο οι γωνίες στροφής τους. Δηλαδή προκύπτει ότι η συνολική γωνία στροφής και των δύο θα είναι 2π οπότε: $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$ (2)

Επομένως με επίλυση του συστήματος των εξισώσεων (1) και (2) βρίσκουμε ότι η γωνία $\varphi_1 = \frac{8\pi}{5} rad$ και η $\varphi_2 = \frac{2\pi}{5} rad$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σημειακό ηλεκτρικό φορτίο $Q = 0{,}4\ \mu C$ βρίσκεται σταθερά στερεωμένο στο σημείο Α λείου οριζόντιου επιπέδου. Το δάπεδο είναι κατασκευασμένο από μονωτικό υλικό. Τοποθετούμε στο σημείο Β του οριζόντιου επιπέδου, ένα αρχικά ακίνητο σημειακό φορτισμένο αντικείμενο Σ, το οποίο έχει μάζα



$m = 2\ mg$ και ηλεκτρικό φορτίο $q = 2 \cdot 10^{-8}\ C$, και το οποίο στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Δίνονται ότι $(\text{AB}) = (\text{BΓ}) = 1\ m$ και η ηλεκτρική σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$. Θεωρούμε μηδενική την αντίσταση του αέρα και δεν λαμβάνεται υπόψη η δύναμη της βαρύτητας.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος, που περιλαμβάνει το σημειακό ηλεκτρικό φορτίο Q και το σημειακό φορτισμένο αντικείμενο Σ, όταν το Σ βρίσκεται ακίνητο στο σημείο Β.

Μονάδες 5

4.2. Την αύξηση ή την ελάττωση της ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας του πιο πάνω συστήματος (Σ,Q) , όταν το αντικείμενο Σ μετακινηθεί από το σημείο Β, στο σημείο Γ.

Μονάδες 6

4.3. Την ταχύτητα με την οποία φτάνει το αντικείμενο Σ στο σημείο Γ. Θεωρούμε ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο Σ είναι η ηλεκτρική δύναμη Coulomb.

Μονάδες 7

4.4. Την ταχύτητα του φορτισμένου αντικειμένου Σ, μόλις αυτό φτάσει σε σημείο εκτός του ηλεκτρικού πεδίου του σημειακού φορτίου Q . Θεωρούμε ότι η μοναδική δύναμη που ασκείται στο Σ είναι η δύναμη Coulomb.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η αρχική ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο ηλεκτρικών φορτίων δίνεται από τη σχέση:

$$U_{\alpha\rho\chi} = K_c \frac{Q\,q}{AB} \text{ ή } U_{\alpha\rho\chi} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}4\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-8}}{1}\,J \text{ ή } U_{\alpha\rho\chi} = 72\cdot 10^{-6}\,J$$

Μονάδες 5

4.2. Εάν αφήσουμε ελεύθερο το ηλεκτρικό φορτίο q θα ασκηθεί σε αυτό ηλεκτρική δύναμη και θα μετακινηθεί. Όταν βρεθεί στη θέση Γ η δυναμική ηλεκτρική ενέργεια των δύο ηλεκτρικών φορτίων είναι:

$$U_{\tau\varepsilon\lambda} = K_c \frac{Q\,q}{A\Gamma} \text{ ή } U_{\tau\varepsilon\lambda} = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{0{,}4\cdot 10^{-6}\cdot 2\cdot 10^{-8}}{2}\,J \text{ ή } U_{\tau\varepsilon\lambda} = 36\cdot 10^{-6}\,J$$

Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια θα ελαττωθεί και η τιμή της μεταβολής ΔU είναι:

$$\Delta U = U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi} \text{ ή } \Delta U = 36\cdot 10^{-6}\,J - 72\cdot 10^{-6}\,J \text{ ή } \Delta U = -36\cdot 10^{-6}\,J$$

Μονάδες 6

4.3. Με βάση τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας κατά τη μετακίνηση του ηλεκτρικού φορτίου από τη θέση Β στη θέση Γ θα έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } 0 + 72\cdot 10^{-6}\,J = K_{\tau\varepsilon\lambda} + 36\cdot 10^{-6}\,J$$

$$\text{ή } K_{\tau\varepsilon\lambda} = 36\cdot 10^{-6}\,J \text{ ή } \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-6}(Kg)\cdot \upsilon^2 = 36\cdot 10^{-6}\,(J) \text{ ή } \upsilon = 6\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

4.4. Αν απομακρυνθεί το ηλεκτρικό φορτίο q τόσο ώστε να βγει εκτός του ηλεκτρικού πεδίου του φορτίου Q (σε σημείο Δ), η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των ηλεκτρικών φορτίων θα είναι μηδέν. Τότε σύμφωνα με τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας για τη μετακίνηση του ηλεκτρικού φορτίου q από το σημείο Β μέχρι το σημείο Δ θα έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } 0 + 72\cdot 10^{-6}\,J = K_{\tau\varepsilon\lambda}$$

$$\text{ή } \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^{-6}(Kg)\cdot \upsilon^2 = 72\cdot 10^{-6}\,J \text{ ή } \upsilon = 6\sqrt{2}\frac{m}{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Οι δυναμικές γραμμές ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι οριζόντιες με φορά προς τα δεξιά. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Γ που απέχουν απόσταση $(\text{ΑΓ}) = 50\ \text{cm}$ και βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή είναι $\text{V}_{\text{ΑΓ}} = 50\ \text{V}$.

4.1. Να υπολογίσετε την διαφορά δυναμικού δύο άλλων σημείων Β και Δ που βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή, ανάμεσα στα Α και Γ και απέχουν το μεν Β απόσταση $\text{x} = 10\ \text{cm}$ από το Α, το δε Δ απόσταση $2 \cdot \text{x}$ από το Γ.

Μονάδες 6

4.2. Τοποθετούμε στο σημείο Α φορτίο $\text{q} = +2\ \text{C}$ και το αφήνουμε ελεύθερο. Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση προς την οποία θα κινηθεί το φορτίο και την δύναμη που θα του ασκηθεί από το πεδίο.

Μονάδες 6

4.3. Δίνεται η μάζα του φορτίου $\text{m} = 1\ \text{g}$. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα αποκτήσει το φορτίο αν κινηθεί από το σημείο Α σε ένα σημείο Ζ που απέχει $\text{x}_1 = 0{,}9\ \text{m}$ στην φορά κίνησής του. Η βαρυτική δύναμη θεωρείται αμελητέα.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του φορτίου και τον χρόνο κίνησής του από το Α στο Ζ.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ισχύει:

$$\mathcal{E} = \frac{V}{l}$$

και άρα στην δική μας περίπτωση:

$$\mathcal{E} = \frac{V_{A\Gamma}}{(A\Gamma)} = \frac{V_{B\Delta}}{(B\Delta)} \qquad (1)$$

όπου η απόσταση (ΒΔ) είναι:

$$(B\Delta) = (A\Gamma) - (AB) - (\Delta\Gamma) = 50\ \text{cm} - 10\ \text{cm} - 20\ \text{cm} = 20\ \text{cm}$$

αφού $(AB) = x = 10\ \text{cm}$ και $(\Delta\Gamma) = 2 \cdot x = 20\ \text{cm}$

Αντικαθιστώντας στην (1):

$$\frac{V_{A\Gamma}}{(A\Gamma)} = \frac{V_{B\Delta}}{(B\Delta)} \Leftrightarrow \frac{50\ \text{V}}{0{,}5\ \text{m}} = \frac{V_{B\Delta}}{0{,}2\ \text{m}} \Leftrightarrow V_{B\Delta} = 20\ \text{V}$$

Μονάδες 6

4.2. Εφόσον το φορτίο είναι θετικό θα κινηθεί προς τα δεξιά, στην φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου.

Η δύναμη που ασκείται στο φορτίο από το πεδίο είναι:

$$F_{\eta\lambda} = \mathcal{E} \cdot |q| = \frac{V_{A\Gamma}}{(A\Gamma)} \cdot q = \frac{50\ \text{V}}{0{,}5\ \text{m}} \cdot 2\ \text{C} = 200\ \text{N}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου – ενέργειας για την κίνηση του φορτίου:

$$\Delta K = \Sigma W \Leftrightarrow K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 - 0 = F_{\eta\lambda} \cdot x_1 \Leftrightarrow$$

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot F_{\eta\lambda} \cdot x_1}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 200\ \text{N} \cdot 0{,}9\ \text{m}}{10^{-3}\text{Kg}}} = 600\ \text{m/s}$$

Μονάδες 6

4.4. Η κίνηση του φορτίου από το Α στο Ζ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, αφού η μόνη δύναμη που του ασκείται προέρχεται από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο και είναι σταθερή. Οπότε:

$$\Sigma F = m \cdot \alpha \Leftrightarrow F_{\eta\lambda} = m\alpha \Leftrightarrow \alpha = \frac{F_{\eta\lambda}}{m} = \frac{200\ \text{N}}{10^{-3}\ \text{Kg}} = 2 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Ο χρόνος κίνησης είναι:

$$u = \alpha \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{u}{\alpha} = \frac{600\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \Leftrightarrow t = 3 \cdot 10^{-3}\ \text{s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ο ωροδείκτης και ο λεπτοδείκτης ενός ρολογιού ξεκινούν μαζί στις 12:00.

Η πρώτη τους συνάντηση θα γίνει:

(α) Σε μία ώρα ακριβώς

(β) Σε λιγότερο από μία ώρα

(γ) Σε περισσότερο από μία ώρα

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Σε μια αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή το έργο αερίου μπορεί να είναι:

(α) Θετικό ή αρνητικό , **(β)** Θετικό ή αρνητικό ή μηδέν , **(γ)** Μηδέν.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (γ)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η περίοδος του λεπτοδείκτη είναι μία ώρα, ενώ η περίοδος του ωροδείκτη είναι 12 ώρες (2 μονάδες).

Για να συναντηθούν ξανά, θα πρέπει ο λεπτοδείκτης να προλάβει ξανά τον ωροδείκτη, άρα ο λεπτοδείκτης θα πρέπει να κάνει τουλάχιστον μία πλήρη περιστροφή, δηλαδή θα πρέπει να περάσει τουλάχιστον μία ώρα. (4 μονάδες)

Όταν ο λεπτοδείκτης έχει κάνει μια πλήρη περιστροφή, ο ωροδείκτης έχει επίσης μετακινηθεί (έστω και κατά μικρότερη γωνία στροφής), οπότε για να συναντηθούν πρέπει να περάσει περισσότερος χρόνος από μία ώρα. (2 μονάδες)

Εναλλακτική λύση:

Η γωνία που θα έχει διανύσει ο λεπτοδείκτης έως τη χρονική στιγμή t είναι $\varphi_{\Lambda} = \omega_{\Lambda} t$, όπου $\omega_{\Lambda} = \frac{2\pi}{T_{\Lambda}} = \frac{2\pi}{1}\ rad/h$, η γωνιακή ταχύτητα του λεπτοδείκτη. Αντίστοιχα για τον ωροδείκτη είναι: $\varphi_{\Omega} = \omega_{\Omega} t$, όπου $\omega_{\Omega} = \frac{2\pi}{T_{\Omega}} = \frac{2\pi}{12}\ rad/h$.

Για να συναντηθούν, θα πρέπει ο λεπτοδείκτης να καλύψει όση γωνία κάλυψε ο ωροδείκτης και επιπλέον $2\pi\ rad$ που αντιστοιχούν σε μία ολόκληρη περιστροφή:

$$\varphi_{\Lambda} = (2\pi\ rad) + \varphi_{\Omega} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{1}\frac{rad}{h}\right)t = (2\pi\ rad) + \left(\frac{2\pi}{12}\frac{rad}{h}\right)t \Leftrightarrow t = \frac{12}{11}\ h > 1\ h$$

Μονάδες 8

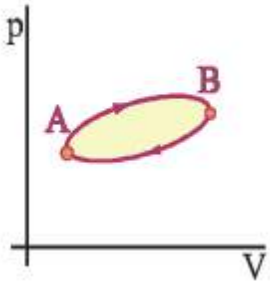
2.2.

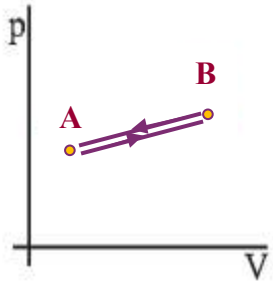
2.2.Α. Σωστή απάντηση η β

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σε αντιστρεπτή κυκλική μεταβολή, «το έργο είναι θετικό όταν η γραφική παράσταση της μεταβολής διαγράφεται με τη φορά των δεικτών του ρολογιού και αρνητικό όταν διαγράφεται με την αντίθετη φορά» (σχολικό βιβλίο, σελ. 108). Σε απόλυτη τιμή όμως, το έργο ισούται με το εμβαδό που περικλείεται από τη γραμμή του διαγράμματος. (5 μονάδες)





Υπάρχει όμως περίπτωση, η κυκλική μεταβολή να αποτελείται από μια μεταβολή και από την ακριβώς ανάστροφή της, οπότε δεν περικλείεται εμβαδό από τη γραμμή του διαγράμματος, οπότε το έργο είναι μηδέν. (4 μονάδες)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο παιδιά, η Μαρία και η Γεωργία, παίζουν στην ακροθαλασσιά πετώντας πέτρες. Κάποια στιγμή τα δύο παιδιά πετούν ταυτοχρόνως, από το ίδιο ύψος Η από την επιφάνεια της θάλασσας, από μία πέτρα με οριζόντια ταχύτητα $\vec{v}_M$ και $\vec{v}_\Gamma$ αντίστοιχα. Για τα μέτρα των ταχυτήτων ισχύει $v_M > v_\Gamma$. Κατά την κίνηση, h_M και h_Γ είναι τα ύψη από την επιφάνεια της θάλασσας που βρίσκονται τη χρονική στιγμή t η πέτρα της Μαρίας και αυτή της Γεωργίας αντίστοιχα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

Για τα ύψη h_M και h_Γ κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

(α) $h_M < h_\Gamma$, **(β)** $h_M = h_\Gamma$, **(γ)** $h_M > h_\Gamma$

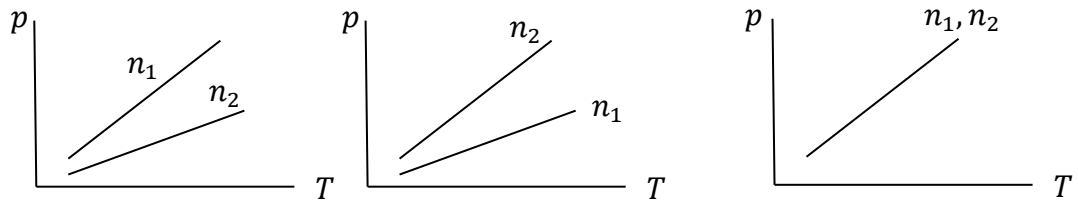
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο ποσότητες ιδανικών αερίων n_1 και n_2 σε mol αντίστοιχα για τις οποίες ισχύει $n_1 < n_2$ βρίσκονται σε διαφορετικά δοχεία Δ_1 και Δ_2 ίσου όγκου και εκτελούν ισόχωρες αντιστρεπτές μεταβολές. Ποιο από τα διαγράμματα αναπαριστά σωστά την προηγούμενη πρόταση;



(1) (2) (3)

(α) το (1) , **(β)** το(2) , **(γ)** το (3)

2.2.Α. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η κίνηση της κάθε πέτρας είναι ομαλή στον οριζόντιο άξονα και ομαλά επιταχυνόμενη, με επιτάχυνση μέτρου g (επιτάχυνση της βαρύτητας), στον κατακόρυφο άξονα (λόγω της αρχής ανεξαρτησίας των κινήσεων και του γεγονότος πως η μόνη δύναμη που ασκείται στην πέτρα είναι το βάρος). (3 μονάδες)

Η κατακόρυφη απόσταση που έχει διανύσει η πέτρα έως τη χρονική στιγμή t είναι $y = \frac{1}{2}gt^2$. Η απόσταση αυτή δεν εξαρτάται από την αρχική ταχύτητα, άρα οι δύο πέτρες έχουν κάθε στιγμή ίδια κατακόρυφη μετατόπιση. (4 μονάδες)

Οι δύο πέτρες ξεκίνησαν από το ίδιο ύψος από την επιφάνεια της θάλασσας, έστω H, άρα κάθε στιγμή θα απέχουν από αυτήν ίσα ύψη $h = H - y = H - \frac{1}{2}gt^2$ (1 μονάδα).

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η καταστατική εξίσωση είναι $pV = nRT$. (1 μονάδα)

Λύνοντας ως προς την εξαρτημένη μεταβλητή (άξονας y, όπου βρίσκεται το p) στα διαγράμματα (1 μονάδα):

$$p = \frac{nRT}{V}$$

Επειδή στα διαγράμματα η ανεξάρτητη μεταβλητή (άξονας x) είναι η θερμοκρασία T, ενώ ο όγκος V είναι σταθερός (οι μεταβολές είναι ισόχωρες), η τελευταία σχέση μπορεί να γραφεί:

$$p = \frac{nR}{V}T$$

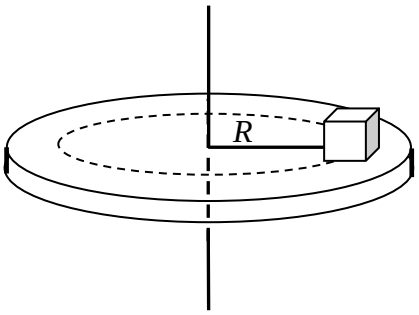
η οποία είναι της μορφής $y = ax$. Άρα η γραφική παράσταση είναι πράγματι ευθεία με κλίση $a = \frac{nR}{V}$. (4 μονάδες)

Αυτό σημαίνει ότι η ευθεία που αντιστοιχεί στη μικρότερη ποσότητα (n_1) είναι αυτή με τη μικρότερη κλίση (3 μονάδες), κάτι που συμβαίνει στο διάγραμμα (2).

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ Β

2.1 Πάνω σε ένα παλιό πικάπ βρίσκεται ένας δίσκος βινυλίου και πάνω στον δίσκο βινυλίου ένα μεγάλο ζάρι. Μπορούμε να μεταβάλλουμε τη συχνότητα περιστροφής του πικάπ. Όταν το ζάρι βρίσκεται σε απόσταση R_1 από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_1 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_1. Όταν το ζάρι βρεθεί σε απόσταση R_2 επίσης από το κέντρο του πικάπ και ο δίσκος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω_2 η κεντρομόλος δύναμη που ασκείται στο ζάρι έχει μέτρο F_2.



Για τον λόγο των μέτρων των κεντρομόλων δυνάμεων στις δύο περιπτώσεις ισχύει

(α) $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2}$, **(β)** $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_2}{\omega_2^2 \cdot R_1}$, **(γ)** $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\omega_1 \cdot R_1}{\omega_2 \cdot R_2}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Ένας πύραυλος αποτελείται από δύο τμήματα ίσων μαζών m, και κινείται εκτός ατμόσφαιρας κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου v, ενώ οι μηχανές του έχουν τεθεί εκτός λειτουργίας. Κάποια στιγμή τίθεται σε λειτουργία ειδικός μηχανισμός που διαχωρίζει ακαριαία τα δύο τμήματα. Ακολούθως, το πάνω τμήμα συνεχίζει να κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $\frac{3}{2}v$.

Η ταχύτητα του κάτω τμήματος είναι:

(α) $\frac{v}{3}$, **(β)** $\frac{v}{2}$, **(γ)** $\frac{2v}{3}$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (α)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το μέτρο της κεντρομόλου δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{mv^2}{R}$$ (1 μονάδα)

Στις πιθανές απαντήσεις εμφανίζεται η γωνιακή ταχύτητα ω, το μέτρο της οποίας συνδέεται με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας μέσω της σχέσης $v = \omega R$ (2 μονάδες). Αντικαθιστώντας στην πρώτη σχέση: $F = \frac{m(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$ (2 μονάδες)

Για τις δύο διαφορετικές περιπτώσεις που περιγράφονται στην εκφώνηση:

$$F_1 = m{\omega_1}^2 R_1$$
$$F_2 = m{\omega_2}^2 R_2$$

Διαιρώντας κατά μέλη προκύπτει:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m\omega_1^2 \cdot R_1}{m\omega_2^2 \cdot R_2} = \frac{\omega_1^2 \cdot R_1}{\omega_2^2 \cdot R_2}$$ (3 μονάδες)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.2.Β.

Θεωρώντας το σύστημα κατά προσέγγιση μονωμένο τη στιγμή της αποκόλλησης (θεωρώντας δηλαδή πως η επίδραση της μοναδικής εξωτερικής δύναμης, του βάρους, είναι αμελητέα στη διάρκεια της αποκόλλησης, λόγω και της αμελητέας διάρκειας της τελευταίας), μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα του πυραύλου (το οποίο αποτελείται από τα δύο τμήματα). (3 μονάδες)

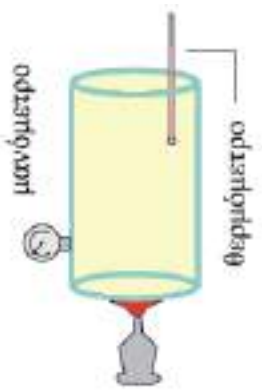
Θεωρώντας θετική την κατεύθυνση της αρχικής ταχύτητας του πυραύλου (δηλαδή προς τα επάνω):

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετα}$$
$$(m+m)v = m\frac{3}{2}v + mv'$$
$$v' = \frac{v}{2}$$ (6 μονάδες)

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε πείραμα το οποίο γίνεται σε σχολικό εργαστήριο, το κλειστό δοχείο του σχήματος περιέχει αέρα. Το δοχείο θερμαίνεται από το κάτω μέρος, όπως στο σχήμα. Με τη βοήθεια θερμομέτρου και μανομέτρου λαμβάνονται μετρήσεις της θερμοκρασίας και της πίεσης του αέρα, καθώς αυτός θερμαίνεται. Τα σφάλματα των μετρήσεων θεωρούνται αμελητέα. Οι μετρήσεις αυτές φαίνονται στον πίνακα:



Θερμοκρασία T (K)	Πίεση p (kN/m^2)
300	100
330	130
360	160
390	190
420	210

Για τον αέρα στο δοχείο

(α) συμπεραίνουμε πως συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.

(β) συμπεραίνουμε πως δεν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.

(γ) δεν μπορούμε να συμπεράνουμε αν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο.

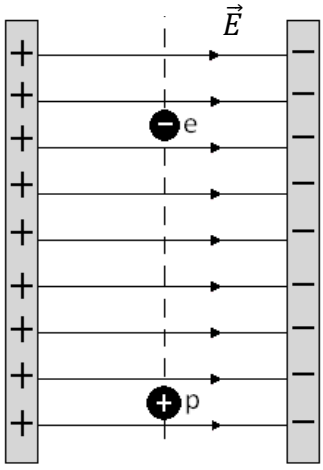
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2 Σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου E που δημιουργείται μεταξύ δύο αντίθετα φορτισμένων παραλλήλων πλακών αφήνουμε χωρίς αρχική ταχύτητα ένα ηλεκτρόνιο και ένα πρωτόνιο έτσι ώστε να ισαπέχουν από τις φορτισμένες πλάκες, όπως φαίνεται στο σχήμα. Θεωρούμε ότι η απόσταση των σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη ώστε να μην αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.



Ποιο από τα δύο σωματίδια θα φτάσει πρώτο σε φορτισμένη πλάκα;

(α) το πρωτόνιο p

(β) το ηλεκτρόνιο e

(γ) και τα δύο ταυτόχρονα

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

2.1.Β.

Ιδανικό αέριο είναι αυτό που υπακούει στους τρεις νόμους των αερίων σε οποιεσδήποτε συνθήκες και να βρίσκεται. (2 μονάδες)

Στο συγκεκριμένο πείραμα, ο όγκος του αέρα είναι σταθερός (βρίσκεται σε κλειστό δοχείο). Αν ο αέρας συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο θα πρέπει το πηλίκο $\frac{p}{T}$ να παραμένει σταθερό σε όλη τη διάρκεια της μεταβολής (νόμος Gay-Lussac). (3 μονάδες)

Παίρνοντας **οποιαδήποτε δύο ζευγάρια θερμοκρασίας – πίεσης** από τον πίνακα, το πηλίκο $\frac{p}{T}$ βγαίνει διαφορετικό (τα πηλίκα είναι σε σειρά $\frac{p}{T} = \frac{100}{300} \cong 0{,}33, \frac{130}{330} \cong 0{,}39, \frac{160}{360} \cong 0{,}44, \frac{190}{390} \cong 0{,}49, \frac{210}{420} = 0{,}5$), άρα ο νόμος Gay-Lussac δεν ισχύει, συνεπώς ο αέρας δεν συμπεριφέρεται ως ιδανικό αέριο. (3 μονάδες)

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (β)

Μονάδες 4

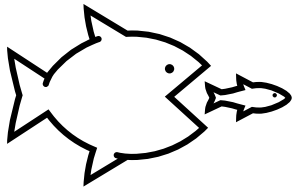
2.2.Β.

Τα δύο σωματίδια έχουν να διανύσουν ίσες αποστάσεις για να προσπέσουν σε πλάκα, ξεκινώντας από την ηρεμία (2 μονάδες). Ταχύτερα θα φτάσει εκείνο που έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση (2 μονάδες). Αφού τα φορτία τους είναι ίσα σε απόλυτη τιμή (1 μονάδα), δέχονται ίσες κατά μέτρο δυνάμεις ($F = E|q|$) (2 μονάδες), συνεπώς μεγαλύτερη επιτάχυνση θα έχει εκείνο με τη μικρότερη μάζα ($a = F/m$) (2 μονάδες), δηλαδή το ηλεκτρόνιο.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Ένα μεγάλο ψάρι μάζας $8\,kg$ κινείται με ταχύτητα $0{,}6\,m/s$ και καταδιώκει μικρό ψάρι μάζας $2\,kg$ το οποίο κινείται με ταχύτητα $0{,}1\,m/s$ στην ίδια ευθεία με το μεγάλο ψάρι. Κάποια στιγμή, το μεγάλο ψάρι φτάνει το μικρό ψάρι και το καταπίνει, χωρίς να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης. Η διαδικασία της κατάποσης διήρκεσε $2\,s$.



4.1. Υπολογίστε την ταχύτητα του μεγάλου ψαριού αμέσως αφού καταπιεί το μικρό ψάρι. Να αναφέρετε όποια υπόθεση κάνατε για να φτάσετε στη λύση.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την απώλεια της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο ψαριών εξαιτίας της κατάποσης του μικρού ψαριού από το μεγάλο ψάρι.

Μονάδες 7

4.3. Υπολογίστε, σε μέτρο και κατεύθυνση, τη μεταβολή της ορμής του μικρού ψαριού ως αποτέλεσμα της κατάποσης.

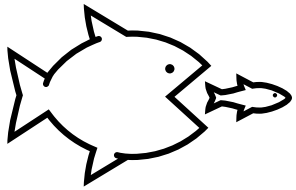
Μονάδες 6

4.4. Υπολογίστε τη συνισταμένη δύναμη που ασκήθηκε στο μεγάλο ψάρι στη διάρκεια της κατάποσης του μικρού ψαριού.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η απαιτούμενη υπόθεση είναι πως το σύστημα των δύο ψαριών είναι μονωμένο, έστω και προσεγγιστικά, στη διάρκεια της κατάποσης (η οποία αντιστοιχεί σε μία πλαστική κρούση). (1 μονάδα)



Πριν

Η Αρχή διατήρησης της ορμής γράφεται:

$$\vec{p}_{πριν} = \vec{p}_{μετα}$$

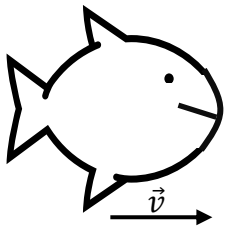
$$\vec{p}_{μεγαλου\ ψαριου\ πριν} + \vec{p}_{μικρου\ ψαριου\ πριν} = \vec{p}_{μεγαλου\ ψαριου\ μετα}$$

$$(8\ kg)\left(0{,}6\frac{m}{s}\right) + (2\ kg)\left(0{,}1\frac{m}{s}\right) = (8\ kg + 2\ kg)v$$

$$v = 0{,}5\ m/s$$

(5 μονάδες)

Μονάδες 6



Μετά

4.2. Η κινητική ενέργεια του συστήματος πριν, είναι ίση με (3 μονάδες)

$$K_{πριν} = K_{μεγαλου\ ψαριου\ πριν} + K_{μικρου\ ψαριου\ πριν} = \frac{1}{2}(8\ kg)(0{,}6\frac{m}{s})^2 + \frac{1}{2}(2\ kg)(0{,}1\frac{m}{s})^2 = 1{,}45\ J$$

Η κινητική ενέργεια του συστήματος μετά, είναι ίση με (2 μονάδες)

$$K_{μετα} = K_{μεγαλου\ ψαριου\ μετα} = \frac{1}{2}(8\ kg + 2\ kg)(0{,}5\frac{m}{s})^2 = 1{,}25\ J$$

Η απώλεια κινητικής ενέργειας του συστήματος είναι (2 μονάδες)

$$K_{πριν} - K_{μετα} = 1{,}45\ J - 1{,}25\ J = 0{,}2\ J$$

Μονάδες 7

4.3. Η μεταβολή της ορμής του μικρού ψαριού είναι:

$$\Delta\vec{p}_{μικρου\ ψαριου} = \vec{p}_{μικρου\ ψαριου\ μετα} - \vec{p}_{μικρου\ ψαριου\ πριν}$$

Η τιμή της μεταβολής αυτής (ορίζοντας ως θετική τη φορά προς τα δεξιά) είναι (4 μονάδες):

$$\Delta p_{μικρου\ ψαριου} = (2\ kg)\left(0{,}5\frac{m}{s}\right) - (2\ kg)\left(0{,}1\frac{m}{s}\right) = 0{,}8\ m/s$$

Η κατεύθυνση της μεταβολής ορμής είναι προς τα δεξιά (εννοείται στην ευθεία της κίνησης) (2 μονάδες)

Μονάδες 6

4.4. Με βάση τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (2ο Νόμο Νεύτωνα):

$$\Sigma\vec{F}_{στο\ μεγαλο\ ψαρι} = \frac{\Delta\vec{p}_{μεγαλου\ ψαριου}}{\Delta t}$$

$$\Sigma F = \frac{p_{μεγαλου\ ψαριου\ μετα} - p_{μεγαλου\ ψαριου\ πριν}}{\Delta t} = \frac{(8\ kg)\left(0{,}5\frac{m}{s}\right) - (8\ kg)(0{,}6\ \frac{m}{s})}{2\ s} = -0{,}4\ N$$

(όπου έχει οριστεί ως θετική η φορά προς τα δεξιά). Η κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης στο μεγάλο ψάρι είναι στην ευθεία της κίνησης, προς τα αριστερά.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Οι αστέρες νετρονίων είναι το αποτέλεσμα της βαρυτικής κατάρρευσης τεράστιων αστέρων, συνήθως στο τέλος της ζωής τους. Εκτός από τις μαύρες τρύπες, είναι τα πιο πυκνά ουράνια σώματα του Σύμπαντος. Περιστρέφονται πάρα πολύ γρήγορα. Ένας από τους πιο ενδιαφέροντες αστέρες νετρονίων είναι ο PSR J1748-2446ad, ο οποίος περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με συχνότητα περίπου $700\ Hz$. Η ακτίνα του είναι περίπου $10\ km$, ενώ η μάζα του M είναι τέτοια ώστε $GM = 2 \times 10^{20}\ Nm^2/kg$ (είναι περίπου μιάμιση φορά μεγαλύτερη από τη μάζα του Ήλιου).

Αναπαράσταση αστέρα νετρονίων
Πηγή: European Southern Observatory (ESO)

4.1. Υπολογίστε τη γραμμική ταχύτητα που θα είχε ένα αντικείμενο το οποίο θα τοποθετούσαμε και θα αφήναμε ακίνητο στον ισημερινό της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, μόνο λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση που θα έπρεπε να έχει το αντικείμενο του ερωτήματος 4.1 λόγω της περιστροφής του αστέρα γύρω από τον άξονά του, και αναφέρετε την κατεύθυνσή της. Χρησιμοποιήστε την προσέγγιση $\pi^2 \cong 10$.

Μονάδες 6

4.3. Υπολογίστε την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων, και συγκρίνετέ την με την αντίστοιχη της Γης.

Μονάδες 7

4.4. Στην πραγματικότητα δεν θα ήταν δυνατό να τοποθετήσουμε ένα αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων (λόγω της υπερβολικά ισχυρής βαρυτικής έλξης και των ακτινοβολιών), αλλά θα μπορούσαμε να το αφήσουμε χωρίς αρχική ταχύτητα από πάρα πολύ μεγάλη απόσταση, ώστε να κινηθεί μόνο υπό την επίδραση της βαρυτικής έλξης του αστέρα νετρονίων και να φτάσει έτσι στην επιφάνειά του. Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία θα φτάσει το αντικείμενο στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται πως η επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης είναι περίπου ίση με $10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το αντικείμενο θα περιστρέφεται μαζί με τα σημεία της επιφάνειας του αστέρα νετρονίων, εκτελώντας ομαλή κυκλική κίνηση. Η γραμμική ταχύτητά του θα είναι

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi Rf = 2\pi(10\ km)(700\ Hz) = 2\pi(10 \times 10^3\ m)(700\ Hz) = 14\pi \times 10^6\ m/s$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση δίνεται πάντα από τον τύπο

$$a_\kappa = \frac{v^2}{R}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση:

$$a_\kappa = \frac{(14\pi \times 10^6 \frac{m}{s})^2}{10^4\ m} = 196\pi^2 10^8 \frac{m}{s^2} \cong 1{,}96 \times 10^{11} m/s^2$$

Η κατεύθυνση της κεντρομόλου επιτάχυνσης θα ήταν προς το κέντρο του αστέρα νετρονίων.

Μονάδες 6

4.3. Η επιτάχυνση βαρύτητας σε απόσταση R από σημειακή μάζα M (ή από το κέντρο σφαιρικής μάζας M) ισούται με την ένταση του πεδίου βαρύτητας και δίνεται από τον τύπο:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$ (1 μονάδα)

Στην επιφάνεια του αστέρα νετρονίων θα είναι :

$$g_{AN} = \frac{2\times10^{20}\ Nm^2/kg}{(10^4\ m)^2} = 2 \times 10^{12}\ N/kg = 2 \times 10^{12}\ m/s^2$$ (3 μονάδες)

Σε σχέση με την επιτάχυνση της βαρύτητας στην επιφάνεια της Γης, η τιμή αυτή είναι:

$$\frac{g_{AN}}{g_{\Gamma\eta\varsigma}} = \frac{2 \times 10^{12}\ m/s^2}{10\ m/s^2} = 2 \times 10^{11}$$

δηλαδή 200.000.000.000 φορές μεγαλύτερη (3 μονάδες).

Μονάδες 7

4.4. Το αντικείμενο, έστω μάζας m, θα κινηθεί μόνο με την επίδραση της βαρύτητας, συνεπώς μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$$(U + K)_{\sigma\varepsilon\ \pi o\lambda\upsilon\ \mu\varepsilon\gamma\alpha\lambda\eta\ \alpha\pi o\sigma\tau\alpha\sigma\eta} = (U + K)_{\sigma\tau\eta\nu\ \varepsilon\pi\iota\varphi\alpha\nu\varepsilon\iota\alpha}$$

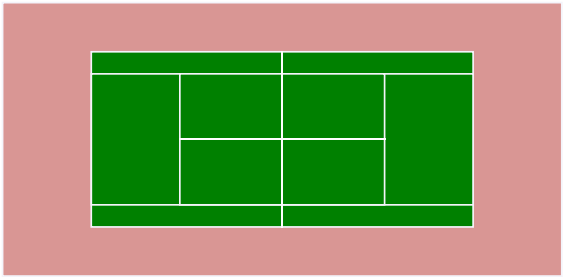
$$0 + 0 = \left(-\frac{GMm}{R}\right) + \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2(2 \times 10^{20} \frac{Nm^2}{kg})}{10^4\ m}} = 2 \times 10^8\ m/s$$

(Στην πραγματικότητα η παραπάνω τιμή είναι μόνο μία εκτίμηση, με δεδομένο πως υπάρχουν και σχετικιστικά φαινόμενα)

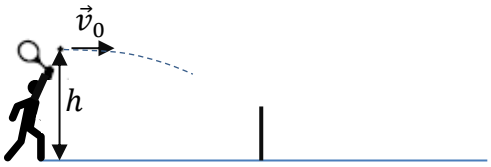
Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4



Τενίστας χτυπάει με τη ρακέτα του μπαλάκι, δίνοντάς του οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\,m/s$, ενώ αυτό βρίσκεται σε ύψος $h = 2{,}45\,m$.

4.1. Υπολογίστε τον χρόνο που θα χρειαστεί το μπαλάκι για να φτάσει στο έδαφος (υποθέτοντας πως δεν θα συναντήσει κανένα εμπόδιο κατά την κίνησή του).



Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε το βεληνεκές και το μέτρο της ταχύτητας με την οποία θα φτάσει το μπαλάκι στο έδαφος (υποθέτοντας πάλι πως δεν θα συναντήσει κανένα εμπόδιο κατά την κίνησή του).

Μονάδες 7

4.3. Το μπαλάκι έχει μάζα $60\,g$. Η ρακέτα ασκεί οριζόντια δύναμη $240\,N$ στο μπαλάκι ώστε αυτό να ξεκινήσει να κινείται με την οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 20\,m/s$. Υποθέτοντας πως τη στιγμή που η ρακέτα χτυπάει το μπαλάκι αυτό είναι ακίνητο, υπολογίστε τη διάρκεια της επαφής μεταξύ αυτού και της ρακέτας.

Μονάδες 6

4.4. Το φιλέ βρίσκεται σε οριζόντια απόσταση $12\,m$ από το σημείο στο οποίο η ρακέτα χτύπησε το μπαλάκι. Το φιλέ έχει ύψος $0{,}912\,m$. Βρείτε αν το μπαλάκι θα περάσει πάνω από το φιλέ ή θα χτυπήσει σε αυτό.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται η προσεγγιστική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\,m/s^2$, ενώ $\sqrt{449} \cong 21$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση στον κατακόρυφο άξονα, άρα έως τη χρονική στιγμή t (υποθέτοντας $t = 0$ είναι η στιγμή του χτυπήματος) έχει διανύσει κατακόρυφη απόσταση y:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \text{ (2 μονάδες)}$$

Αντικαθιστώντας το ύψος $h = 2{,}45\ m$ στο οποίο βρίσκεται αρχικά το μπαλάκι, ο χρόνος που χρειάζεται για να φτάσει στο έδαφος είναι:

$$2{,}45\ m = \frac{1}{2}\left(10 \frac{m}{s^2}\right) t^2 \Leftrightarrow t = 0{,}7\ s \text{ (4 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.2. Με βάση την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων, το μπαλάκι εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση στον οριζόντιο άξονα, άρα έως τη χρονική στιγμή t (υποθέτοντας ότι $t = 0$ είναι η στιγμή του χτυπήματος) έχει διανύσει οριζόντια απόσταση (2 μονάδες):

$$s = v_0 t = \left(20 \frac{m}{s}\right)(0{,}7\ s) = 14\ m \text{ (2 μονάδες)}$$

Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας παραμένει $v_x = v_0 = 20\ m/s$, ενώ η κατακόρυφη συνιστώσα φτάνοντας στο έδαφος θα είναι (λόγω της επιταχυνόμενης κίνησης με $a = g$) $v_y = gt = \left(10 \frac{m}{s^2}\right)(0{,}7\ s) = 7\ m/s$ (3 μονάδες)

Το μέτρο της ταχύτητας με το οποίο φτάνει στο έδαφος είναι:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{(20 \frac{m}{s})^2 + (7 \frac{m}{s})^2} = \sqrt{(449 \frac{m^2}{s^2})} \cong 21\ m/s \text{ (2 μονάδες)}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τον θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής (2ος νόμος του Νεύτωνα), εφαρμόζοντάς τον στον οριζόντιο άξονα και θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά

$$F_{ρακετας} = \Sigma F = \frac{\Delta p}{\Delta t} \Longrightarrow 240\ N = \frac{(60\ g)\left(20 \frac{m}{s}\right) - 0}{\Delta t} = \frac{(0{,}060\ kg)\left(20 \frac{m}{s}\right) - 0}{\Delta t} \Leftrightarrow \Delta t = 0{,}005\ s$$

Μονάδες 6

4.4. Με βάση την οριζόντια ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, για να φτάσει το μπαλάκι στο φιλέ θα χρειαστεί χρόνο t_1 :

$$x = v_0 t \Rightarrow 12\ m = \left(20 \frac{m}{s}\right) t_1 \Leftrightarrow t_1 = 0{,}6\ s \text{ (2 μονάδες)}$$

Την ίδια χρονική στιγμή, το μπαλάκι θα έχει κατέβει από την αρχική του θέση κατά y_1:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}(10 \frac{m}{s})(0{,}6\ s)^2 = 1{,}8\ m \text{ (2 μονάδες)}$$

Το μπαλάκι ξεκίνησε από ύψος $h = 2{,}45\ m$, άρα τη χρονική στιγμή t_1 θα βρίσκεται σε ύψος από το έδαφος:

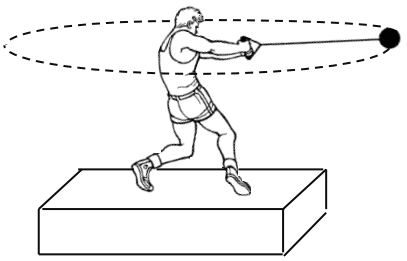
$$2{,}45\ m - 1{,}8\ m = 0{,}65\ m < 0{,}912\ m \text{ (1 μονάδα)}$$

Συνεπώς, αφού όταν θα φτάσει στο φιλέ, θα βρίσκεται σε ύψος μικρότερο από το ύψος του φιλέ, θα χτυπήσει σε αυτό. (1 μονάδα)

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Η σφυροβολία είναι από τα παλαιότερα αθλήματα των σύγχρονων Ολυμπιακών Αγώνων. Η σφύρα αποτελείται από μία σφαίρα μάζας $4\ kg$ η οποία είναι δεμένη σε σύρμα, το οποίο έχει πολύ μικρότερη (αμελητέα) μάζα σε σχέση με τη σφαίρα. Αθλήτρια της σφυροβολίας, καθώς προπονείται, περιστρέφει τη σφύρα σε οριζόντιο επίπεδο ώστε η σφαίρα να κάνει κυκλική κίνηση ακτίνας $1{,}5\ m$, με ταχύτητα σταθερού μέτρου $15\ m/s$.



4.1. Υπολογίστε τον χρόνο που χρειάζεται η σφαίρα για να εκτελέσει μία πλήρη περιστροφή καθώς και την γωνιακή της ταχύτητα.

Μονάδες 6

4.2. Υπολογίστε την κεντρομόλο επιτάχυνση της σφαίρας και την κεντρομόλο δύναμη η οποία την αναγκάζει να εκτελεί την περιστροφή και εξηγήστε ποια (ή ποιες) από τις δυνάμεις που ασκούνται στην σφύρα παίζει το ρόλο κεντρομόλου δύναμης.

Μονάδες 7

Κατά λάθος, η αθλήτρια αφήνει ελεύθερη τη σφύρα, ενώ αυτή περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο, το οποίο βρίσκεται σε ύψος $1{,}8\ m$ από το έδαφος. Μπορούμε να θεωρήσουμε πως η σφαίρα εκτελεί οριζόντια βολή, θεωρώντας αμελητέα την επίδραση του σύρματος στην κίνησή της και θεωρώντας επίσης αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

4.3. Υπολογίστε πόσο χρόνο θα χρειαστεί η σφαίρα για να φτάσει στο έδαφος, και ποια είναι η οριζόντια απόσταση από το σημείο που αφέθηκε ελεύθερη του σημείου που θα φτάσει.

Μονάδες 6

4.4 Υπολογίστε την εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας της σφαίρας με το οριζόντιο επίπεδο όταν η σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

Υπενθυμίζεται η προσεγγιστική τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας $g = 10\ m/s^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφόσον η κίνηση είναι ομαλή κυκλική, ισχύει:

$$v = \frac{2\pi R}{T} \Longrightarrow 15\frac{m}{s} = \frac{2\pi(1{,}5\ m)}{T} \Leftrightarrow T = \frac{\pi}{5}\ s \text{ (3 μονάδες)}$$

Για τη γωνιακή ταχύτητα ισχύει:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}s} = 10\ rad/s \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.2. Η κεντρομόλος επιτάχυνση έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς της σφαίρας (1 μονάδα) και μέτρο:

$$a_\kappa = \frac{v^2}{R} = \frac{(15\ m/s)^2}{1{,}5\ m} = 150\ m/s^2 \text{ (2 μονάδες)}$$

Η κεντρομόλος δύναμη έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς της σφαίρας (1 μονάδα) και μέτρο:

$$F_\kappa = ma_\kappa = (4\ kg)\left(150\frac{m}{s^2}\right) = 600\ N \text{ (2 μονάδες)}$$

Η δύναμη που παίζει τον ρόλο της κεντρομόλου δύναμης είναι η τάση του σύρματος της σφύρας (ακριβέστερα, είναι η συνισταμένη της τάσης, του βάρους της σφαίρας, αλλά και της αντίστασης του αέρα) (1 μονάδα)

Μονάδες 7

4.3. Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κατακόρυφη κίνηση της σφαίρας είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $a = g$. Σε χρόνο t από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη η σφαίρα θα έχει κατέβει κατά y από την αρχική της θέση. Θέτοντας $y = 1{,}8\ m$ βρίσκουμε τον χρόνο t_1 (χρονικό διάστημα από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη) για να φτάσει στο έδαφος:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 1{,}8\ m = \frac{1}{2}\left(10\frac{m}{s^2}\right){t_1}^2 \Leftrightarrow t_1 = 0{,}6\ s \text{ (3 μονάδες)}$$

Σε αυτόν τον χρόνο, με βάση το γεγονός πως η οριζόντια κίνηση της σφαίρας είναι ομαλή με $v_x = v_0 = 15\ m/s$ (λόγω ανεξαρτησίας των κινήσεων), η σφαίρα θα έχει μετατοπιστεί οριζόντια κατά

$$x = v_0 t = \left(15\frac{m}{s}\right)(0{,}6\ s) = 9\ m \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

4.4. Με βάση την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων, η κατακόρυφη κίνηση της σφαίρας είναι ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση $a = g$. Σε χρόνο t_1 από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερη η σφαίρα θα έχει αποκτήσει κατακόρυφη συνιστώσα ταχύτητας μέτρου:

$$v_y = gt_1 = \left(10\frac{m}{s^2}\right)(0{,}6\ s) = 6\ m/s \text{ (2 μονάδες)}$$

Το μέτρο της οριζόντιας συνιστώσας της ταχύτητας παραμένει $v_x = v_0 = 15\ m/s$ (1 μονάδα)

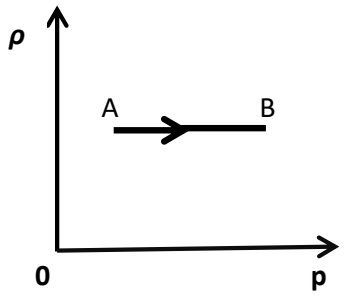
Η εφαπτομένη της γωνίας που θα σχηματίζει το διάνυσμα της ταχύτητας της σφαίρας με το οριζόντιο επίπεδο όταν η σφαίρα θα φτάσει στο έδαφος είναι:

$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{6\ m/s}{15\ m/s} = 0{,}4 \text{ (3 μονάδες)}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου υφίσταται αντιστρεπτή μεταβολή $A \to B$, όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα της πυκνότητας ρ του αερίου σε συνάρτηση με την πίεση του.



Κατά τη διάρκεια της αντιστρεπτής μεταβολής AB η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου:

(α) αυξάνεται , **(β)** μειώνεται , **(γ)** παραμένει σταθερή

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Δύο σωματίδια Σ_1 και Σ_2 με μάζες m_1 και m_2 και θετικά φορτία q_1και q_2 αντίστοιχα συγκρατούνται ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε τέτοιες θέσεις ώστε η μεταξύ τους αρχική απόσταση να είναι r. Αν τα σωματίδια αφεθούν ταυτόχρονα ελεύθερα αποκτούν τελικά ταχύτητες μέτρου $\upsilon_1 = 4 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$ και $\upsilon_2 = 2 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$ αντίστοιχα, όταν η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει $4 \cdot r$.

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών των δυο σωματιδίων, όταν βρίσκονται σε απόσταση $4 \cdot r$ θα είναι ίσος με:

(α) $\frac{K_1}{K_2} = \frac{1}{2}$, **(β)** $\frac{K_1}{K_2} = 2$, **(γ)** $\frac{K_1}{K_2} = 1$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το διάγραμμα μας δίνει την πληροφορία ότι η πυκνότητα παραμένει σταθερή κατά την αντιστρεπτή μεταβολή AB. Σύμφωνα με τον ορισμό η τιμή της πυκνότητας είναι:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Όπου m η μάζα του αερίου και V ο όγκος του. Επειδή η ποσότητα του αερίου m είναι σταθερή (κατά τη μεταβολή του δεν διαφεύγει μέρος του αερίου) και η πυκνότητα παραμένει σταθερή, συμπεραίνουμε ότι και ο όγκος θα παραμένει σταθερός κατά τη μεταβολή αυτή. Σύμφωνα με τον νόμο του Charles για την ισόχωρη αντιστρεπτή μεταβολή θα έχουμε:

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \text{ ή } P = \sigma\tau\alpha\theta.T$$

και αφού $p_B > p_A$ θα είναι με τη βοήθεια της παραπάνω σχέσης: $T_B > T_A$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων δίνεται από τη σχέση:

$$\overline{K} = \frac{1}{2}m\overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2}\cdot k \cdot T$$

Και αφού $T_B > T_A$, θα είναι: $\overline{K_B} > \overline{K_A}$

Η μέση κινητική ενέργεια των μορίων αυξάνεται.

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Το σύστημα των ηλεκτρικών φορτίων είναι μονωμένο. Οι δυνάμεις μεταξύ των φορτίων είναι εσωτερικές. Επομένως ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής. Ορίζουμε θετική φορά προς τα δεξιά. Συνεπώς: $\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda}$ ή $0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$ ή $P_1 = P_2$ ή $m_1\upsilon_1 = m_2\upsilon_2$ ή $\frac{m_2}{m_1} = \frac{\upsilon_1}{\upsilon_2}$

Η κινητική ενέργεια των σωματιδίων είναι:

$K_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2$ και πολλαπλασιάζω αριθμητή και παρονομαστή με m_1

$$\text{ή } K_1 = \frac{1}{2}\frac{m_1^2\upsilon_1^2}{m_1} \text{ ή } K_1 = \frac{1}{2}\frac{P_1^2}{m_1} \text{ ή } K_1 = \frac{P_1^2}{2m_1} \quad (1)$$

$$\text{Όμοια: } K_2 = \frac{P_2^2}{2m_2} \quad (2)$$

Διαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) οπότε:

$$\frac{K_1}{K_2}=\frac{\frac{P_1^2}{2m_1}}{\frac{P_2^2}{2m_2}} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2}=\frac{P_1^2}{P_2^2}\frac{2m_2}{2m_1} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2}=\frac{m_2}{m_1} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2}=\frac{v_1}{v_2} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2}=\frac{4\cdot10^{-2}}{2\cdot10^{-2}} \text{ ή } \frac{K_1}{K_2}=2$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Το κύριο στέλεχος του πυροτεχνήματος εκρήγνυται όταν φτάσει στο ανώτερο ύψος της κατακόρυφης τροχιάς του. Το σφαιρικό σχήμα που αποκτούν τα διάπυρα κομμάτια του πυροτεχνήματος μετά την έκρηξη έχουν αποτυπωθεί όπως φαίνεται στην πιο κάτω εικόνα.

Ποια αρχή της φυσικής δικαιολογεί την εικόνα αυτή αμέσως μετά την έκρηξη;

(α) Η αρχή διατήρησης της ορμής.

(β) Η αρχή διατήρησης της δυναμικής ενέργειας.

(γ) Η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

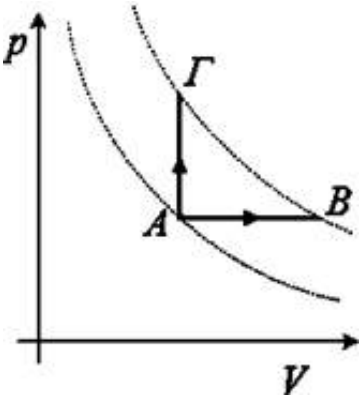
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 5

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 7

2.2. Στο εργαστήριο Φυσικής θέλουμε να θερμάνουμε κατά ΔT ορισμένη ποσότητα αερίου. Μπορούμε να επιλέξουμε μεταξύ μια ισοβαρούς και μιας ισόχωρης θέρμανσης. Οι διακεκομμένες γραμμές του διαγράμματος παριστάνουν ισόθερμες καμπύλες. Το ποσό θερμότητας που θα απαιτηθεί να απορροφήσει το αέριο είναι:



(α) Μικρότερο στην ισόχωρη μεταβολή,

(β) Μικρότερο στην ισοβαρή μεταβολή,

(γ) Το ίδιο και στις δυο περιπτώσεις.

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

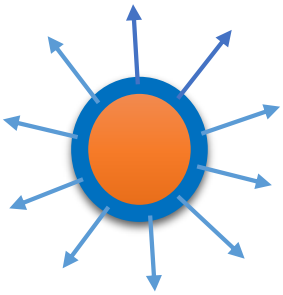
2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 5

2.1.Β.

Τα διάπυρα κομμάτια πρέπει να κατανεμηθούν συμμετρικά στο χώρο για να ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής.



Κατά την διάρκεια της έκρηξης όταν το στέλεχος του πυροτεχνήματος φθάσει στο ανώτερο ύψος, τότε η ταχύτητα του (στιγμιαία) είναι ίση με το μηδέν. Άρα η αρχική ορμή (πριν την έκρηξη) είναι μηδέν. Μετά την έκρηξη προκύπτουν επιμέρους τμήματα του κυρίως στελέχους που εκτινάσσονται με ταχύτητα. Επειδή τα κομμάτια είναι πάρα πολλά και παρόμοιας μάζας, και λόγω της συμμετρίας της έκρηξης στην εκρηκτική ύλη, η κατανομή τους είναι συμμετρική μετά την έκρηξη. Σχηματίζονται έτσι φωτεινές σφαίρες με τα πυρακτωμένα κομμάτια του πυροτεχνήματος.

Συνεπώς, θα έχουν όλα τα κομμάτια περίπου το ίδιο μέτρο ταχύτητας και θα διανύσουν στον ίδιο χρόνο, περίπου ίσες αποστάσεις.

Λόγω της παρόμοιας μάζας και της συμμετρίας της έκρηξης τα κομμάτια εκτινάσσονται προς όλες τις κατευθύνσεις, με την ίδια (περίπου) σε μέτρο ορμή. Άρα αν αθροίσουμε ανά ζεύγος τις ορμές με αντίθετες κατευθύνσεις θα προκύψει συνολική ορμή τους συστήματος μηδέν. Άρα επαληθεύεται η αρχή διατήρησης της ορμής:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \text{ ή } \quad 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \vec{P}_4 + \cdots$$

Προκύπτει έτσι ένα όμορφο θέαμα συμμετρίας σύμφωνα με την αρχή διατήρησης της ορμής, μία από τις σπουδαιότερες αρχές της φυσικής.

Μονάδες 7

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Κατά την ισοβαρή μεταβολή AB σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο θα έχουμε εάν Q_{AB} είναι το προσφερόμενο ποσό θερμότητας θα έχουμε κατά ΔU_{AB} μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου και W το παραγόμενο έργο. Σύμφωνα με τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} \quad (1)$$

Κατά την ισόχωρη μεταβολή το προσφερόμενο ποσό θερμότητας είναι $Q_{A\Gamma}$ η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας $\Delta U_{A\Gamma}$ και $W_{A\Gamma} = 0$ επειδή ο όγκος του αερίου δεν μεταβάλλεται. Επίσης:

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{A\Gamma}$$

Αυτό συμβαίνει γιατί η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας εξαρτάται από την μεταβολή της θερμοκρασίας και όχι από τον τρόπο που πραγματοποιήθηκε η μεταβολή. Επομένως:

$$Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} + W_{A\Gamma} \text{ ή } \quad Q_{A\Gamma} = \Delta U_{A\Gamma} + 0 \text{ ή } \quad Q_{A\Gamma} = \Delta U_{AB} \ (2)$$

Αν συγκρίνουμε την (1) και (2) βλέπουμε ότι:

$$Q_{AB} > Q_{A\Gamma}$$

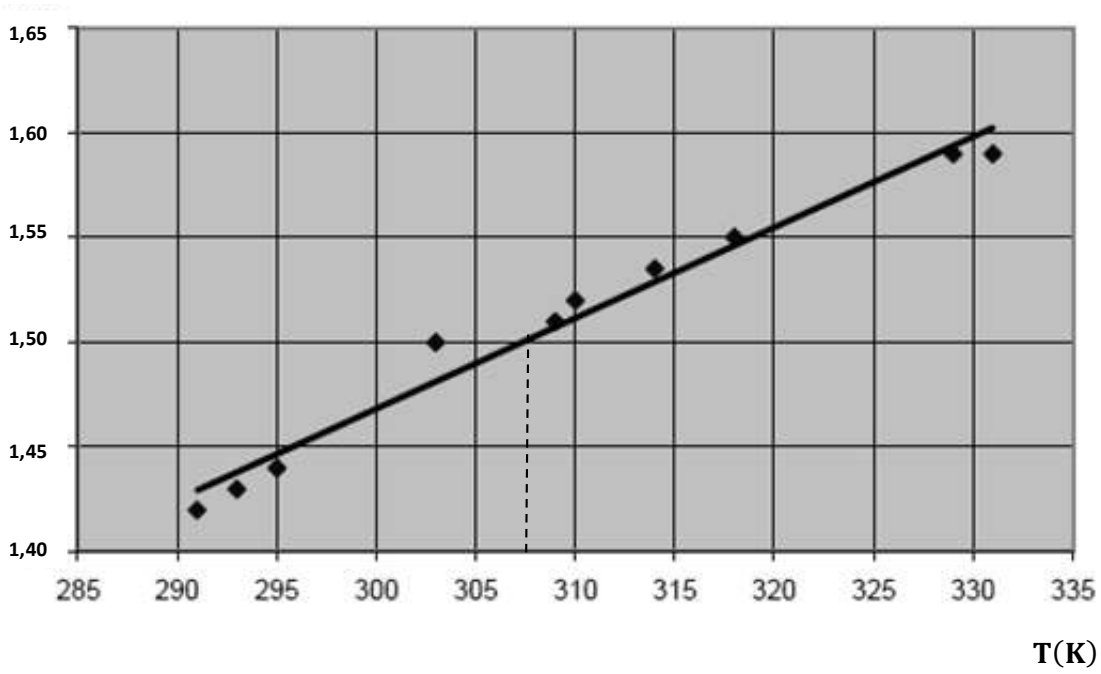
Ο λόγος αυτής της διαφοράς στη θερμότητα είναι ότι στην ισόχωρη μεταβολή η θερμότητα που πρέπει να απορροφήσει το αέριο είναι ίση με την αύξηση της εσωτερικής του ενέργειας, ενώ στην ισοβαρή μεταβολή του σχήματος απαιτείται επιπλέον ενέργεια για το μηχανικό έργο που αποδόθηκε στο περιβάλλον.

$$Q_{AB} > Q_{A\Gamma}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Στα εργαστήριο φυσικής του Λυκείου κατά την πειραματική μελέτη των νόμων των αερίων, οι μαθητές πήραν μετρήσεις πίεσης και θερμοκρασίας για ορισμένη μάζα αερίου και δημιούργησαν το πιο κάτω γράφημα αφού πρώτα αποτύπωσαν τις μετρήσεις και χάραξαν την βέλτιστη ευθεία(Η χάραξη της καλύτερης γραμμής των πειραματικών σημείων).



Η κλίση της πειραματικής ευθείας είναι :

(α) $\frac{p}{T} = \frac{1}{225}\ \frac{atm}{K}$, **(β)** $\frac{p}{T} = 0{,}005\ \frac{atm}{K}$, **(γ)** $\frac{p}{T} = 225\ \frac{atm}{K}$

2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 5

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 8

2.2. Ένα σώμα εκτοξεύεται οριζόντια μέσα στο βαρυτικό πεδίο της γης και κοντά στην επιφάνεια της έτσι ώστε η επιτάχυνση της βαρύτητας *g* να μπορεί να θεωρηθεί σταθερή, με αρχική ταχύτητα υ_0. Τη χρονική στιγμή της εκτόξευσης η δύναμη του βάρους είναι κάθετη στην ταχύτητα. Για τη μελέτη της κίνησης θεωρούμε την αντίσταση του αέρα αμελητέα.

Ο καθηγητής της Φυσικής έθεσε το ερώτημα: «Παιδιά, αφού η δύναμη είναι κάθετη στην ταχύτητα, μήπως το σώμα διαγράφει τόξο κύκλου καθώς πέφτει;»

Οι μαθητές έδωσαν διάφορες απαντήσεις μεταξύ των οποίων οι παρακάτω:

(α) «Μάλλον πρέπει να διαγράφει τεταρτοκύκλιο, και όχι ολόκληρο κύκλο, γιατί κάποια στιγμή φτάνει στο δάπεδο και σταματάει».

(β) «Για να κάνει κυκλική κίνηση η συνολική δύναμη πρέπει να είναι συνέχεια κάθετη στην ταχύτητα και όχι μια στιγμή»

(γ) «Για να κάνει κυκλική κίνηση πρέπει να υπάρχει μια άλλη δύναμη, εκτός από το βάρος, που λέγεται κεντρομόλος δύναμη».

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 5

2.1.Β.

Από το διάγραμμα μπορούμε να πάρουμε πληροφορίες για τα ζεύγη των πειραματικών μετρήσεων που αφορούν την πίεση και την αντίστοιχη θερμοκρασία. Αναζητούμε συγκεκριμένα ζεύγη τιμών πίεσης και θερμοκρασίας που βρίσκονται πάνω στην ευθεία. Επιλέγουμε δύο σημεία της ευθείας τα οποία εύκολα μπορούμε να υπολογίσουμε τις συντεταγμένες τους (p_1, T_1) και (p_2, T_2)[τα σημεία πρέπει να βρίσκονται τουλάχιστον κατά το ήμισυ της ευθείας απομακρυσμένα και να διακρίνονται καλύτερα].

Αυτά τα ζεύγη είναι:

$$(p_1 = 1{,}5\ atm\ , T_1 = 307{,}5\ K\ ) \text{ και } (p_2 = 1{,}6\ atm\ , T_1 = 330\ K\ )$$

Στο πρώτο ζεύγος η θερμοκρασία $307{,}5\ K$ προκύπτει από το γεγονός του ότι αυτή η πειραματική τιμή βρίσκεται στο μέσον της μονάδας κλίμακας στον οριζόντιο άξονα.

Η κλίση της ευθείας υπολογίζεται από το πηλίκο:

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{p_2 - p_1}{T_2 - T_1} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{1{,}6 - 1{,}5}{330 - 307{,}5}\ \frac{atm}{K} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{o{,}1}{22{,}5}\ \frac{atm}{K} \quad \text{ή} \quad \frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{1}{225}\ \frac{atm}{K}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(β)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η κυκλική κίνηση είναι μια από τις πιο οικείες κινήσεις της καθημερινής μας ζωής. Επιτυγχάνεται εύκολα όπως για παράδειγμα αν με τη βοήθεια ενός νήματος που συγκρατείται σταθερά στο ένα άκρο και αναγκάσουμε σωμάτιο που έχουμε προσδέσει στο άλλο άκρο σε μεταφορική κίνηση με ταχύτητα υ_0 και στη συνέχεια εξασκούμε συνεχώς επάνω του δύναμη ΣF η οποία είναι κάθετη στην ταχύτητα υ_0. Έτσι αν η συνισταμένη των δυνάμεων ΣF εξακολουθεί να είναι κάθετη στην ταχύτητα υ_0 σε όλη τη διάρκεια της κίνησης τότε το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση. Στο σώμα μας που εκτοξεύεται οριζόντια μέσα στο βαρυτικό πεδίο της Γης το βάρος είναι διαρκώς κατακόρυφο, άρα δεν είναι διαρκώς κάθετο στην ταχύτητα η οποία αλλάζει διαρκώς κατεύθυνση .

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Σε δημοσίευμα της σχολικής εφημερίδας «ΜΙΚΡΟΙ Αρχισυντάκτες $2^{Ο}$ ΓΕΛ Καρδίτσας» το 2013 διαβάζουμε ότι ομάδα μαθητών έχει κατασκευάσει διάταξη για επίδειξη της αδιαβατικής μεταβολής. Συγκεκριμένα κατασκευάστηκε «πιστόνι». Σύμφωνα με το άρθρο: «Αυτό αποτελείται από ένα κύλινδρο από plexiglass με μήκος $18\,cm$. Το έμβολο κατασκευάστηκε από σίδηρο στο οποίο προσαρμόστηκε βαρύ σφαιρίδιο για υποβοήθηση της συμπίεσης. Αυτή πραγματοποιείται με απότομο χτύπημα με σφυρί. Κατά μέσο όρο κατά την συμπίεση ο λόγος του τελικού όγκου προς τον αρχικό όγκο είναι: $\frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}} = \frac{1}{9}$». Βαμβάκι που έχει εμποτιστεί με εύφλεκτη ύλη π.χ. οινόπνευμα έχει τοποθετηθεί στη βάση του σωλήνα. Καθώς η τελική θερμοκρασία υπερβαίνει το σημείο ανάφλεξης προκύπτει εντυπωσιακή φλόγα που αναπτύσσεται κατά την αδιαβατική συμπίεση. Η συμπίεση είναι αδιαβατική έστω και κατά προσέγγιση, γιατί πραγματοποιείται πολύ γρήγορα, ώστε να μην υπάρχει χρόνος για ανταλλαγή θερμότητας με το περιβάλλον.

Ας υποθέσουμε ότι η συμπεριφορά του αέρα στο εσωτερικό του σωλήνα είναι ως ιδανικό αέριο. Κατά τη διάρκεια της παραπάνω αδιαβατικής συμπίεσης:

(α) θα έχουμε φλόγα σε θερμοκρασία $150°\text{C}$,

(β) θα έχουμε φλόγα σε θερμοκρασία $2400°\text{C}$,

(γ) θα έχουμε φλόγα σε θερμοκρασία $430{,}2°\text{C}$.

Για αριθμητικούς υπολογισμούς λάβετε υπόψη σας τα παρακάτω δεδομένα:

Η αρχική θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι $\theta_1 = 20°\text{C}$ ή $T_1 = 293\,K$ και κατά την αδιαβατική συμπίεση ο τελικός όγκος γίνεται εννέα φορές μικρότερος. Δίνεται ότι η σταθερά Poisson είναι $\gamma = 1{,}4$ και $9^{0,4} = 2{,}4$.

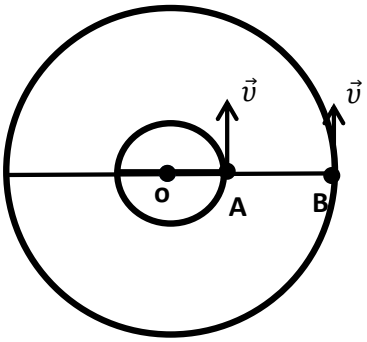
2.1.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

2.2. Τα σωματίδια Α και Β του διπλανού σχήματος κινούνται ομαλά σε κυκλικές τροχιές με το ίδιο κέντρο Ο και με ταχύτητες ίσων μέτρων $\upsilon_A = \upsilon_B = \upsilon$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ τα Α και Β βρίσκονται σε δυο σημεία της ίδιας ακτίνας του κύκλου που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τη χρονική στιγμή t το σωματίδιο Α έχει διανύσει τόξο μήκους S_A. Την ίδια χρονική στιγμή το Β θα έχει διανύσει τόξο μήκους S_B. Για τα S_A και S_B θα ισχύει:



(α) $S_A = S_B$, **(β)** $S_A = 3S_B$, **(γ)** $S_B = 3S_A$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι $\theta_1 = 20°\text{C}$ $(T_1 = 293\ K)$ και περιγράφει την αρχική κατάσταση του αέρα στο εσωτερικό του σωλήνα.

Με τη βοήθεια της εξίσωσης Poisson και της καταστατικής εξίσωσης για την αρχική (1) και τελική (2) κατάσταση του αερίου στο σωλήνα θα έχουμε:

$$P_1 V_1 = nRT_1 \text{ και } P_2 V_2 = nRT_2$$

$$P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma} \text{ ή } \frac{n\,R\,T_1}{V_1} V_1^{\gamma} = \frac{n\,R\,T_2}{V_2} V_2^{\gamma} \text{ ή}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \text{ ή } T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \text{ ή } T_2 = 293 \cdot 9^{0,4} \text{ ή } T_2 = 293 \cdot 2{,}4 \text{ ή}$$

$$\text{ή } T_2 = 703{,}2\ K$$

$$\text{Επειδή } T = 273 + \Theta \text{ ή } \Theta_2 = 703{,}2\ K - 273K = 430{,}2°\text{C}$$

Η θερμοκρασία στην τελική κατάσταση είναι αρκετή για την ανάφλεξη εύφλεκτων υλικών, όπως π.χ. βαμβάκι-οινόπνευμα. Βέβαια η κατασκευή δεν είναι τέλεια άρα οι υπολογισμοί μας μπορεί να είναι υπερεκτιμημένοι, αλλά έστω και έτσι η τελική θερμοκρασία υπερβαίνει το σημείο ανάφλεξης για πολλά υλικά. Έτσι είναι εντυπωσιακή η φλόγα που αναπτύσσεται κατά την συμπίεση.

Μονάδες 9

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Σύμφωνα με τον ορισμό της γραμμικής ταχύτητας στην ομαλή κυκλική κίνηση θα έχουμε ότι:

Για το σωματίδιο Α σε χρόνο t θα έχει διανύσει τόξο μήκους: $S_A = \upsilon_A\ t\ (1)$

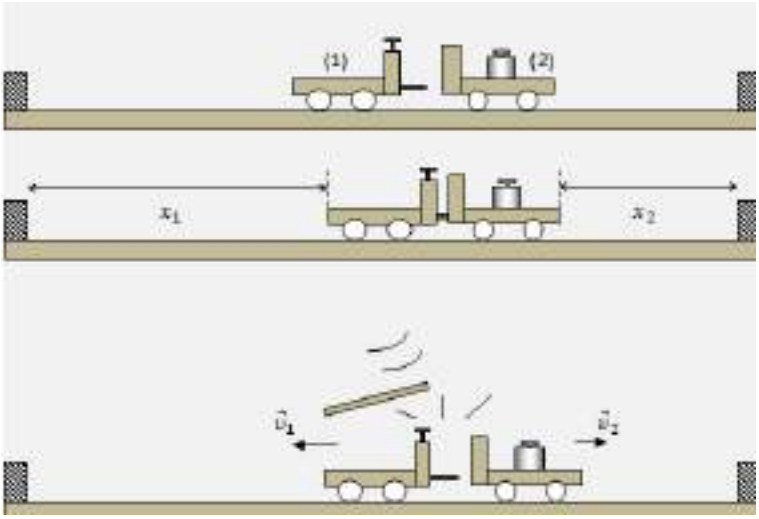
Για το σωματίδιο Β σε χρόνο t θα έχει διανύσει τόξο μήκους: $S_B = \upsilon_B\ t\ (2)$

Επειδή το μέτρο της ταχύτητας είναι το ίδιο από τις εξισώσεις (1) και (2) $S_A = S_B$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μια ομάδα μαθητριών και μαθητών, με τη βοήθεια της/του καθηγήτριας/καθηγητή τους, εκτέλεσαν ένα πείραμα για να επιβεβαιώσουν την αρχή διατήρησης της ορμής σε μονωμένο σύστημα σωμάτων. Στο εργαστήριό τους βρήκαν αμαξίδια, που μερικά είχαν και έμβολο, το οποίο ήταν δυνατόν να συμπιέζεται και να σταθεροποιείται συμπιεσμένο. Μια ασφάλεια, στο πάνω μέρος του αμαξιδίου, μπορεί να απελευθερώνει το συμπιεσμένο έμβολο, με ένα μικρό κτύπημα, ώστε να ξαναβρεθεί στην αρχική του θέση.
Αρχικά ζύγισαν το αμαξίδιο με το έμβολο και βρήκαν τη μάζα του $m_1 = 400$ g.
Σε ένα δεύτερο αμαξίδιο χωρίς έμβολο, τοποθέτησαν ένα βαρίδι και ζυγίζοντας βρήκαν τη συνολική του μάζα $m_2 = 800$ g (σχήμα 1).
Συμπίεσαν το έμβολο του αμαξιδίου (1) και το έφεραν σε επαφή με το αμαξίδιο (2), έτσι ώστε να είναι αρχικά ακίνητα και τα δύο, στην ίδια οριζόντια διεύθυνση (σχήμα 2).



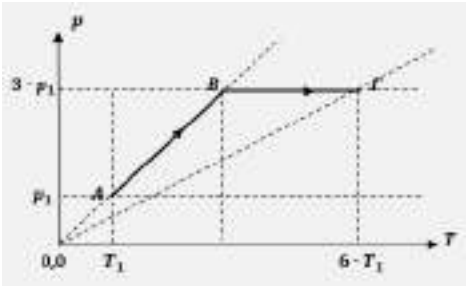
Με ένα ξαφνικό κτύπημα στην ασφάλεια του αμαξιδίου (1), το έμβολο απελευθερώνεται, εκτινάσσεται και από τις εσωτερικές δυνάμεις δράσης-αντίδρασης τα δύο αμαξίδια κινούνται αντίθετα μέχρι να κτυπήσουν σε καλά στερεωμένα εμπόδια στις δύο άκρες του πάγκου. Εκτέλεσαν το πείραμα αρκετές φορές, μέχρι να βρούν αρχική θέση στο σύστημα, τέτοια που τα αμαξίδια να κτυπούν ταυτόχρονα στα εμπόδια αυτά. Βρήκαν τελικά ότι αυτό συμβαίνει όταν το αμαξίδιο (1) απέχει αρχικά από το δικό του εμπόδιο $x_1 = 80$ cm και το αμαξίδιο (2) απέχει $x_2 = 40$ cm από το εμπόδιο της δικής του πλευράς (σχήμα 3).
Ο καθηγητής (καθηγήτριά) τους είπε ότι μπορούν θεωρήσουν ομαλή και ευθύγραμμη την κίνηση των δύο αμαξιδίων μετά την εκτόξευσή τους, εξαιτίας της κύλισης των τροχών.
2.1.Α. Πιστεύετε ότι κατάφεραν να δείξουν ότι ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής, στο σύστημα των σωμάτων;

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την άποψή σας

Μονάδες 8

2.2. Ορισμένη ποσότητα αερίου, το οποίο θεωρείται ιδανικό, βρίσκεται αρχικά σε κατάσταση ισορροπίας (Α) με όγκο V_1, πίεση p_1 και θερμοκρασία T_1. Το αέριο υποβάλλεται σε δύο διαδοχικές και αντιστρεπτές μεταβολές, οι οποίες απεικονίζονται στο διάγραμμα πίεσης-απόλυτης θερμοκρασίας ($p - T$).



Για τις μεταβολές αυτές δίνονται τα στοιχεία:

Η (ΑΒ) είναι ισόχωρη θέρμανση μέχρι τριπλασιασμό της πίεσης του αερίου ($p_B = 3 \cdot p_1$).

Η (ΒΓ) είναι ισοβαρής θέρμανση μέχρι η τελική του απόλυτη θερμοκρασία να γίνει εξαπλάσια της αρχικής που είχε στην κατάσταση Α ($T_\Gamma = 6 \cdot T_1$).

Για τον όγκο του αερίου στην τελική κατάσταση Γ, ισχύει:

(α) $V_\Gamma = 6 \cdot V_1$, **(β)** $V_\Gamma = 3 \cdot V_1$, **(γ)** $V_\Gamma = 2 \cdot V_1$

2.2.Α. Να επιλέξετε την ορθή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Ναι. Με το πείραμα αυτό κατάφεραν να επιβεβαιώσουν την αρχή διατήρησης της ορμής.

Μονάδες 4

2.1.Β.

Επειδή οι κινήσεις των δύο αμαξιδίων μετά την εκτόξευση του εμβόλου, είναι ευθύγραμμες και ομαλές, και φτάνουν ταυτόχρονα στα εμπόδια που βρίσκονται στα άκρα του πάγκου, για τα μέτρα των ταχυτήτων τους ισχύουν: $\upsilon_1 = \frac{x_1}{\Delta t}, \quad \upsilon_2 = \frac{x_2}{\Delta t}$

Διαιρώντας κατά μέλη: $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{80\ cm}{40\ cm} = 2, \quad άρα\ \upsilon_1 = 2 \cdot \upsilon_2$ (1)

Για τις μάζες των δύο κινητών που είναι γνωστές, ισχύει η σχέση: $m_2 = 2 \cdot m_1$ (2)

Η αρχική ορμή του συστήματος πριν την εκτόξευση του εμβόλου ήταν μηδέν: $\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{0}$

Η ορμή του συστήματος μετά την εκτόξευση του εμβόλου είναι η συνισταμένη των ορμών των δύο κινητών: $\vec{p}_{συτ}^{\,μετά} = \vec{p}_1^{\,μετά} + \vec{p}_2^{\,μετά}$

Κατά μέτρο: $p_{συστ}^{μετά} = m_1 \cdot \upsilon_1 - m_2 \cdot \upsilon_2 \xrightarrow{(1),(2)} p_{συστ}^{μετά} = m_1 \cdot 2 \cdot \upsilon_2 - 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2 = 0$

Άρα ισχύει $\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{p}_{συστ}^{\,μετα} = \vec{0}$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μεταβολή (ΑΒ) είναι ισόχωρη ($V_B = V_A = V_1$) και για το αέριο ισχύει ο νόμος Charles:

$$\frac{p_A}{T_A} = \frac{p_B}{T_B}, \ \ έτσι\ προκύπτει: T_B = \frac{p_B \cdot T_A}{p_A} = \frac{3 \cdot p_1 \cdot T_1}{p_1} = 3 \cdot T_1$$

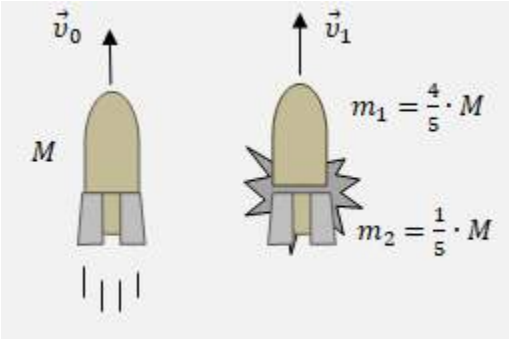
Η μεταβολή (ΒΓ) είναι ισοβαρής και για το αέριο ισχύει ο νόμος Gay-Lussac:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_Γ}{T_Γ}, \qquad έτσι\ προκύπτει: \ V_Γ = \frac{V_B \cdot T_Γ}{T_B} = \frac{V_1 \cdot 6 \cdot T_1}{3 \cdot T_1} = 2 \cdot V_1$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.Ένας πύραυλος μάζας M, κινείται ευθύγραμμα με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$, εκτός πεδίου βαρύτητας. Κάποια στιγμή, μια προγραμματισμένη εσωτερική έκρηξη, διασπά τον πύραυλο σε δύο κομμάτια (1) και (2), με μάζες αντίστοιχα $m_1 = \frac{4}{5} \cdot M$και $m_2 = \frac{1}{5} \cdot M$.



Αν αμέσως μετά την έκρηξη, το κομμάτι (2) δεν έχει ταχύτητα, τότε το μέτρο της μεταβολής της ορμής του κομματιού (1), εξαιτίας της έκρηξης, είναι:

(α) $|\Delta p_1| = 0$, **(β)** $|\Delta p_1| = \frac{1}{5} \cdot M \cdot \upsilon_0$, **(γ)** $|\Delta p_1| = \frac{5}{4} \cdot M \cdot \upsilon_0$

2.1.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.1.Β.Να αιτιολογήσετε την επιλογήσας.

Μονάδες 8

2.2.Μια ποσότητα ιδανικού μονοατομικού αερίου, βρίσκεται σε δοχείο με θερμομονωτικά τοιχώματα, μεταβλητού όγκου και είναι αρχικά σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (Α), με όγκο V_1, πίεση p_1 και απόλυτη θερμοκρασία T_1. Το αέριο εκτελεί αδιαβατική μεταβολή, στο τέλος της οποίας καταλήγει και πάλι σε κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας (Β), με όγκο V_2, πίεση p_2 και θερμοκρασία T_2.
Για το έργο του αερίου κατά την παραπάνω αδιαβατική μεταβολή του όγκου του, ισχύει η σχέση:

(α)$W_{\alpha\varepsilon\rho}^{A\to B} = 0$, **(β)**$W_{\alpha\varepsilon\rho}^{A\to B} = p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1$, **(γ)**$W_{\alpha\varepsilon\rho}^{A\to B} = \frac{3}{2} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$

2.2.Α.Να επιλέξετε την ορθή πρόταση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή απάντηση η (β).

Μονάδες 4

2.1.Β.

Το σύστημα είναι μονωμένο και κατά την έκρηξη ισχύει γι' αυτό η αρχή διατήρησης της ορμής:

$\vec{p}_{συστ}^{πριν} = \vec{p}_{συστ}^{μετα}$, δηλαδή $M \cdot \vec{v}_0 = m_1 \cdot \vec{v}_1$, ή κατά μέτρο $M \cdot v_0 = \frac{4}{5} \cdot M \cdot v_1$ και τελικά προκύπτει: $v_1 = \frac{5}{4} \cdot v_0$

Η ορμή της μάζας m_1 πριν και μετά την έκρηξη είναι στην ίδια κατεύθυνση και για το μέτρο μεταβολής της ορμής της ισχύει:

$$|\Delta p_1| = |m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot v_0| = m_1 \cdot \left|\frac{5}{4} \cdot v_0 - v_0\right| = \frac{4}{5} \cdot M \cdot \frac{1}{4} \cdot v_0 = \frac{1}{5} \cdot M \cdot v_0$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.Σωστή απάντηση η (γ).

Μονάδες 4

2.2.Β.

Επειδή η μεταβολή είναι αδιαβατική, το αέριο δεν ανταλλάσσει θερμότητα με το περιβάλλον, δηλαδή ισχύει $Q^{A \to B} = 0$

Εφαρμόζουμε για το αέριο κατά την μεταβολή ΑΒ, τον πρώτο θερμοδυναμικό νόμο:

$Q^{A \to B} = \Delta U^{A \to B} + W^{A \to B}$ και προκύπτει:

$$W^{A \to B} = -\Delta U^{A \to B} = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = -\frac{3}{2} \cdot n \cdot R(T_2 - T_1) = -\frac{3}{2} \cdot (n \cdot R \cdot T_2 - n \cdot R \cdot T_1)$$

ή $W^{A \to B} = -\frac{3}{2} \cdot (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) = \frac{3}{2} \cdot (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Κατά την εξέλιξη ενός πειράματος, σε σωλήνα κενού, ένα μικρό σωματίδιο (1) μάζας $m_1 = 70\,\mu g$, φορτισμένο με ηλεκτρικό φορτίο $q_1 = 7\,\mu C$ κινείται ευθύγραμμα εναντίον άλλου σωματιδίου (2) μάζας $m_2 = m_1$, φορτισμένου με το ίδιο ακριβώς ηλεκτρικό φορτίο ($q_2 = q_1$). Αρχικά το σωματίδιο (2) συγκρατείται ακίνητο με κατάλληλο μηχανισμό και το σωματίδιο (1) έχει ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 2 \cdot 10^4\ \frac{m}{s}$ όταν βρίσκεται αρκετά μακριά από το σωματίδιο (2), ώστε να μην αλληλεπιδρούν, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Το κινούμενο σωματίδιο (1) επιβραδύνεται από την ηλεκτρική άπωση που δέχεται από το (2), καθώς πλησιάζει προς αυτό. Όταν το σωματίδιο (1) έχει πλησιάσει το ακίνητο σωματίδιο (2) σε απόσταση d_1, έχει υποδιπλασιαστεί το μέτρο της ταχύτητάς του $\left(\upsilon_1 = \frac{\upsilon_0}{2}\right)$ και ακριβώς εκείνη τη στιγμή ο μηχανισμός απελευθερώνει το σωματίδιο m_2, το οποίο πλέον κινείται ελεύθερα εξαιτίας μόνο της αλληλεπίδρασης μεταξύ των δύο φορτισμένων σωματιδίων.
Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση d_1.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων, στη διάρκεια της παραπάνω αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

Μονάδες 6

4.3. Το μέτρο της ταχύτητας των σωματιδίων όταν βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση

Μονάδες 6

4.4. Την ελάχιστη απόσταση στην οποία θα πλησιάσουν μεταξύ τους τα δύο σωματίδια.

Μονάδες 7

Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό $K_{\eta\lambda} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$, τα σωματίδια έχουν ασήμαντες διαστάσεις, μαγνητικά πεδία εξαιτίας της κίνησης των φορτισμένων σωματιδίων αγνοούνται και οι δυνάμεις ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης είναι οι μόνες δυνάμεις που ασκούνται στα σωματίδια κατά τη διάρκεια του πειράματος που περιγράψαμε.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Στο σωματίδιο (1) καθώς κινείται προς το ακίνητο σωματίδιο (2), ασκείται μόνο η απωστική δύναμη Coulomb η οποία αναπτύσσεται μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων. Η δύναμη αυτή είναι διατηρητική δύναμη και κατά την κίνηση του (1) προς το ακίνητο (2), μέχρι να φτάσει στην απόσταση d_1 από αυτό, ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, θεωρώντας ως δυναμική ενέργεια αποκλειστικά λόγω της ηλεκτρικής αλληλεπίδρασης μεταξύ τους;

$$E_{M\eta\chi}^{\alpha\rho\chi} = E_{M\eta\chi}^{1}, \qquad \delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta}: \; K_{\alpha\rho\chi} = U_{\eta\lambda}^{1} + K_1, \;\; \acute{\eta} \;\; \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1} + \frac{1}{2}\cdot m_1 \cdot (\frac{\upsilon_0}{2})^2$$

ή $$\frac{3}{8}\cdot m_1 \cdot \upsilon_0^2 = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1},$$

άρα είναι: $$d_1 = \frac{8\cdot k_{\eta\lambda}\cdot q_1\cdot q_2}{3\cdot m_1\cdot \upsilon_0^2} = \frac{8\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7\cdot 10^{-6}\cdot 7\cdot 10^{-6}}{3\cdot 70\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^8} = 42\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 4{,}2\ \mathrm{cm}$$

Μονάδες 6

4.2. $$|\Delta p_{\sigma\upsilon\sigma\tau}| = |\Delta p_1| = \left|m_1\cdot\frac{\upsilon_0}{2} - m_1\cdot\upsilon_0\right| = \left|-\frac{m_1\cdot\upsilon_0}{2}\right| = \frac{m_1\cdot\upsilon_0}{2} = 70\cdot 10^{-5}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 7\cdot 10^{-4}\ \mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

Μετά την απελευθέρωση του σωματιδίου (1), τα δύο σωματίδια κινούνται στην ευθεία της διακέντρου τους και εξαιτίας της ηλεκτρικής άπωσης που δημιουργείται μεταξύ τους, το σωματίδιο (1) επιβραδύνεται, ενώ το σωματίδιο (2) επιταχύνεται από την ηρεμία. Όσο χρόνο όμως η ταχύτητα του (1) είναι κατά μέτρο μεγαλύτερη από του (2), το πλησιάζει και η μεταξύ τους απόσταση μειώνεται. Η ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση θα παρατηρείται, τη στιγμή που εξισώνονται οι ταχύτητές τους ($\upsilon_1{}' = \upsilon_2 = v$).

Από τη στιγμή που απελευθερώθηκε το (2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και οι δυνάμεις που εκτελούν έργο είναι διατηρητικές.

Ισχύουν για το σύστημα:

4.3. Αρχή διατήρησης της ορμής:

$p_{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \sigma\tau\alpha\theta.$, άρα $m_1\cdot\frac{\upsilon_0}{2} = (m_1+m_2)\cdot v$, οπότε η κοινή τους ταχύτητα στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση: $$v = \frac{m_1\cdot\upsilon_0}{2\cdot(m_1+m_2)} = \frac{\upsilon_0}{4} = 5\cdot 10^3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας:

$E_{M\eta\chi}^{\sigma\upsilon\sigma\tau} = \sigma\tau\alpha\theta\epsilon\rho\acute{\eta}$, άρα $\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\frac{\upsilon_0^2}{4} + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_1} = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)v^2 + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$

ή $$\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot(m_1+m_2)\cdot v^2 + k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$$

ή $$\frac{1}{2}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2 - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot m_1\cdot\frac{\upsilon_0^2}{16} = k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}}$$

ή $k_{\eta\lambda}\cdot\frac{q_1\cdot q_2}{d_{min}} = \frac{7}{16}\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2$, οπότε προκύπτει $d_{min} = \frac{16\cdot k_{\eta\lambda}\cdot q_1\cdot q_2}{7\cdot m_1\cdot\upsilon_0^2}$

τελικά $$d_{min} = \frac{16\cdot 9\cdot 10^9\cdot 7\cdot 10^{-6}\cdot 7\cdot 10^{-6}}{7\cdot 70\cdot 10^{-9}\cdot 4\cdot 10^8}\ \mathrm{m} = 36\cdot 10^{-3}\ m = 0{,}036\ \mathrm{m} = 3{,}6\ \mathrm{cm}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 2

2.1. Μία μοτοσυκλέτα M_1 κινείται σε κυκλική πίστα με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω_1. Μία δεύτερη μοτοσυκλέτα M_2 κινείται στην ίδια πίστα (με την ίδια ακτίνα) και το μέτρο της γραμμικής της ταχύτητας είναι υποδιπλάσιο σε σχέση με το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας της μοτοσυκλέτας M_1.

Οι λόγοι του μέτρου των γωνιακών ταχυτήτων και των κεντρομόλων επιταχύνσεων των δύο μοτοσυκλετών είναι:

(α) $\frac{\omega_1}{\omega_2}=\frac{1}{2}$ και $\frac{\alpha_{κ1}}{\alpha_{κ2}}=\frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{\omega_1}{\omega_2}=2$ και $\frac{\alpha_{κ1}}{\alpha_{κ2}}=\frac{1}{4}$, **(γ)** $\frac{\omega_1}{\omega_2}=2$ και $\frac{\alpha_{κ1}}{\alpha_{κ2}}=4$

2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Η αρχική θερμοκρασία μιας ποσότητας ιδανικού αερίου, το οποίο είναι κλεισμένο σε δοχείο σταθερού όγκου, είναι $\theta_1=102^{\text{o}}\text{ C}$. Όταν αυξηθεί η θερμοκρασία του, παρατηρούμε ότι η πίεσή του αυξάνεται κατά 40%.

Η τελική θερμοκρασία του αερίου θα είναι:

(α) $\theta_2=252^{\text{o}}\text{ C}$, **(β)** $\theta_2=352^{\text{o}}\text{ C}$, **(γ)** $\theta_2=152^{\text{o}}\text{ C}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Οι δύο μοτοσυκλέτες εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση διαγράφοντας κυκλικές τροχιές ίδιας ακτίνας R. Επομένως:

$$\left.\begin{matrix} \upsilon_1 = \omega_1 \cdot R \\ \upsilon_2 = \omega_2 \cdot R \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\upsilon_2 = \upsilon_1/2} \left.\begin{matrix} \upsilon_1 = \omega_1 \cdot R \\ \dfrac{\upsilon_1}{2} = \omega_2 \cdot R \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = 2$$

Για τις κεντρομόλους επιταχύνσεις των δύο μοτοσυκλετών έχουμε:

$$\left.\begin{matrix} \alpha_{\kappa 1} = \dfrac{\upsilon_1^2}{R} \\ \alpha_{\kappa 2} = \dfrac{\upsilon_2^2}{R} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\upsilon_2 = \upsilon_1/2} \left.\begin{matrix} \alpha_{\kappa 1} = \dfrac{\upsilon_1^2}{R} \\ \alpha_{\kappa 2} = \dfrac{\upsilon_1^2}{4 \cdot R} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha_{\kappa 1}}{\alpha_{\kappa 2}} = 4$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η αρχική θερμοκρασία του ιδανικού αερίου που είναι κλεισμένο στο δοχείο σταθερού όγκου είναι:

$$T_1 = 273 + \theta_1 \Rightarrow T_1 = 375\ \text{K} \quad (1)$$

Η τελική πίεση του αερίου είναι:

$$P_2 = P_1 + \frac{40}{100} \cdot P_1 \Rightarrow P_2 = 1{,}4 \cdot P_1 \quad (2)$$

Για την ισόχωρη θέρμανση μεταξύ της αρχικής και τελικής κατάστασης του αερίου ισχύει:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \xrightarrow{(1),(2)} \frac{P_1}{375} = \frac{1{,}4 \cdot P_1}{T_2} \Rightarrow T_2 = 525\ \text{K}$$

Αλλά

$$T_2 = 273 + \theta_2$$

και τελικά

$$\theta_2 = 252^{\text{o}}\ \text{C}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι R_{A} και $R_{\text{B}} = \frac{R_{\text{A}}}{2}$ αντίστοιχα, ενώ οι συχνότητες περιστροφής τους συνδέονται με τη σχέση $f_{\text{A}} = 4f_{\text{B}}$.

Για τα μέτρα υ_{A} και υ_{B} των γραμμικών ταχυτήτων των δύο κινητών, ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{\upsilon_{\text{A}}}{\upsilon_{\text{B}}} = 8$, **(β)** $\frac{\upsilon_{\text{A}}}{\upsilon_{\text{B}}} = 2$, **(γ)** $\frac{\upsilon_{\text{A}}}{\upsilon_{\text{B}}} = \frac{1}{8}$

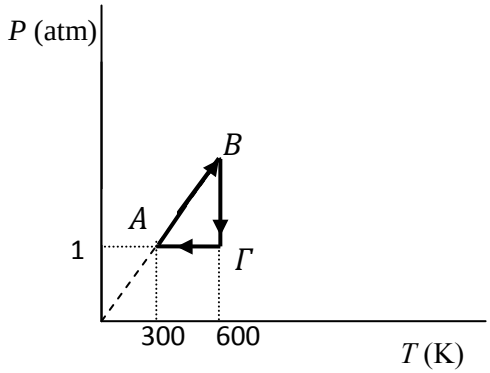
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $P - T$ του σχήματος απεικονίζονται οι τρεις μεταβολές ενός αντιστρεπτού κύκλου, που υφίσταται ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου.



Αν ο όγκος του αερίου στην κατάσταση A είναι 10 L, τότε ο όγκος στην κατάσταση Γ είναι:

(α) $V_{\Gamma} = 5$ L , **(β)** $V_{\Gamma} = 10$ L , **(γ)** $V_{\Gamma} = 20$ L

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο κινητά εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Επομένως:

$$\left.\begin{matrix} \upsilon_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} = \omega_{\mathrm{B}} \cdot R_{\mathrm{B}} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{R_{\mathrm{B}}=\frac{R_{\mathrm{A}}}{2}} \left.\begin{matrix} \upsilon_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} = \omega_{\mathrm{B}} \cdot \dfrac{R_{\mathrm{A}}}{2} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2 \cdot \frac{\omega_{\mathrm{A}}}{\omega_{\mathrm{B}}} \Rightarrow$$

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2 \cdot \frac{2\pi f_{\mathrm{A}}}{2\pi f_{\mathrm{B}}} \xrightarrow{f_{\mathrm{A}}=4f_{\mathrm{B}}} \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 2 \cdot \frac{2\pi \cdot 4f_{\mathrm{B}}}{2\pi f_{\mathrm{B}}}$$

και τελικά

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = 8$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μεταβολή AB είναι ισόχωρη, επομένως:

$$V_A = V_B = 10\ \mathrm{L}$$

και

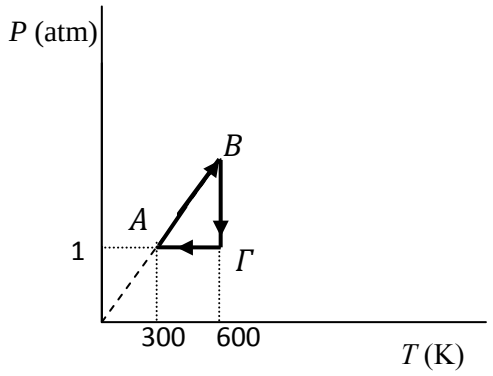
$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{1\ \mathrm{atm}}{300\ \mathrm{K}} = \frac{P_B}{600\ \mathrm{K}} \Rightarrow P_B = 2\ \mathrm{atm}$$

Η μεταβολή $B\Gamma$ είναι ισόθερμη, επομένως:

$$P_B V_B = P_\Gamma V_\Gamma \Rightarrow (2\ \mathrm{atm}) \cdot (10\ \mathrm{L}) = (1\ \mathrm{atm}) \cdot V_\Gamma$$

και τελικά

$$V_\Gamma = 20\ \mathrm{L}$$



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Δύο κινητά Α και Β εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Οι ακτίνες των τροχιών τους είναι $R_{\Α}$ και $R_{\Β} = 2R_{\Α}$ αντίστοιχα, ενώ τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων τους συνδέονται με τη σχέση $\upsilon_{\Β} = \frac{\upsilon_{\Α}}{2}$.

Για τις περιόδους των δύο κινητών ισχύει η σχέση:

(α) $\frac{T_{\Α}}{T_{\Β}} = \frac{1}{4}$, **(β)** $\frac{T_{\Α}}{T_{\Β}} = 4$, **(γ)** $\frac{T_{\Α}}{T_{\Β}} = 2$

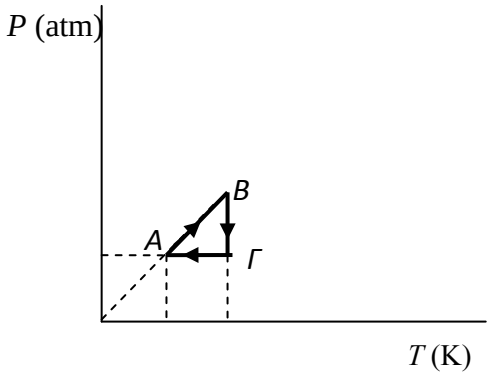
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $P - T$ του σχήματος απεικονίζονται οι τρεις μεταβολές ενός αντιστρεπτού κύκλου που υφίσταται ορισμένη ποσότητα ιδανικού αερίου:



2.2.Α. Να αντιστοιχίσετε τις μεταβολές που αναγράφονται στη στήλη A με τους χαρακτηρισμούς των μεταβολών της στήλης B.

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
1. AB	**α.** Ισόχωρη θέρμανση
2. $B\Gamma$	**β.** Ισοβαρής ψύξη
3. ΓA	**γ.** Ισόθερμη εκτόνωση
	δ. Ισοβαρής θέρμανση

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Τα δύο κινητά εκτελούν ομαλή κυκλική κίνηση. Επομένως:

$$\left.\begin{matrix} \upsilon_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} = \omega_{\mathrm{B}} \cdot R_{\mathrm{B}} \end{matrix}\right\} \xrightarrow{R_{\mathrm{B}}=2R_{\mathrm{A}}} \left.\begin{matrix} \upsilon_{\mathrm{A}} = \omega_{\mathrm{A}} \cdot R_{\mathrm{A}} \\ \upsilon_{\mathrm{B}} = \omega_{\mathrm{B}} \cdot 2R_{\mathrm{A}} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\upsilon_{\mathrm{B}}} = \frac{\omega_{\mathrm{A}}}{2\omega_{\mathrm{B}}} \xrightarrow{\upsilon_{\mathrm{B}}=\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}}$$

$$\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}} = \frac{\omega_{\mathrm{A}}}{2\omega_{\mathrm{B}}} \Rightarrow 2 = \frac{\frac{2\pi}{T_{\mathrm{A}}}}{2\frac{2\pi}{T_{\mathrm{B}}}} \Rightarrow 4 = \frac{T_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{A}}}$$

και τελικά

$$\frac{T_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{B}}} = \frac{1}{4}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α.

1 - α, 2 – γ, 3 - β

Μονάδες 4

2.2.Β.

- Για τη μεταβολή AB έχουμε:

(α) η θερμοκρασία αυξάνεται και

(β)η πίεση είναι ανάλογη της θερμοκρασίας, δηλαδή

$$\frac{P}{T} = \text{σταθερό} \Rightarrow V = \text{σταθερός}$$

Επομένως η μεταβολή AB είναι ισόχωρη θέρμανση.

- Για τη μεταβολή $B\Gamma$ έχουμε:

Η θερμοκρασία παραμένει σταθερή, άρα η μεταβολή είναι ισόθερμη επομένως ισχύει:

$$P \cdot V = \text{σταθερό}$$

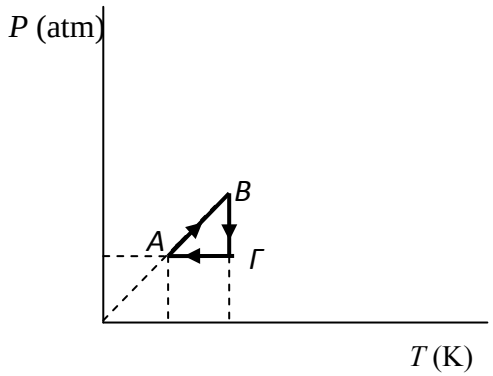
Και δεδομένου ότι η πίεση μειώνεται, ο όγκος αυξάνεται.

Επομένως η μεταβολή $B\Gamma$ είναι ισόθερμη εκτόνωση.

- Για τη μεταβολή ΓA έχουμε:

Η πίεση παραμένει σταθερή και η θερμοκρασία μειώνεται.

Επομένως η μεταβολή ΓA είναι ισοβαρής ψύξη.



Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 2

2.1. Ένα βαγόνι Α με μάζα m συγκρούεται με ένα δεύτερο ακίνητο βαγόνι Β ίσης μάζας και μετά τη σύγκρουση τα δύο βαγόνια κινούνται μαζί σαν ένα σώμα.

Αν K_{A} είναι η κινητική ενέργεια του βαγονιού Α και K_{Σ} η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος, τότε ισχύει:

(α) $K_{\Sigma} = K_{\mathrm{A}}$, **(β)** $K_{\Sigma} = 2 \cdot K_{\mathrm{A}}$, **(γ)** $K_{\Sigma} = \frac{K_{\mathrm{A}}}{2}$

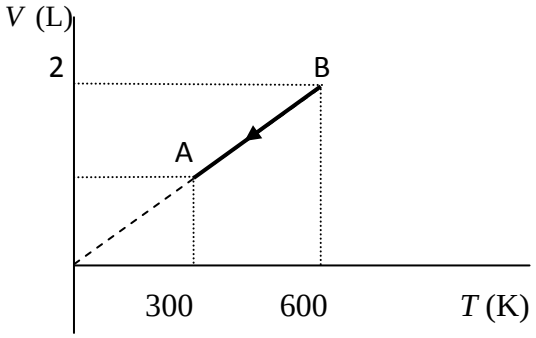
2.1.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.1.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 8

2.2. Στο διάγραμμα $V - T$ του σχήματος απεικονίζεται μία αντιστρεπτή μεταβολή BA, που υφίσταται ποσότητα ιδανικού αερίου ίση με $n = \frac{2}{R}$ mol (όπου R η σταθερά των ιδανικών αερίων εκφρασμένη σε $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$).



Το έργο του αερίου κατά τη μεταβολή ΒΑ είναι:

(α) $W_{\mathrm{BA}} = -600\ \mathrm{J}$, **(β)** $W_{\mathrm{BA}} = 600\ \mathrm{J}$, **(γ)** $W_{\mathrm{BA}} = 450\ \mathrm{J}$

2.2.Α. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Μονάδες 4

2.2.Β. Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Μονάδες 9

Δίνεται: $1\ \mathrm{L} = 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$.

ΘΕΜΑ 2

2.1.

2.1.Α. Σωστή πρόταση η **(γ)**

Μονάδες 4

2.1.Β.

Αν υ_{A} η ταχύτητα του βαγονιού Α πριν τη σύγκρουση και υ_{Σ} η κοινή ταχύτητα των δύο βαγονιών μετά τη σύγκρουση, εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\alpha} \Rightarrow m\upsilon_{\mathrm{A}} = 2m\upsilon_{\Sigma} \Rightarrow \upsilon_{\Sigma} = \frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2} \quad (1)$$

Η κινητική ενέργεια του συσσωματώματος είναι

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(2m)\upsilon_{\Sigma}^2 \overset{(1)}{\Longrightarrow} K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$K_{\Sigma} = \frac{1}{2}(2m)\frac{\upsilon_{\mathrm{A}}^2}{4} \Rightarrow K_{\Sigma} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m\upsilon_{\mathrm{A}}^2\right)$$

και τελικά

$$K_{\Sigma} = \frac{K_{\mathrm{A}}}{2}$$

Μονάδες 8

2.2.

2.2.Α. Σωστή πρόταση η **(α)**

Μονάδες 4

2.2.Β.

Η μεταβολή ΒΑ είναι ισοβαρής συμπίεση, επομένως:

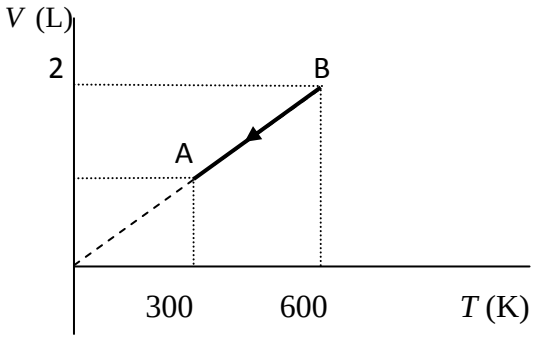
$$\frac{V_{\mathrm{A}}}{T_{\mathrm{A}}} = \frac{V_{\mathrm{B}}}{T_{\mathrm{B}}} \Rightarrow \frac{V_{\mathrm{A}}}{300\ \mathrm{K}} = \frac{10\ \mathrm{L}}{600\ \mathrm{K}} \Rightarrow V_{\mathrm{A}} = 1\ \mathrm{L}$$

και με τη βοήθεια της καταστατικής εξίσωσης

$$P_{\mathrm{B}}V_{\mathrm{B}} = nRT_{\mathrm{B}} \Rightarrow$$

$$P_{\mathrm{B}} \cdot (2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3) = \left(\frac{2}{R}\ \mathrm{mol}\right) \cdot \left(R\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol} \cdot \mathrm{K}}\right) \cdot (600\ \mathrm{K}) \Rightarrow$$

$$P_{\mathrm{B}} = 600 \cdot 10^3\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m}^3} \Rightarrow P_{\mathrm{B}} = 6 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{m}^3} \Rightarrow P_{\mathrm{B}} = 6 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$$



Το έργο σε μία ισοβαρή μεταβολή δίδεται από τη σχέση:

$$W = P \cdot \Delta V \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας τη σχέση (1) μεταξύ των καταστάσεων Β και Α έχουμε:

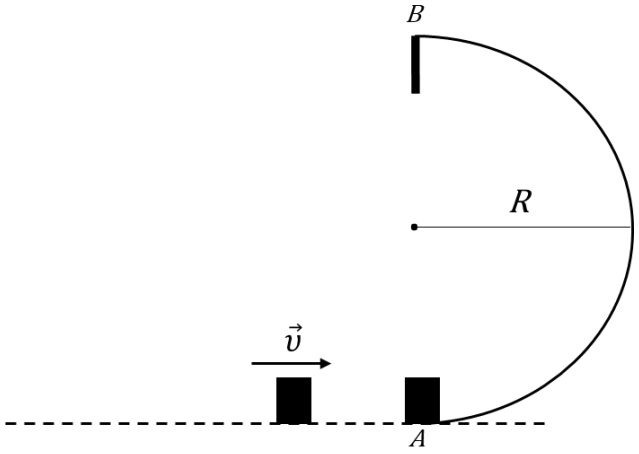
$$W_{\mathrm{BA}} = P \cdot \Delta V_{\mathrm{BA}} \Rightarrow W_{\mathrm{BA}} = P \cdot (V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}}) \overset{P = P_{\mathrm{A}} = P_{\mathrm{B}}}{\Longrightarrow} W_{\mathrm{BA}} = \left(6 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right) \cdot (-1\ \mathrm{L}) \Rightarrow$$

$$W_{\mathrm{BA}} = \left(6 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right) \cdot (-10^{-3}\ \mathrm{m}^3) \Rightarrow W_{\mathrm{BA}} = -600\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} \Rightarrow W_{\mathrm{BA}} = -600\ \mathrm{J}$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4

Επάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, η κάτοψη του οποίου φαίνεται στο σχήμα, υπάρχει ακλόνητα στερεωμένο ένα σιδερένιο έλασμα, ημικυκλικού σχήματος και ακτίνας $R = 20\,\text{cm}$. Στο ένα άκρο του ελάσματος (σημείο A) είναι τοποθετημένο, ακίνητο σώμα μάζας $M = 1\,\text{kg}$. Ένα δεύτερο σώμα μάζας $m = 1\,\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα $\upsilon = 20\,\text{m/s}$, κατά τη διεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και συγκρούεται με το σώμα μάζας M. Η κρούση είναι πλαστική. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται μετά την κρούση κινείται κυκλικά, λόγω του ελάσματος, χωρίς να χάνει την επαφή του με αυτό, με ταχύτητα σταθερού μέτρου.



Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.2. Το μέτρο της δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το έλασμα κατά τη διάρκεια της κυκλικής του κίνησης.

Μονάδες 7

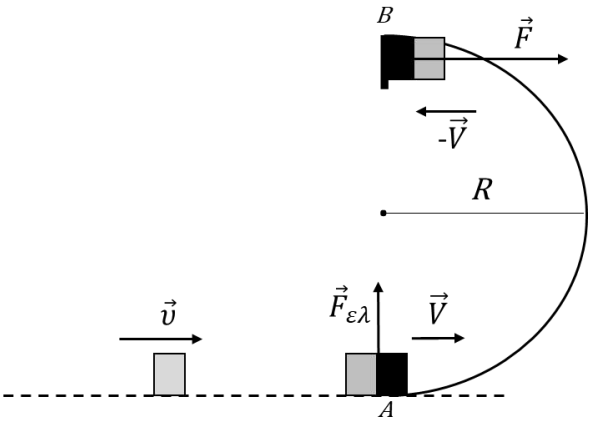
4.3. Την χρονική διάρκεια της κίνησης του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B.

Μονάδες 6

4.4. Στο σημείο B το συσσωμάτωμα προσκρούει σε ακλόνητο στήριγμα και το χρονικό διάστημα για να ακινητοποιηθεί είναι $\Delta t = 0{,}1\,\text{sec}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέσης δύναμης που ασκήθηκε από το ακλόνητο στήριγμα στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4



4.1. Για την πλαστική κρούση των δύο σωμάτων εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{o\lambda,\alpha\rho\chi.} = \vec{p}_{o\lambda,\tau\varepsilon\lambda.} \Rightarrow m \cdot \upsilon + 0 = (m + M) \cdot V \Rightarrow$$

$$1\ \text{kg} \cdot 20\ \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0 = 2\ \text{Kg} \cdot V \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad .$$

Μονάδες 7

4.2. Το συσσωμάτωμα λόγω του ελάσματος διαγράφει κυκλική τροχιά, εκτελώντας στο οριζόντιο επίπεδο ομαλή κυκλική κίνηση οπότε για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$, που αυτό δέχεται από το έλασμα θα ισχύει:

$$F_{\varepsilon\lambda} = F_{\kappa} \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = \frac{(m + M) \cdot V^2}{R} \Rightarrow$$

$$F_{\varepsilon\lambda} = \frac{2\ \text{kg} \cdot (10\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{0{,}2\ \text{m}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{F_{\varepsilon\lambda} = 1000\ \text{N}}$$

Μονάδες 7

4.3. Το συσσωμάτωμα από το σημείο A μέχρι το σημείο B διαγράφει ημικύκλιο. Δεδομένου, ότι η περίοδος της ομαλής κυκλικής κίνησης είναι T, η χρονική διάρκεια της κίνησής του συσσωματώματος από το σημείο A μέχρι το σημείο B είναι:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{V}}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi \cdot R}{V} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}2\ \text{m}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{\Delta t = 6{,}28 \cdot 10^{-2}\ \text{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Το μέτρο της μέσης δύναμης που δέχεται το συσσωμάτωμα από το εμπόδιο στο σημείο B προκύπτει:

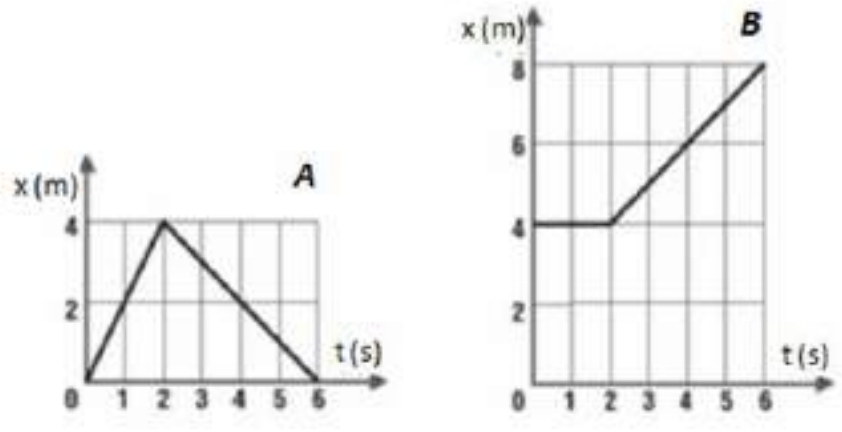
$$|\bar{F}| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{F}| = \left|\frac{p_{\tau\varepsilon\lambda} - p_{\alpha\rho\chi}}{\Delta t}\right| \Rightarrow |\bar{F}| = \left|\frac{0 - 2\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}1\ \text{s}}\right| \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{|\bar{F}| = 200\ \text{N}}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Στις παρακάτω γραφικές παραστάσεις φαίνονται οι θέσεις, σε συνάρτηση με το χρόνο, δύο σωμάτων A και B, που συγκρούονται στη θέση $x = 4\ \text{m}$. Η μάζα του σώματος A είναι $m_A = 1\ \text{kg}$ και η μάζα του σώματος B είναι $m_B = 3\ \text{kg}$.



4.1. Να μεταφέρετε στο απαντητικό σας φύλλο και να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί.

	Πριν την Κρούση		**Μετά την κρούση**	
	A	***B***	***A***	***B***
Ταχύτητα				
Ορμή				
Κινητική Ενέργεια				

Μονάδες 12

4.2. Με βάση τον προηγούμενο πίνακα, να εξηγήσετε ποιες ποσότητες διατηρούνται στη συγκεκριμένη κρούση.

Μονάδες 3

4.3. Αν η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t = 0{,}01\ \text{s}$, (που είναι τόσο μικρό ώστε δεν μπορεί να παρασταθεί στην κλίμακα του χρόνου που έχουμε επιλέξει για τα διαγράμματα θέσης – χρόνου) να βρεθεί η δύναμη που άσκησε το σώμα A στο σώμα B κατά τη διάρκεια της κρούσης.

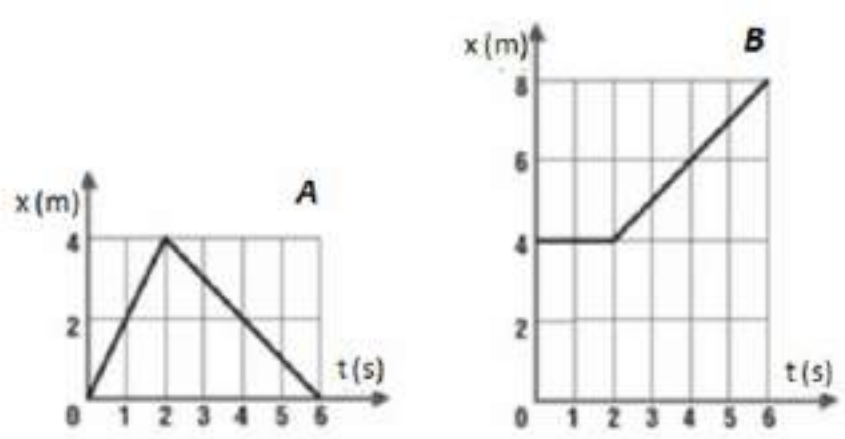
Μονάδες 5

4.4. Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργεια του αρχικά κινούμενου σώματος που μεταφέρθηκε στο αρχικά ακίνητο σώμα ως αποτέλεσμα της κρούσης.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

4.1.



Πριν την κρούση (0 s- 2 s):

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα A, προκύπτει, ότι αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τιμή της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t} = \frac{4\ \text{m} - 0\ \text{m}}{2\ \text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$p_A = m_A \cdot \upsilon_A \Rightarrow p_A = 1\ \text{kg} \cdot\ 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{p_A = 2\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}$$

$$K_A = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A^2 \Rightarrow K_A = \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{kg} \cdot (\ 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_A = 2\ \text{J}}$$

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα B, προκύπτει, ότι αυτό είναι ακίνητο, άρα:

$$\boldsymbol{\upsilon_B = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}, \quad \boldsymbol{p_B = 0\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}, \quad \boldsymbol{K_B = 0\ \text{J}}$$

Μετά την κρούση (2 s- 6 s):

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα A, προκύπτει, ότι αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τιμή της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_A' = \frac{\Delta x_A{}'}{\Delta t'} = \frac{0\ \text{m} - 4\ \text{m}}{4\ \text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_A' = -1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$p_A' = m_A \cdot \upsilon_A' = 1\ \text{kg} \cdot (-1)\frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{p_A' = -1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}$$

$$K_A' = \frac{1}{2} \cdot m_A \cdot \upsilon_A'^2 \Rightarrow K_A' = \frac{1}{2} \cdot 1\ \text{kg} \cdot (\ -1\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_A' = 0,5\ \text{J}}$$

Με βάση το αντίστοιχο διάγραμμα θέσης – χρόνου για το σώμα B, προκύπτει, ότι αυτό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση και η τιμή της ταχύτητάς του είναι:

$$\upsilon_B' = \frac{\Delta x_B{}'}{\Delta t'} = \frac{8\ \text{m} - 4\ \text{m}}{4\ \text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_B' = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$p_B' = m_B \cdot \upsilon_B' = 3\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \boldsymbol{p_B' = 3\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}$$

$$K_B' = \frac{1}{2} \cdot m_B \cdot \upsilon_B'^2 \Rightarrow K_B' = \frac{1}{2} \cdot 3\ \text{kg} \cdot (\ 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \Rightarrow \boldsymbol{K_B' = 1,5\ \text{J}}$$

Οπότε προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

	Πριν την Κρούση		**Μετά την κρούση**	
	Α	**Β**	**Α**	**Β**
Ταχύτητα	$2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$-1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Ορμή	$2\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$0\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$-1\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$	$3\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
Κινητική Ενέργεια	2 J	0 J	0,5 J	1,5 J

Μονάδες 12

4.2. Με βάση τον παραπάνω πίνακα, κατά την κρούση, διατηρούνται για το σύστημα των σωμάτων που συγκρούονται:

- Η ορμή του συστήματος: $p_A + p_B = p'_A + p_B{}' \Rightarrow p_{ολ,αρχ} = p_{ολ,τελ}$
- Η κινητική ενέργεια του συστήματος: $K_A + K_B = K'_A + K_B{}' \Rightarrow K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ}$

Μονάδες 3

4.3. Από το 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$F_{A,B} = \frac{\Delta p_B}{\Delta t} = \frac{p'_B - 0}{\Delta t} \Rightarrow F_{A,B} = \frac{3\ \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}01\ \mathrm{s}} \Rightarrow \boldsymbol{F_{A,B} = 300\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 5

4.4. Το ποσοστό της κινητικής ενέργεια του αρχικά κινούμενου σώματος A που μεταφέρθηκε στο αρχικά ακίνητο σώμα B, ως αποτέλεσμα της κρούσης είναι:

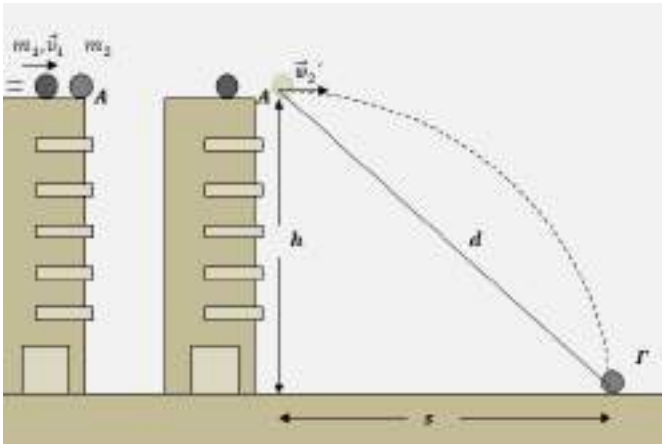
$$\pi\% = \frac{K'_B}{K_A}100\% \Rightarrow \pi\% = \frac{1{,}5\ \mathrm{J}}{2\ \mathrm{J}}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\pi\% = 75\%}$$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4

Μια μικρή σφαίρα (2), μάζας m_2, είναι ακίνητη στο άκρο της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου (σημείο Α), σε ύψος $h = 20\,m$ από το οριζόντιο έδαφος. Δεύτερη μικρή σφαίρα (1), μάζας m_1, κινείται ευθύγραμμα ολισθαίνοντας στο παγωμένο δάπεδο της ταράτσας, το οποίο είναι εντελώς λείο, με ταχύτητα $\vec{v}_1$, μέτρου $v_1 = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ και συγκρούεται μετωπικά με την ακίνητη σφαίρα (2).

Μετά τη σύγκρουση η σφαίρα (2) εκτελεί οριζόντια βολή και χτυπάει στο έδαφος σε σημείο Γ, το οποίο απέχει από το Α απόσταση $(A\Gamma) = d = 25\,m$.



Αν δίνεται ότι για τις μάζες των δύο σφαιρών ισχύει η σχέση $m_2 = 2 \cdot m_1$ και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, να υπολογίσετε:

4.1.Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής της σφαίρας (2), από το σημείο Α μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος, στο σημείο Γ.

Μονάδες 6

4.2.Το μέτρο της οριζόντιας ταχύτητας $\vec{v}_2{}'$ που απέκτησε η σφαίρα (2) αμέσως μετά τη κρούση της σφαίρας (1) πάνω της.

Μονάδες 7

4.3.Την ταχύτητα της σφαίρας (1) αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 6

4.4.Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που είχε η σφαίρα (1) πριν την κρούση, το οποίο μετατράπηκε σε θερμική ενέργεια κατά την κρούση των δύο σφαιρών.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Μελετάμε την οριζόντια βολή της σφαίρας (2), αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις:

4.1. Μια ελεύθερη πτώση, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία πέφτει κατακόρυφα κατά h από το σημείο Α μέχρι το έδαφος. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια της βολής:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t_{βολ})^2 \ , \quad \text{άρα } \Delta t_{βολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2 \text{ s}$$

Μονάδες 6

4.2. Μια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση εξαιτίας της οριζόντιας ταχύτητας που απέκτησε μετά την κρούση:

$$s = \upsilon_2{}' \cdot \Delta t_{βολ} \qquad (1)$$

Εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα στο ορθογώνιο τρίγωνο που δημιουργείται προκύπτει:

$$s = \sqrt{d^2 - h^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} \text{ m} = 15 \text{ m} \qquad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2), προκύπτει:

$$\upsilon_2{}' = \frac{s}{\Delta t_{βολ}} = 7{,}5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 7

4.3. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημα των δύο σφαιρών κατά την κρούση:

$$\vec{p}_{συστ}^{\,πριν} = \vec{p}_{συστ}^{\,μετα} \ , \quad \text{ή} \quad m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot \upsilon_1{}' + m_2 \cdot \upsilon_2{}'$$

$$\text{ή} \quad m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot \upsilon_1{}' + 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2{}'$$

$$\text{τελικά} \quad \upsilon_1{}' = \upsilon_1 - 2 \cdot \upsilon_2{}' = 0$$

Μονάδες 6

4.4. Η θερμική ενέργεια που παράχθηκε κατά την κρούση των δύο σφαιρών είναι ίση με την ελάττωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος. Δηλαδή:

$$Q = |\Delta K_{συστ}| = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \upsilon_2^{'2} = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m_1 \cdot \upsilon_2^{'2} = \frac{m_1}{2} \cdot (\upsilon_1^2 - 2 \cdot \upsilon_2^{'2})$$

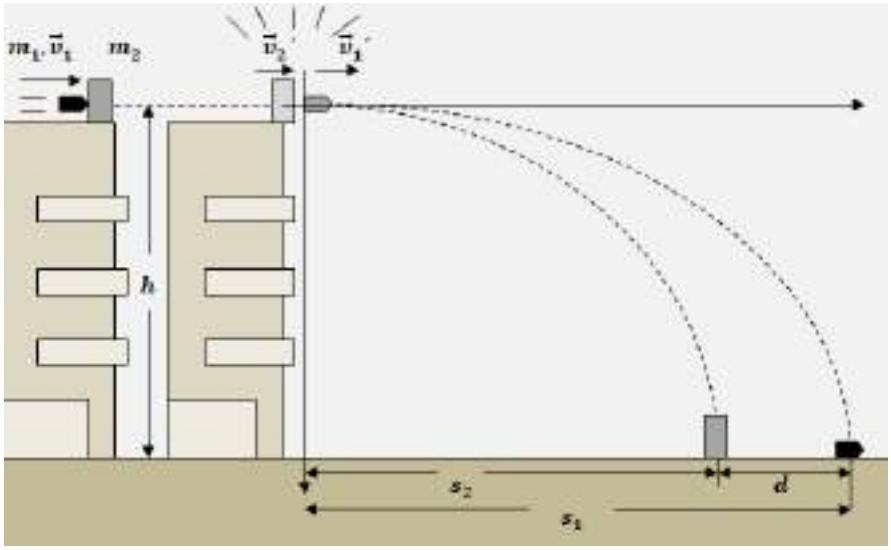
Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας της σφαίρας (1) που μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια είναι:

$$\pi = \frac{Q}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{m_1}{2} \cdot (\upsilon_1^2 - 2 \cdot \upsilon_2^{'2})}{\frac{m_1}{2} \cdot \upsilon_1^2} \cdot 100\% = \left(1 - 2 \cdot \frac{\upsilon_2^{'2}}{\upsilon_1^2}\right) \cdot 100\% = 50\%$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ένα μικρό βλήμα, μάζας $m_1 = 50\,\text{g}$, το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $\upsilon_1 = 84\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, συγκρούεται με ένα μικρό κιβώτιο, μάζας $m_2 = 200\,\text{g}$, το οποίο είναι αρχικά ακίνητο στην άκρη της ταράτσας ενός ψηλού κτιρίου, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το βλήμα διαπερνά το κιβώτιο, με μια κρούση ασήμαντης διάρκειας, βγαίνει από αυτό με οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1{}'$, ενώ το κιβώτιο έχει αποκτήσει και αυτό οριζόντια ταχύτητα $\vec{\upsilon}_2{}'$. Τα δύο σώματα έχουν ασήμαντες διαστάσεις σε σχέση με το χώρο στον οποίο κινούνται, ώστε να μπορούν να θεωρηθούν σημειακά αντικείμενα. Το σημείο της κρούσης είναι σε ύψος $h = 20\,\text{m}$ από το οριζόντιο έδαφος στη βάση του κτιρίου και οι αντιστάσεις του αέρα μπορούν να αγνοηθούν στις κινήσεις των δύο σωμάτων. Τα δύο σώματα εκτελούν οριζόντιες βολές και κτυπούν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν μεταξύ τους $d = 8\,\text{m}$, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Να υπολογίσετε:

4.1.Τη χρονική διάρκεια της οριζόντιας βολής κάθε σώματος, από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι να κτυπήσει στο έδαφος.

Μονάδες 6

4.2.Τα μέτρα των ταχυτήτων $\upsilon_1{}', \upsilon_2{}'$ των δύο σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.3.Το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης.

Μονάδες 6

4.4.Τις οριζόντιες αποστάσεις s_1, s_2 στις οποίες έφτασαν τα δύο σώματα πάνω στο έδαφος.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Μελετάμε την οριζόντια βολή της κάθε σώματος, αναλύοντάς την σε δύο συνιστώσες (υποθετικές) κινήσεις:

4.1.Μια ελεύθερη πτώση, εξαιτίας της βαρύτητας, κατά την οποία κάθε σώμα πέφτει κατακόρυφα κατά h από το σημείο της κρούσης μέχρι το έδαφος. Έτσι μπορούμε να υπολογίσουμε τη χρονική διάρκεια της βολής τόσο του κιβωτίου, όσο και του βλήματος:

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t_{βολ})^2 \ , \quad \text{άρα } \Delta t_{βολ} = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 2 \text{ s}$$

Μονάδες 6

4.2. Μια ευθύγραμμη και ομαλή κίνηση κάθε σώματος, εξαιτίας της οριζόντιας ταχύτητας που απέκτησε μετά την κρούση:

Για το βλήμα $s_1 = {\upsilon_1}' \cdot \Delta t_{βολ}$

Για το κιβώτιο $s_2 = {\upsilon_2}' \cdot \Delta t_{βολ}$

Τα δύο σώματα έπεσαν στο έδαφος σε σημεία που απέχουν $d = 8$ m μεταξύ τους και προκύπτει:

$$d = s_1 - s_2 = {\upsilon_1}' \cdot \Delta t_{βολ} - {\upsilon_2}' \cdot \Delta t_{βολ} = ({\upsilon_1}' - {\upsilon_2}') \cdot \Delta t_{βολ}$$

Οπότε προκύπτει $${\upsilon_1}' - {\upsilon_2}' = \frac{d}{\Delta t_{βολ}} = 4 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad (1)$$

Κατά την κρούση των δύο σωμάτων και το πέρασμα του βλήματος μέσα από το κιβώτιο, ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής για το σύστημά τους:

$\vec{p}_{συστ}^{πριν} = \vec{p}_{συστ}^{μετα}$, ή $m_1 \cdot \upsilon_1 = m_1 \cdot {\upsilon_1}' + m_2 \cdot {\upsilon_2}'$, και ισχύει από τα δεδομένα η σχέση $m_2 = 4 \cdot m_1$

Οπότε προκύπτει: $\upsilon_1 = {\upsilon_1}' + 4 \cdot {\upsilon_2}'$, δηλαδή ισχύει ${\upsilon_1}' + 4 \cdot {\upsilon_2}' = 84 \ \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad (2)$

Αφαιρούμε κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2):

$${\upsilon_1}' + 4 \cdot {\upsilon_2}' - {\upsilon_1}' + {\upsilon_2}' = 80 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Και τελικά $${\upsilon_2}' = 16 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \qquad {\upsilon_1}' = 20 \ \frac{m}{\text{s}}$$

Μονάδες 7

4.3.Για το μέτρο της μεταβολής της ορμής κάθε σώματος εξαιτίας της κρούσης ισχύει:

$$|\Delta p_1| = |m_1 \cdot {\upsilon_1}' - m_1 \cdot \upsilon_1| = m_1 \cdot (\upsilon_1 - {\upsilon_1}') = 0{,}05\text{kg} \cdot (84 - 20) \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}2\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$|\Delta p_2| = |m_1 \cdot {\upsilon_2}' - 0| = m_2 \cdot {\upsilon_2}' = 0{,}2\text{kg} \cdot 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}2\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μονάδες 6

4.4.Για τις οριζόντιες αποστάσεις στις οποίες φτάνουν τα δύο σώματα, ισχύουν:

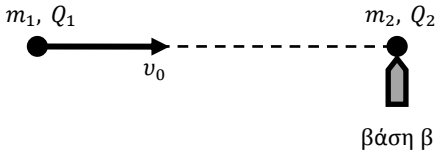
$$s_1 = {\upsilon_1}' \cdot \Delta t_{βολ} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s} = 40\text{m}$$

$$s_2 = {\upsilon_2}' \cdot \Delta t_{βολ} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{s} = 32\text{m}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Ηλεκτρικά φορτισμένο σωματίδιο (Σ_1), μάζας $m_1 = 16 \cdot 10^{-8}\ \text{kg}$ με ηλεκτρικό φορτίο $Q_1 = 7 \cdot 10^{-8}\ \text{C}$, βάλλεται εναντίον άλλου φορτισμένου σωματιδίου (Σ_2), ίσης μάζας $(m_1 = m_2 = m)$ και διπλάσιου φορτίου $(Q_2 = 2Q_1)$, με αρχική ταχύτητα μέτρου $\upsilon_0 = 100\ \text{m/s}$, όπως στο διπλανό σχήμα.



Το σωματίδιο (Σ_2) είναι στερεωμένο πάνω σε μονωτική βάση β και η αρχική απόσταση των δύο σωματιδίων είναι αρκετά μεγάλη, ώστε να θεωρούμε ότι δεν αλληλεπιδρούν ηλεκτρικά μεταξύ τους όταν εκτοξεύεται το σωματίδιο (Σ_1) προς το σωματίδιο (Σ_2). Τη στιγμή που η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) έχει γίνει η μισή της αρχικής, λόγω της ηλεκτρικής άπωσης η βάση β παύει να συγκρατεί το σωματίδιο (Σ_2) και αυτό μπορεί να κινείται ελεύθερο, χωρίς τριβές, ξεκινώντας από την ηρεμία.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την απόσταση r_1 μεταξύ των δύο σωματιδίων τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_2) ξεκόλλησε από τη βάση β και άρχισε να κινείται.

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας των δύο σωματιδίων τη στιγμή που βρίσκονται στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

4.3. Την ελάχιστη απόσταση r_2, στην οποία θα πλησιάσουν τα δύο σωματίδια.

Μονάδες 7

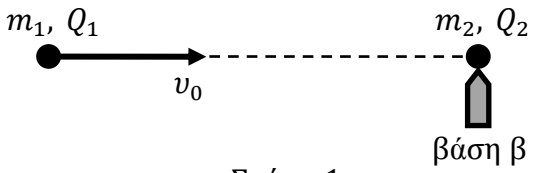
4.4. Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος των δύο σωματιδίων από τη στιγμή που το σωματίδιο (Σ_1) βάλλεται εναντίον του σωματιδίου (Σ_2), μέχρι τη στιγμή που πλησίασαν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση.

Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. Οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις, η αντίσταση του αέρα και οι τριβές είναι αμελητέες.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων έχουμε



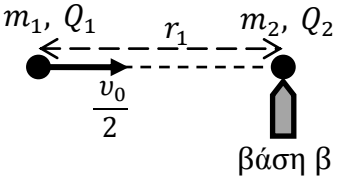
Σχήμα 1

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2 + k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r_1} \xrightarrow{m_1=m,\ Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{3}{8}m\upsilon_0^2 = k_c\frac{2Q_1^2}{r_1} \Rightarrow r_1 = \frac{16k_cQ_1^2}{3m\upsilon_0^2}$$



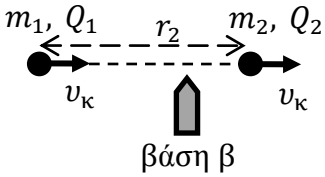
Σχήμα 2

και τελικά

$$\boldsymbol{r_1 = 147\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 6

4.2. Μετά τη χρονική στιγμή που απελευθερώνεται το σωματίδιο (Σ_2), το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο και τα δύο σωματίδια θα βρεθούν στην ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση τη στιγμή κατά την οποία οι ταχύτητές τους θα εξισωθούν $(\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_\kappa)$. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:



Σχήμα 3

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$m_1\frac{\upsilon_0}{2} = m_1\upsilon_\kappa + m_2\upsilon_\kappa \xrightarrow{m_1=m_2=m} m\frac{\upsilon_0}{2} = 2m\upsilon_\kappa \Rightarrow \upsilon_\kappa = \frac{\upsilon_0}{4}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_\kappa = 25\ \mathrm{m/s}}$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.2.) έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_\kappa^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_\kappa^2 + k_c\frac{Q_1\,Q_2}{r_2} \xrightarrow{m_1=\,m_2=m,\ \upsilon_\kappa=\frac{\upsilon_0}{4},\ Q_2=2Q_1}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{4}\right)^2 + k_c\frac{2Q_1^2}{r_2} \Rightarrow r_2 = \frac{32k_cQ_1^2}{7m\upsilon_0^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{r_2 = 126\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 7

4.4. Η μεταβολή της ορμής του συστήματος $\left(\Delta\vec{P}_{συστ.}\right)$ των δύο σωματιδίων δίδεται από τη σχέση:

$$\Delta\vec{P}_{συστ.} = \vec{P}_{συστ.,τελ} - \vec{P}_{συστ.,αρχ}$$

και για το μέτρο της μεταβολής της ορμής του συστήματος (θεωρώντας θετική τη φορά προς τα δεξιά στα σχήματα 1 και 3) έχουμε:

$$\left|\Delta\vec{P}_{συστ.}\right| = \left|\vec{P}_{συστ.,τελ} - \vec{P}_{συστ.,αρχ}\right| \Rightarrow$$

$$\left|\Delta\vec{P}_{συστ.}\right| = |2m\upsilon_{\kappa} - m\upsilon_0|$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\left|\Delta\vec{P}_{συστ.}\right| = 8 \cdot 10^{-6}\ \text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Δύο μικρά μεταλλικά σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) με μάζες $m_1 = 2\,\text{g}$ και $m_2 = 4\,\text{g}$ αντίστοιχα, συγκρατούνται αρχικά ακίνητα πάνω σε λείο οριζόντιο μονωτικό δάπεδο, σε θέσεις τέτοιες, ώστε τα κέντρα τους να απέχουν μεταξύ τους $r = 3\,\text{cm}$. Τα δύο σφαιρίδια (Σ_1) και (Σ_2) είναι ηλεκτρικά φορτισμένα με φορτία $Q_1 = 4\ \mu\text{C}$ και $Q_2 = 9\ \mu\text{C}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0\,\text{s}$ τα δύο σφαιρίδια αφήνονται ταυτόχρονα ελεύθερα και αρχίζουν να κινούνται εξαιτίας των ηλεκτρικών δυνάμεων με τις οποίες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.

Να υπολογίσετε:

4.1. Την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων τη στιγμή που απέχουν μεταξύ τους απόσταση $r = 3\,\text{cm}$.

Μονάδες 6

4.2. Τα μέτρα των ταχυτήτων των δύο σφαιριδίων τη χρονική στιγμή t_1, κατά την οποία η μεταξύ τους απόσταση έχει διπλασιαστεί.

Μονάδες 7

4.3. Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου τη χρονική στιγμή t_1.

Μονάδες 6

4.4. Αν εκτοξεύαμε τα δύο σφαιρίδια από άπειρη απόσταση, το ένα προς το άλλο, πάνω στην ευθεία που ορίζουν τα κέντρα τους, ποια θα έπρεπε να είναι τα μέτρα των ταχυτήτων τους ώστε να φτάσουν σε ελάχιστη απόσταση $3\,\text{cm}$ με μηδενικές ταχύτητες;

Μονάδες 6

Να θεωρήσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις του αέρα. Δίνεται η ηλεκτρική σταθερά στο κενό (αέρα) $k_c = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιριδίων είναι

$$U = k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{U = 10,8\ \mathrm{J}}$$

Μονάδες 6

4.2. Έστω υ_1 και υ_2 οι ταχύτητες των σφαιριδίων χρονική στιγμή t_1. Τα σφαιρίδια έχουν ομόσημα φορτία, επομένως το ένα απωθεί το άλλο και έτσι αποκτούν ταχύτητες αντίθετης φοράς.

Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = m_1\upsilon_1 - m_2\upsilon_2 \xrightarrow{m_2=2m_1} \upsilon_1 = 2\upsilon_2 \quad (1)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 + k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r} = \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 + k_c \frac{Q_1\, Q_2}{2r} \quad (2)$$

Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (1) και (2) έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{\upsilon_1 = 60\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \text{ και } \boldsymbol{\upsilon_2 = 30\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Μονάδες 7

4.3. Από τη σχέση (1) έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow 0 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \Rightarrow \vec{P}_1 = -\vec{P}_2, \text{ για κάθε χρονική στιγμή}$$

Επομένως για τα μέτρα του ρυθμού μεταβολής της ορμής κάθε σφαιριδίου ισχύει

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}_1}{\Delta t}\right|_{t_1} = \left|\frac{\Delta\vec{P}_2}{\Delta t}\right|_{t_1} = \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1}$$

Από το 2^{ο} νόμο του Νεύτωνα έχουμε

$$\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = \Sigma F \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = F_{\eta\lambda\varepsilon\kappa} \Rightarrow \left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = k_c \frac{Q_1 Q_2}{(2r)^2}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\left|\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\right|_{t_1} = 90\ \mathrm{N}}$$

Μονάδες 6

4.4. Έστω V_1 και V_2 οι ταχύτητες με τις οποίες εκτοξεύτηκαν τα σφαιρίδια. Το σύστημα των δύο σφαιριδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 V_1 - m_2 V_2 = 0 \xrightarrow{m_2=2m_1} V_1 = 2V_2 \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σφαιριδίων, μεταξύ της αρχικής κατάστασης όταν αυτά βρίσκονταν σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους και της τελικής κατάστασης όταν αυτά έχουν μηδενική ταχύτητα και βρίσκονται σε απόσταση $r = 3\ \mathrm{cm}$, έχουμε

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = 0 + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = k_c \frac{Q_1\, Q_2}{r} \quad (4)$$

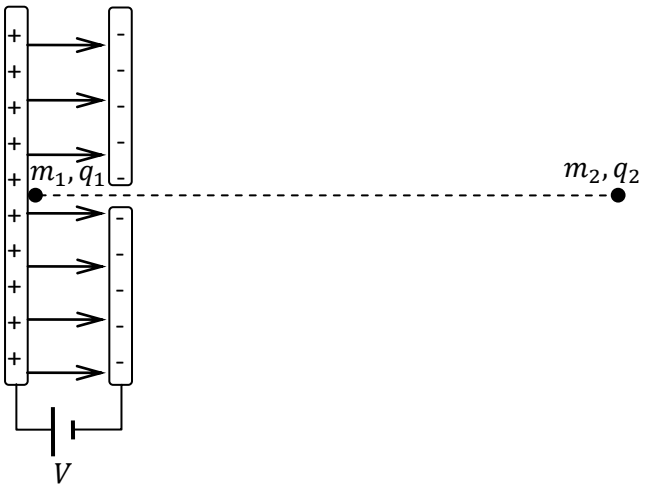
Επιλύοντας το σύστημα των εξισώσεων (3) και (4) έχουμε τελικά

$$\boldsymbol{V_1 = 60\sqrt{2}\ \frac{m}{s}} \text{ και } \boldsymbol{V_2 = 30\sqrt{2}\ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 4

Σωματίδιο (Σ_1), με μάζα $m_1 = 4 \cdot 10^{-13}\,\text{kg}$ και θετικό φορτίο $q_1 = 10^{-8}\,\text{C}$, αφήνεται χωρίς αρχική ταχύτητα πολύ κοντά στο θετικό οπλισμό φορτισμένου πυκνωτή και στο εσωτερικό του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου που έχει δημιουργηθεί μεταξύ των οπλισμών του.



Η τάση φόρτισης του πυκνωτή είναι $V = 2.000\,\text{V}$ και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του $d = 8\,\text{cm}$. Η κίνηση του σωματιδίου (Σ_1) είναι ευθύγραμμη, παράλληλη με τις δυναμικές γραμμές του ομογενούς πεδίου του πυκνωτή και ακριβώς πάνω στην ευθεία της τροχιάς αυτής, υπάρχει μια τρύπα στον αρνητικό οπλισμό του πυκνωτή. Από το άνοιγμα αυτό, το σωματίδιο εξέρχεται από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή με την ταχύτητα $\vec{v}_0$ που απέκτησε στο τέλος της κίνησής του μέσα σε αυτό το πεδίο. Στην ευθεία της κίνησης του σωματιδίου (Σ_1) και σε μεγάλη απόσταση από το σημείο εξόδου του από τον πυκνωτή, υπάρχει άλλο σωματίδιο (Σ_2) της ίδια μάζας $(m_1 = m_2)$ αλλά διπλάσιου θετικού φορτίου $(q_2 = 2q_1)$ από το (Σ_1). Το σωματίδιο (Σ_2) είναι αρχικά ακίνητο, αλλά είναι ελεύθερο να κινηθεί.

4.1. Να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σωματιδίου (Σ_1) κατά την κίνησή του στο ομογενές πεδίο του πυκνωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε το χρόνο κίνησης του σωματιδίου (Σ_1) στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και το μέτρο v_0 της ταχύτητάς του καθώς εξέρχεται μέσω της τρύπας του αρνητικού οπλισμού από το πεδίο αυτό.

Μονάδες 6

4.3. Να εξηγήσετε, καθώς το σωματίδιο (Σ_1) κινείται προς το σωματίδιο (Σ_2), ποια είναι η συνθήκη ώστε να μειώνεται η μεταξύ τους απόσταση, και να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου (Σ_1), όταν βρεθεί στην ελάχιστη απόσταση από το (Σ_2).

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των δύο σωματιδίων.

Μονάδες 7

Να θεωρήσετε το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή ομογενές και σημαντικό μόνο μεταξύ των οπλισμών του, δηλαδή να θεωρήσετε ασήμαντη τη δράση του στο σωματίδιο (Σ_1), μετά την έξοδό του από αυτό.

Να θεωρήσετε επίσης ότι οι βαρυτικές δυνάμεις μπορούν να αγνοηθούν και ότι οι πάσης φύσης αντιστάσεις στην κίνηση των σωματιδίων είναι ασήμαντες.

Δίνεται η σταθερά $k_c = 9 \cdot 10^9\,\text{N} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σωματίδιο (Σ_1) δέχεται δύναμη $\vec{F}$ για την οποία ισχύει:

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow m_1\vec{a} = q\vec{E} \quad (1)$$

Για το μέτρο της έντασης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου και της διαφοράς δυναμικού (που είναι ίση με τη τάση φόρτισης) μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή ισχύει η σχέση

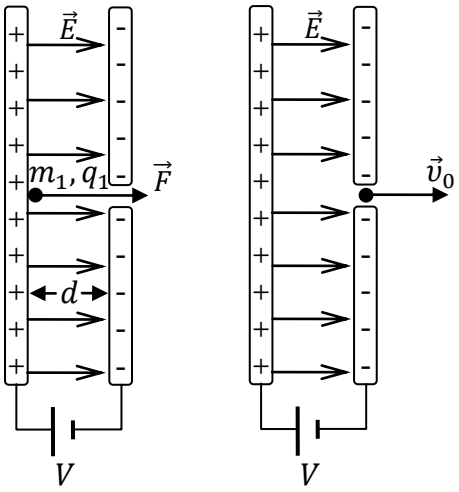
$$E = \frac{V}{d} \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) για το μέτρο της επιτάχυνσης έχουμε

$$\alpha = \frac{qV}{m_1 d}$$

και τελικά

$$\boldsymbol{\alpha = 6,25 \cdot 10^8 \ \frac{m}{s^2}} \quad (3)$$



Μονάδες 6

4.2. Το σωματίδιο (Σ_1) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα. Έχουμε:

$$d = \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2d}{\alpha}} \overset{(3)}{\Rightarrow} \boldsymbol{\Delta t = 16 \cdot 10^{-6}\ s} \quad (4)$$

$$\text{και } v_0 = \alpha\Delta t \overset{(3),(4)}{\Longrightarrow} \boldsymbol{v_0 = 10^4 \ \frac{m}{s}}$$

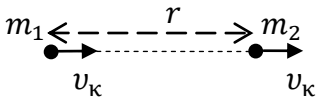
Μονάδες 6

4.3. Αρχικά το σωματίδιο (Σ_2) ήταν ακίνητο. Το σωματίδιο (Σ_1) πλησιάζει το σωματίδιο (Σ_2) έχοντας αρχική ταχύτητα v_0. Τα δύο σωματίδια έχουν ομώνυμα φορτία και το ένα απωθεί το άλλο με αποτέλεσμα το σωματίδιο (Σ_1) να επιβραδύνεται και το σωματίδιο (Σ_2) να επιταχύνεται. Για όσο χρονικό διάστημα η ταχύτητα του σωματιδίου (Σ_1) είναι μεγαλύτερη αυτής του σωματιδίου (Σ_2) $(v_1 > v_2)$, το (Σ_1) θα πλησιάζει το (Σ_2). Κάποια στιγμή οι ταχύτητες των δύο σωματιδίων θα γίνουν ίσες $(v_1 = v_2 = v_\kappa)$. Τη στιγμή αυτή τα σωματίδια θα έχουν την ελάχιστη μεταξύ τους απόσταση. Στη συνέχεια το σωματίδιο (Σ_2) θα εξακολουθεί να επιταχύνεται απομακρυνόμενο από το σωματίδιο (Σ_1) το οποίο θα επιβραδύνεται $(v_1 < v_2)$.

Το σύστημα των δύο σωματιδίων είναι μονωμένο. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε:

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$m_1 v_0 = m_1 v_\kappa + m_2 v_\kappa \overset{m_1=m_2=m}{\Longrightarrow} v_\kappa = \frac{v_0}{2}$$



και τελικά

$$\boldsymbol{v_\kappa = 5 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για το σύστημα των δύο σωματιδίων τη στιγμή που η μεταξύ τους απόσταση έχει γίνει ελάχιστη και επομένως έχουν αποκτήσει κοινή ταχύτητα (ερώτημα 4.3.) έχουμε:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow K_{\alpha\rho\chi} + 0 = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m_1\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_к^2 + \frac{1}{2}m_2\upsilon_к^2 + k_c\frac{q_1\,q_2}{r} \xrightarrow{m_1 = m_2 = m,\ \upsilon_к = \frac{\upsilon_0}{2},\ q_2 = 2q_1}$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 = 2\frac{1}{2}m\left(\frac{\upsilon_0}{2}\right)^2 + k_c\frac{2q_1^2}{r} \Rightarrow r = \frac{8k_cq_1^2}{m\upsilon_0^2}$$

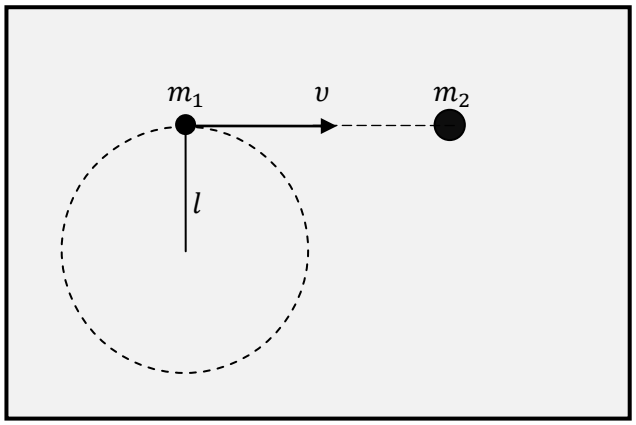
και τελικά

$$\boldsymbol{r = 18 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Ένα σώμα, μάζας $m_1 = 0{,}2\ \text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο νήματος του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο, εκτελεί κυκλική κίνηση πάνω σε λείο οριζόντιο τραπέζι (κάτοψη του οποίου βλέπετε στο διπλανό σχήμα).



Το μήκος του νήματος είναι $l = 0{,}5\ \text{m}$ και η γραμμική ταχύτητα του σώματος έχει σταθερό μέτρο $v = 10\ \text{m/s}$.

4.1. Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα ω, η περίοδος T και η κεντρομόλος επιτάχυνση α_{κ} του σώματος.

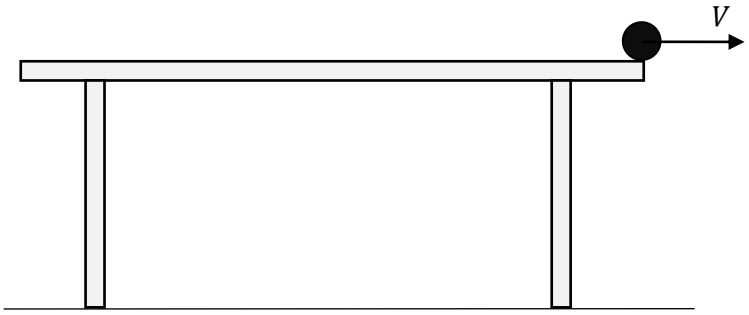
Μονάδες 6

Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται και το σώμα κινείται ευθύγραμμα. Στην πορεία του συναντάει δεύτερο σώμα από πλαστελίνη μάζας $m_2 = 0{,}8\ \text{kg}$ και συγκρούεται με αυτό πλαστικά.

4.2. Να υπολογιστεί το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα.

Μονάδες 6

Το συσσωμάτωμα, φθάνει στην άκρη του τραπεζιού και εκτελεί οριζόντια βολή.



Η μέγιστη οριζόντια μετατόπιση του συσσωματώματος από το σημείο από το οποίο βάλλεται είναι $s = 0{,}8\ \text{m}$.

4.3. Να βρεθεί το ύψος του τραπεζιού.

Μονάδες 6

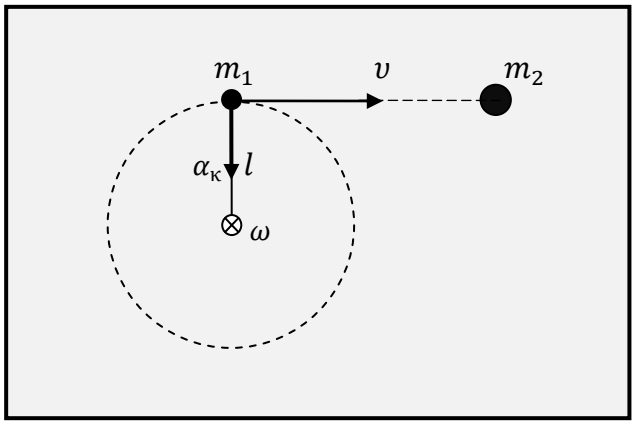
4.4. Να βρεθεί η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η ταχύτητα του συσσωματώματος είναι $v_{\sigma} = \sqrt{2} \cdot V$, όπου V η ταχύτητα με την οποία εγκαταλείπει το τραπέζι το συσσωμάτωμα.

Μονάδες 7

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\ \text{m/s}^2$. Αγνοήστε τριβές και την αντίσταση του αέρα.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Το σώμα m_1 εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Για τα μέτρα της γωνιακής ταχύτητας ω, της περιόδου T και της κεντρομόλου επιτάχυνσης α_{κ} του σώματος έχουμε



$$\omega = \frac{\upsilon}{l} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 20\ rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boldsymbol{T = \frac{\pi}{10}\ s}$$

$$\alpha_{\kappa} = \frac{\upsilon^2}{l} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_{\kappa} = 200\ rad/s^2}$$

Οι φορές των διανυσμάτων της γωνιακής ταχύτητας ω και της κεντρομόλου επιτάχυνσης α_{κ} του σώματος φαίνονται στο σχήμα.

Μονάδες 6

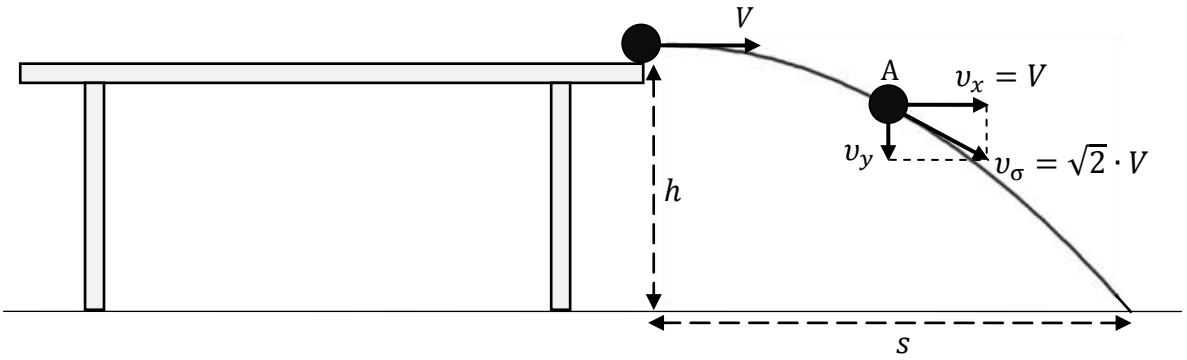
4.2.. Από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε

$$\vec{P}_{\alpha\rho\chi} = \vec{P}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon = (m_1 + m_2)V \Rightarrow \boldsymbol{V = 2\ m/s}$$

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας m_1 το οποίο έχει μεταφερθεί στο συσσωμάτωμα μετά τη κρούση είναι:

$$\Pi\% = \frac{K_{\sigma\upsilon\sigma.}}{K_1}100\% \Rightarrow \Pi\% = \frac{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon^2}100\% \Rightarrow \boldsymbol{\Pi\% = 20\%}$$

Μονάδες 6



4.3. Το συσσωμάτωμα εκτελεί οριζόντια βολή. Έστω ότι φθάνει στο έδαφος την χρονική στιγμή t. (Θεωρούμε ότι το συσσωμάτωμα εγκαταλείπει το τραπέζι τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ s).

Από τις εξισώσεις της οριζόντιας βολής και σύμφωνα με την αρχή ανεξαρτησίας των κινήσεων έχουμε:

$$s = V \cdot t \Rightarrow t = \frac{s}{V} \Rightarrow t = 0{,}4\ s$$

και

$$h = \frac{1}{2}\cdot g \cdot t^2 \Rightarrow \boldsymbol{h = 0{,}8\ m}$$

Μονάδες 6

4.4. Τη χρονική στιγμή t_1 το συσσωμάτωμα φτάνει στο σημείο Α και η ταχύτητα του δίδεται από τη σχέση:

$$\upsilon_{\sigma}^2 = \upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 \Rightarrow$$

$$\left(\sqrt{2}\cdot V\right)^2 = V^2 + (g\cdot t_1)^2 \Rightarrow V^2 = (g\cdot t_1)^2 \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{V}{g} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = 0,2\ s}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

Σφαίρα με φορτίο $\mathrm{Q} = 8\,\mu\mathrm{C}$ βρίσκεται ακίνητη στο έδαφος και σε ύψος $\mathrm{h} = 90\mathrm{cm}$ πάνω από αυτή και στην ίδια κατακόρυφο, φέρεται άλλη σφαίρα μάζας $\mathrm{m} = 4\,\mathrm{g}$ και φορτίου $\mathrm{q} = 10^{-7}\mathrm{C}$. Να υπολογίσετε:

4.1. την ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών.

Μονάδες 3

Κάποια στιγμή η σφαίρα μάζας m αφήνεται να κινηθεί. Να βρείτε:

4.2. το έργο της δύναμης του ηλεκτροστατικού πεδίου κατά την μετακίνηση της σφαίρας από την αρχική θέση μέχρι σημείο Α, που απέχει από το έδαφος ύψος $\frac{2\mathrm{h}}{3}$.

Μονάδες 6

4.3. την ταχύτητα που έχει όταν διέρχεται από το σημείο Α.

Μονάδες 6

4.4. Το ελάχιστο ύψος από το έδαφος καθώς πλησιάζει το φορτίο Q.

Μονάδες 7

Δίνονται: $\mathrm{g} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $\mathrm{K} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{C}^2}$.

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια του συστήματος των δύο σφαιρών στο ύψος h είναι:

$$U = K \cdot \frac{Q \cdot q}{h} \leftrightarrow$$

$$U = 9 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} C \cdot 10^{-7} C}{9 \cdot 10^{-1} m} \leftrightarrow$$

$$U = 8 \cdot 10^{-3} \ J.$$

Μονάδες 3

4.2. Το έργο της δύναμης του ηλεκτροστατικού πεδίου κατά την πτώση της δεύτερης σφαίρας μέχρι το σημείο Α είναι:

$$W_F = q \cdot \left(V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\varepsilon\lambda}\right) = q \cdot \left(K \cdot \frac{Q}{h} - K \cdot \frac{Q}{\frac{2h}{3}} \right) = -K \cdot \frac{Q \cdot q}{2h} \leftrightarrow$$

$$W_F = -9 \cdot 10^9 \ \frac{N \cdot m^2}{C^2} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-6} C \cdot 10^{-7} C}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-1} m} = -4 \cdot 10^{-3} \ J$$

Μονάδες 6

4.3. Εφαρμόζουμε το ΘΜΚΕ για την πτώση της δεύτερης σφαίρας μεταξύ της αρχικής θέσης της (ύψος h από το έδαφος) και του σημείου Α (ύψος $\frac{2h}{3}$ από το έδαφος):

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 - 0 = W_W + W_F \leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = m \cdot g \cdot \left(h - \frac{2h}{3}\right) + W_F \leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \frac{m \cdot g \cdot h}{3} + W_F \leftrightarrow$$

$$u^2 = \frac{2 \cdot g \cdot h}{3} + \frac{2 \cdot W_F}{m} \leftrightarrow$$

$$u = 2 \ m/s$$

Μονάδες 6

4.4. Έστω d το ελάχιστο ύψος από το έδαφος, που θα πλησιάσει η δεύτερη σφαίρα το φορτίο Q. Θα εφαρμόσουμε ΘΜΚΕ για την πτώση της σφαίρας από το ύψος h έως τη θέση

αυτή. Αφού η κάθοδος της σφαίρας σταματά στο σημείο αυτό, η ταχύτητά της εκεί θα είναι μηδενική:

$$\Delta K = \Sigma W \leftrightarrow 0 = W_W + W_F \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + q \cdot (V_{\alpha\rho\chi} - V_{\tau\epsilon\lambda}) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + q \cdot \left(K \cdot \frac{Q}{h} - K \cdot \frac{Q}{d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) + K \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{1}{h} - \frac{1}{d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = m \cdot g \cdot (h - d) - K \cdot Q \cdot q \cdot \left(\frac{h - d}{h \cdot d} \right) \leftrightarrow$$

$$0 = (h - d) \cdot \left(m \cdot g - \frac{K \cdot Q \cdot q}{h \cdot d} \right)$$

Από την παραπάνω εξίσωση λαμβάνουμε ως λύσεις:

$d = h$, δηλαδή η αρχική θέση της σφαίρας και:

$d = \frac{K \cdot Q \cdot q}{m \cdot g \cdot h} = 20\text{cm}.$

Αποδεχόμαστε τη λύση $d = 20\text{cm}$ αφού πρέπει $d < h$.

Μονάδες 10

<u>ΣΗΜΕΙΩΣΗ:</u> Στο σημείο αυτό είναι ενδιαφέρον να αναστοχαστούμε τη λύση του ερωτήματος 4.4. Εφαρμόσαμε το Θ.Μ.Κ.Ε. αναζητώντας το κατώτατο σημείο της κίνησης, στο οποίο η ταχύτητα μηδενίζεται. Τα Μαθηματικά, όμως, που χαρακτηρίζονται από ορθολογισμό, μας έδωσαν όλες τις θέσεις όπου ισχύει αυτό, δηλαδή τόσο το σημείο τερματισμού όσο και την αφετηρία τη κίνησης. Αυτό είναι ένα σπουδαίο χαρακτηριστικό των Μαθηματικών, ότι δηλαδή πάντοτε μας δίνουν όλες τις λύσεις που ταιριάζουν με τους περιορισμούς που θέτουμε γράφοντας τις εξισώσεις και όχι μόνο εκείνες που αναζητούμε!

ΘΕΜΑ 4

Δύο φορτισμένες επίπεδες πλάκες (οπλισμοί) με αντίθετα φορτία δημιουργούν ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι οριζόντιες με φορά προς τα δεξιά. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών είναι $\mathrm{V} = 2400\mathrm{V}$ και η μεταξύ τους απόσταση $\mathrm{L} = 1{,}2\mathrm{m}$. Σε σημείο Α, που απέχει $\mathrm{x} = 20\mathrm{cm}$ από την θετικά φορτισμένη πλάκα αφήνεται σώμα με φορτίο $\mathrm{q} = +2\mathrm{C}$ και μάζα $\mathrm{m} = 20\mathrm{g}$. Αντιστάσεις και βαρυτικές δυνάμεις αμελούνται.

4.1. Να υπολογίσετε την ένταση του πεδίου και να μελετήσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το φορτίο.

Μονάδες 5

4.2. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του φορτίου σε ένα σημείο Γ, όταν θα έχει διανύσει απόσταση $(\mathrm{A\Gamma}) = 0{,}625\mathrm{m}$ μέσα στο πεδίο.

Μονάδες 7

4.3. Στο σημείο εκείνο τοποθετείται αφόρτιστο σώμα μάζας $\mathrm{M} = 480\mathrm{g}$, το οποίο συγκρούεται πλαστικά με το κινούμενο φορτίο. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος.

Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία φθάνει το συσσωμάτωμα στην απέναντι πλάκα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4

4.1. Η ένταση του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου είναι:

$$\Ε = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{L}} = \frac{2400\mathrm{V}}{1{,}2\mathrm{m}} = 2000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

Όσον αφορά το είδος της κίνησης, επειδή η μόνη δύναμη στο φορτίο είναι η σταθερή δύναμη από το ομογενές ηλεκτρικό πεδίο : $\mathrm{F} = \Ε \cdot \mathrm{q}$, θα είναι σταθερή και η επιτάχυνση και άρα η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη προς τον αρνητικό οπλισμό.

Μονάδες 5

4.2. Εφαρμόζουμε το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας από το σημείο Α στο Γ:

$$\Delta\mathrm{K} = \Sigma\mathrm{W} \Leftrightarrow \mathrm{K}_\Γ - \mathrm{K}_\mathrm{A} = \mathrm{W}_\mathrm{F} \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot \mathrm{m}\cdot \mathrm{u}_\Γ^2 - 0 = \mathrm{F}\cdot(\mathrm{A}\Γ) = \Ε\cdot \mathrm{q}\cdot(\mathrm{A}\Γ) \Leftrightarrow \mathrm{u}_\Γ^2 = \frac{2\cdot\Ε\cdot \mathrm{q}\cdot(\mathrm{A}\Γ)}{\mathrm{m}} \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{u}_\Γ = \sqrt{\frac{2\cdot 2000\ \frac{V}{m}\cdot 2\ \mathrm{C}\cdot 0{,}625\ \mathrm{m}}{0{,}02\ \mathrm{kg}}} = 500\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 7

4.3. Για την κρούση που ακολουθεί, με το σώμα μάζας Μ, ισχύει η Α.Δ.Ο. :

$$\vec{\mathrm{P}}_{\pi\rho\iota\nu} = \vec{\mathrm{P}}_{\mu\varepsilon\tau\alpha}$$

$$\mathrm{m}\cdot \mathrm{u} = (\mathrm{m}+\mathrm{M})\cdot \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{\mathrm{m}\cdot \mathrm{u}}{\mathrm{m}+\mathrm{M}} = \frac{0{,}02\ \mathrm{kg}\cdot 500\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{0{,}5\ \mathrm{kg}} \Leftrightarrow \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma} = 20\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 6

4.4. Εφαρμόζουμε και πάλι το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για το συσσωμάτωμα από το σημείο Γ, μετά την κρούση, μέχρι το σημείο Δ στον αρνητικό οπλισμό:

$$\Delta\mathrm{K} = \Sigma\mathrm{W} \Leftrightarrow \mathrm{K}_\Δ - \mathrm{K}_\Γ = \mathrm{W}_\mathrm{F} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cdot(\mathrm{m}+\mathrm{M})\cdot \mathrm{u}_\Δ^2 - \frac{1}{2}\cdot(\mathrm{m}+\mathrm{M})\cdot \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = \mathrm{F}\cdot[\mathrm{L}-\mathrm{x}-(\mathrm{A}\Γ)] \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{u}_\Δ^2 - \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}^2 = \frac{2\cdot\Ε\cdot \mathrm{q}}{\mathrm{m}+\mathrm{M}}\cdot[\mathrm{L}-\mathrm{x}-(\mathrm{A}\Γ)] \Leftrightarrow \mathrm{u}_\Δ^2 = \mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}^2 + \frac{2\cdot\Ε\cdot \mathrm{q}}{\mathrm{m}+\mathrm{M}}\cdot[\mathrm{L}-\mathrm{x}-(\mathrm{A}\Γ)] \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{u}_\Δ = \sqrt{\mathrm{V}_{\sigma\upsilon\sigma}^2 + \frac{2\cdot\Ε\cdot \mathrm{q}}{\mathrm{m}+\mathrm{M}}\cdot[\mathrm{L}-\mathrm{x}-(\mathrm{A}\Γ)]} = \sqrt{20^2\ \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + \frac{2\cdot 2000\ \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\cdot 2\ \mathrm{C}\cdot 0{,}375\ \mathrm{m}}{0{,}5\ \mathrm{kg}}} \Leftrightarrow$$

$$\mathrm{u}_\Δ = \sqrt{400\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2} + 6000\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = \sqrt{6400\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} \Leftrightarrow \mathrm{u}_\Δ = 80\ \mathrm{m/s}$$

Μονάδες 7