ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ (ΠΑΛΑΙΟ)

22/06/2020

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. → β,

Α2. → γ,

Α3. → α,

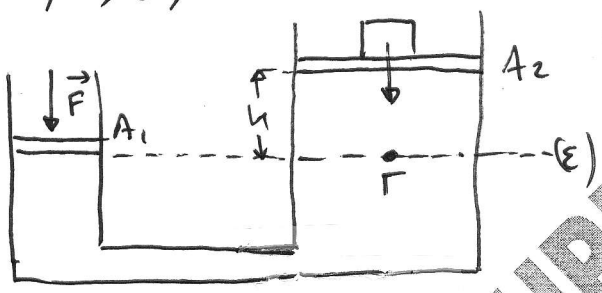
Α4. → α

Α5. α) → Σωστό, β) → Λάθος, γ) → Λάθος, δ) → Λάθος, ε) → Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1 α) → ii)

β)



• Η πίεση του υγρού κάτω από το έμβολο με εμβαδό A_1 είναι:

$$P_1 = P_F + P_{ατμ} \rightarrow P_1 = \frac{F}{A_1} + P_{ατμ} \quad (1)$$

• Η πίεση στο Γ είναι:

$$P_\Gamma = P_{ατμ} + P_w + P_{υδρ} \rightarrow$$

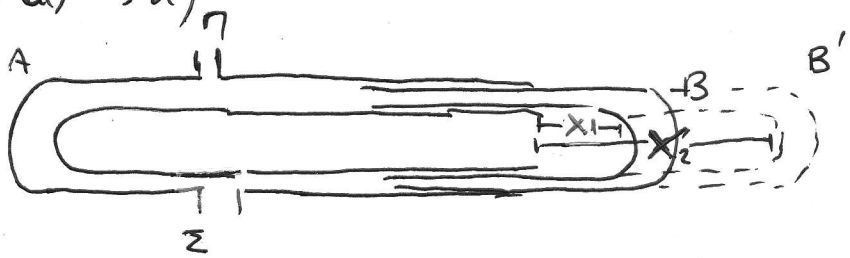
$$P_\Gamma = P_{ατμ} + \frac{w}{A_2} + \rho g h \quad (2)$$

Στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο οι πιέσεις είναι ίδιες άρα:

$$P_1 = P_\Gamma \xrightarrow[(2)]{(1)} \frac{F}{A_1} + \cancel{P_{ατμ}} = \cancel{P_{ατμ}} + \frac{w}{A_2} + \rho g h \rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{w}{A_2} + \rho g h \rightarrow$$

$$\boxed{\frac{F}{A_1} = \frac{w + \rho g h A_2}{A_2}}$$

B2. α) → ii)



Για $x = x_1$: $(\Pi B\Sigma) - (\Pi A\Sigma) = N \cdot \lambda$ (1)

Για $x = x_2$: $(\Pi B'\Sigma) - (\Pi A\Sigma) = (2N+1)\frac{\lambda}{2}$ (2)

Αφαιρώ κατά μέλη:

$$(\Pi B'\Sigma) - (\Pi A\Sigma) - [(\Pi B\Sigma) - (\Pi A\Sigma)] = (2N+1)\frac{\lambda}{2} - N\lambda \longrightarrow$$

$$(\Pi B'\Sigma) - \cancel{(\Pi A\Sigma)} - (\Pi B\Sigma) + \cancel{(\Pi A\Sigma)} = \cancel{2N \cdot \frac{\lambda}{2}} + \frac{\lambda}{2} - \cancel{N\lambda} \longrightarrow$$

$$\underbrace{(\Pi B'\Sigma) - (\Pi B\Sigma)}_{2(x_2 - x_1)} = \frac{\lambda}{2} \longrightarrow$$

$$2(x_2 - x_1) = \frac{\lambda}{2} \longrightarrow x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{4} \longrightarrow \cancel{x_1} + \lambda - \cancel{x_1} = \frac{\lambda}{4} \longrightarrow \boxed{\lambda = 16\,cm}$$

B3. α) → iii)

β) $m_1, \vec{u}_1$ ---- $m_2, \vec{u}_2 = 0$ $\quad K_1 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2$ (1), $u_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} u_1$ (2), $K_2' = \frac{1}{2} m_2 u_2'^2$ (3)

$$\Pi_1 = \frac{K_2'}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_2 u_2'^2}{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 u_1^2} \cdot 100\% = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2'}{u_1}\right)^2 \cdot 100\% \xrightarrow{(2)}$$

$$\Pi_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{\frac{2m_1}{m_1+m_2} \cancel{u_1}}{\cancel{u_1}}\right)^2 = \frac{m_2}{\cancel{m_1}} \frac{4m_1^{\cancel{2}}}{(m_1+m_2)^2} \longrightarrow \boxed{\Pi_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%} \quad (A)$$

$m_2, \vec{u}_2$ ---- $m_1, \vec{u}_1 = 0$ $\quad K_2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ (4), $u_1' = \frac{2m_2}{m_1+m_2} u_2$ (5), $K_1' = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2$ (6)

$$\Pi_2 = \frac{K_1'}{K_2} \cdot 100\% = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 u_1'^2}{\cancel{\frac{1}{2}} m_2 \cdot u_2^2} \cdot 100\% = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{u_1'}{u_1}\right)^2 \cdot 100\% \xrightarrow{(5)}$$

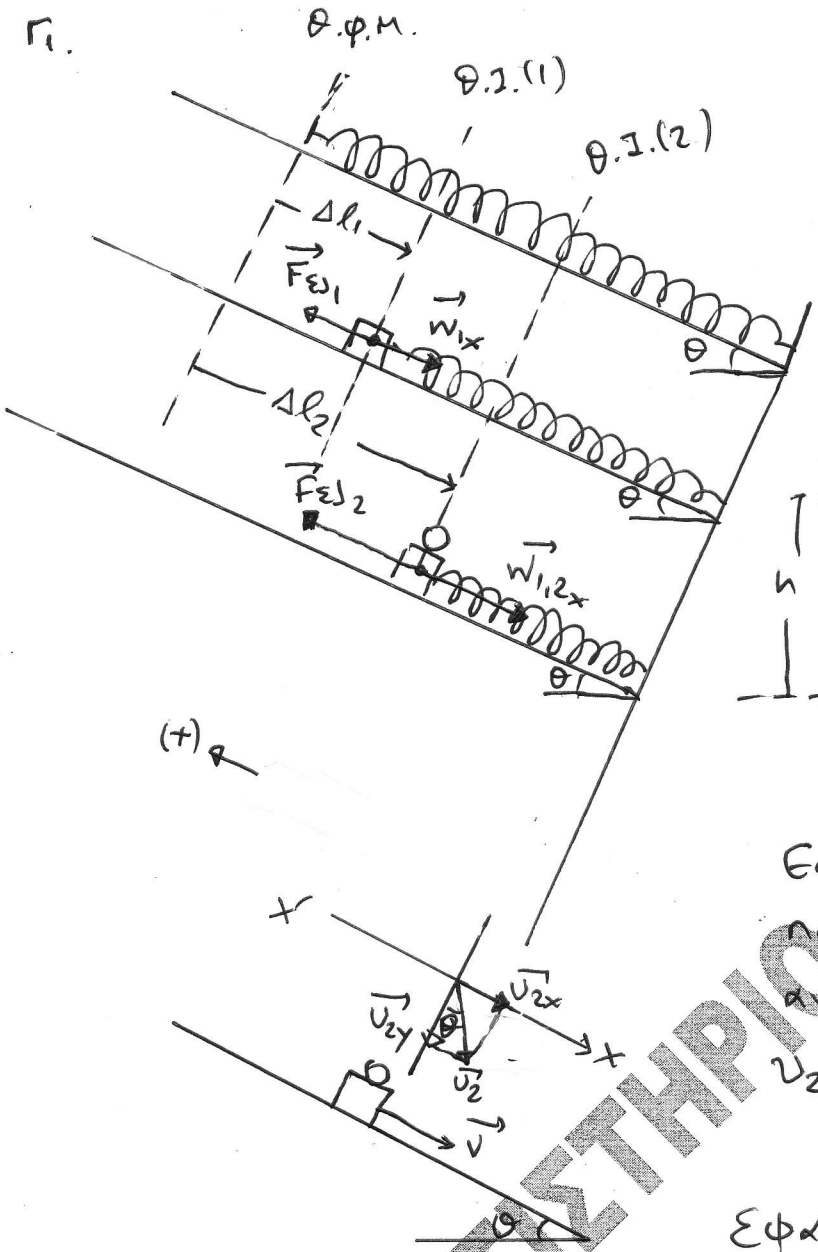
$$\Pi_2 = \frac{m_1}{m_2}\left(\frac{\frac{2m_2}{m_1+m_2} \cancel{u_2}}{\cancel{u_2}}\right)^2 \cdot 100\% \Rightarrow \Pi_2 = \frac{m_1}{\cancel{m_2}} \frac{4m_2^{\cancel{2}}}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\boxed{\Pi_2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2} \cdot 100\%} \quad (B)$$

Από (A), (B) ⇒ $\Pi_1 = \Pi_2$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Για την κίνηση του Σ2 μέχρι την κρούση του με το Σ1 ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε.

(η μόνη δύναμη που ενεργεί στο Σ2 είναι το βάρος του που είναι διατηρητική δύναμη)

$K_{ΤΘ} + \cancel{U_{ΤΘ}}^{0} = \cancel{K_{αρχ}}^{0} + U_{αρχ} \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m_2}U_2^2 = \cancel{m_2}gh$

$U_2 = \sqrt{2gh} \rightarrow U_2 = \sqrt{2\cdot 10\cdot 0{,}6}$

$\rightarrow \boxed{U_2 = 2\sqrt{3}\ \frac{m}{s}}$

Επειδή το σύστημα θα κινηθεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο αναλύουμε τη U2 σε συνιστώσες.

$U_{2x} = U_2 ημφ \rightarrow U_{2x} = \cancel{2}\sqrt{3}\cdot\frac{1}{\cancel{2}} \rightarrow$

$\boxed{U_{2x} = \sqrt{3}\ \frac{m}{s}}$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο γύρω στον άξονα x'x:

$\vec{P}_{ολ(ΣΥΣ)x} = \vec{P}_{ολ(αρχ)x} \Rightarrow P_{ΣΥΣ/ΤΟΣ} = P_{2x} \rightarrow (m_1+m_2)V = m_2U_{2x} \rightarrow$

$4V = 3\cdot\sqrt{3} \rightarrow \boxed{V = \frac{3\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{m}{s}}$.

Γ2. • Στη Θ.Σ.(1): $\Sigma F_x = 0 \rightarrow W_{1x} = F_{ελ1} \rightarrow m_1 g ημφ = k\Delta l_1 \rightarrow$

$\Delta l_1 = \frac{m_1 g ημφ}{k} \rightarrow \Delta l_1 = \frac{1\cdot 10\cdot\frac{1}{2}}{100} \rightarrow \boxed{\Delta l_1 = 0{,}05m}$

• Στη Θ.Σ.(2): $\Sigma F_x = 0 \rightarrow W_{1,2x} = F_{ελ2} \rightarrow (m_1+m_2)g ημφ = k\Delta l_2 \Rightarrow$

$\Delta l_2 = \frac{(m_1+m_2)g ημφ}{k} \rightarrow \Delta l_2 = \frac{4\cdot 10\cdot\frac{1}{2}}{100} \rightarrow \boxed{\Delta l_2 = 0{,}2m}$.

Α.Δ.Ε.Τ. $K+U=E_T \rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2+\frac{1}{2}Dx^2=\frac{1}{2}DA^2$

(στη θέση κρούσης)

$(m_1+m_2)V^2+k(\Delta l_2-\Delta l_1)^2=kA^2 \longrightarrow$

$\cancel{4}\cdot\frac{9\cdot 3}{\cancel{16}\,4}+100\cdot(0{,}2-0{,}05)^2=100A^2 \longrightarrow \frac{27}{4}+100\cdot 0{,}15^2=100A^2 \longrightarrow$

$6{,}75+2{,}25=100A^2 \longrightarrow 9=100A^2 \longrightarrow A=\sqrt{\frac{9}{100}} \longrightarrow \boxed{A=0{,}3m}$

Γ3. • $x=A\,\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ (1)

• $D=(m_1+m_2)\omega^2 \rightarrow \omega=\sqrt{\frac{D}{m_1+m_2}} \longrightarrow \omega=\sqrt{\frac{100}{4}} \longrightarrow \boxed{\omega=5\,\frac{rad}{s}}$

Για $t=0$ είναι $x=\Delta l_2-\Delta l_1 \rightarrow x=0{,}2-0{,}05 \rightarrow x=0{,}15m$

Έτσι: $(1)\xrightarrow[x=0{,}15m]{t=0} 0{,}15=0{,}3\,\eta\mu\varphi_0 \rightarrow \eta\mu\varphi_0=\frac{0{,}15}{0{,}3} \Rightarrow \eta\mu\varphi_0=\frac{1}{2} \rightarrow$

$\eta\mu\varphi_0=\eta\mu\frac{\pi}{6} \longrightarrow \varphi_0=2k\pi+\frac{\pi}{6}$ ή $\varphi_0=2k\pi+\frac{5\pi}{6}$.

Για $t=0$ όμως η $V<0$ άρα:

$v=\omega A\,\sigma\upsilon\nu(\omega t+\varphi_0)\xrightarrow{t=0} v=\omega A\,\sigma\upsilon\nu\varphi_0$ $\xrightarrow{\varphi_0=\frac{\pi}{6}}$ $v>0$ άτοπο.

$\xrightarrow{\varphi_0=\frac{5\pi}{6}}$ $v<0$ δεκτή

άρα $\varphi_0=\frac{5\pi}{6}$ rad.

Επ' η (1) $\longrightarrow x=0{,}3\,\eta\mu(5t+\frac{5\pi}{6})$ (S.I.)

Γ4. $K+U=E_T \xrightarrow{K=8U} 8U+U=E_T \rightarrow 9U=E_T \rightarrow U=\frac{1}{9}E_T \longrightarrow$

$\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}x^2=\frac{1}{9}\cancel{\frac{1}{2}}\cancel{D}A^2 \rightarrow x=\pm\frac{A}{3} \longrightarrow x=\pm\frac{0{,}3}{3} \longrightarrow \boxed{x=\pm 0{,}1m}$.

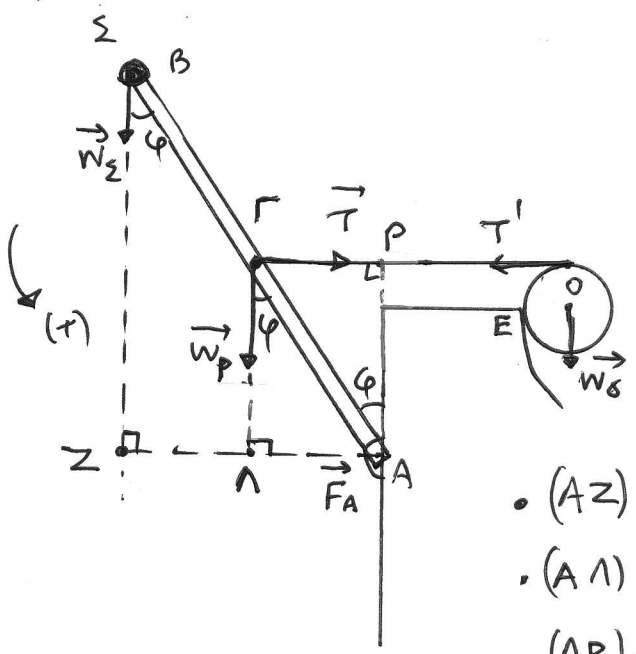
Για 2η φορά θα είναι με $x=-0{,}1m$. Τότε:

• $\Delta l=\Delta l_2+|x_1| \rightarrow \Delta l=0{,}2+0{,}1 \rightarrow \boxed{\Delta l=0{,}3m}$

Άρα: $\frac{|F_{\varepsilon\lambda}|}{|F_{\varepsilon\pi}|}=\frac{\cancel{k}\cdot\Delta l}{\cancel{k}\cdot|x|}=\frac{0{,}3}{0{,}1}=3$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. i)



Η ράβδος ισορροπεί άρα πρέπει $\Sigma F=0$ κ' $\Sigma\tau=0$.

• $\Sigma\tau_A=0 \Rightarrow \tau_{W_\Sigma}+\tau_{W_P}+\tau_T=0 \Rightarrow$

$W_\Sigma(AZ)+W_P\cdot(A\Lambda)-T\cdot(AP)=0 \rightarrow$

$mg\cdot(AZ)+Mg\cdot(A\Lambda)=T\cdot(AP)$ (1)

• $(AZ)=L\cdot\eta\mu\varphi=1\cdot0,6=0,6m$

• $(A\Lambda)=\frac{L}{2}\cdot\eta\mu\varphi=\frac{1}{2}\cdot0,6=0,3m$

• $(AP)=\frac{L}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi=\frac{1}{2}\cdot0,8=0,4m$

Άρα η (1) $\rightarrow 1\cdot10\cdot0,6+6\cdot10\cdot0,3=T\cdot0,4 \rightarrow 6+18=0,4T \rightarrow$

$24=0,4T \rightarrow T=\frac{24}{0,4} \rightarrow \boxed{T=60N}$.

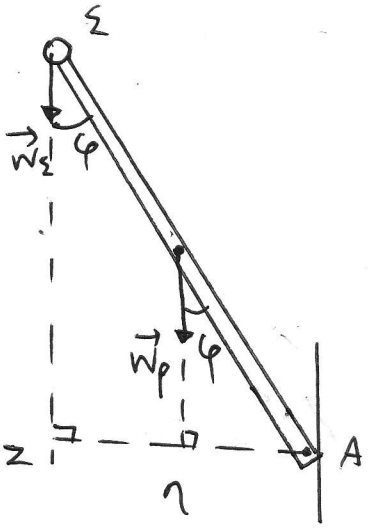
ii) • Το νήμα είναι αβαρές άρα: $T'=T \Rightarrow \boxed{T'=60N}$.

• Ο δίσκος ισορροπεί:

$\Sigma\tau_E=0 \rightarrow \tau_{T'}+\cancel{\tau_{W_\delta}}^{0}+\cancel{\tau_{F_E}}^{0}=0 \Rightarrow -T'\cdot r+W_\delta\cdot r=0 \rightarrow$

$W_\delta\cdot\cancel{r}=T'\cdot\cancel{r} \rightarrow M_2g=T' \rightarrow M_2=\frac{T'}{g} \rightarrow M_2=\frac{6\cancel{0}}{1\cancel{0}} \rightarrow \boxed{M_2=6kg}$.

Δ2.



$\Sigma\tau = I\cdot a_\gamma \rightarrow \tau_{W_\Sigma} + \tau_{W_\rho} = I_{ολ(A)}\cdot a_\gamma \cdot (2)$

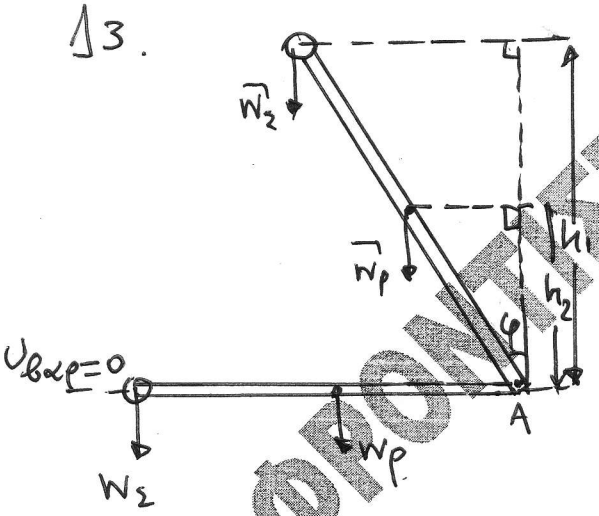
$I_{ολ(A)} = I_{\rho(A)} + I_{\Sigma(A)} = \frac{1}{3}M_1L^2 + mL^2 \Rightarrow I_{ολ(A)} = \frac{1}{3}\cdot 6\cdot 1 + 1\cdot 1 = 2+1 \Rightarrow I_{ολ(A)} = 3\,kgm^2$

Άρα $\quad m\,(2) \rightarrow$

$W_\Sigma\cdot(AZ) + W_\rho\cdot(AΛ) = I_{ολ(A)}\cdot a_\gamma \rightarrow mg(AZ) + M_1g\cdot(AΛ) = I_{ολ\,A}\cdot a_\gamma \rightarrow$

$1\cdot 10\cdot 0{,}6 + 6\cdot 10\cdot 0{,}3 = 3\cdot a_\gamma \Rightarrow 6+18 = 3a_\gamma \rightarrow 3a_\gamma = 24 \rightarrow \boxed{a_\gamma = 8\frac{rad}{s^2}}$

Δ3.



Γιατί κίνηση του συστήματος ράβδου-σφαιριδίου ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε. γιατί οι δυνάμεις που καθορίζουν την κίνηση είναι τα βάρη των δύο σωμάτων που είναι διατηρητικές δυνάμεις (η δύναμη της άρθρωσης δεν μετακινείται το σημείο εφαρμογής της άρα δεν παράγει έργο).

Α.Δ.Μ.Ε. $\quad K_{τελ} + \cancel{U_{τελ}}^{0} = \cancel{K_{αρχ}}^{0} + U_{αρχ} \longrightarrow K_{τελ} = U_1 + U_2 \longrightarrow$

$\frac{1}{2}I_{ολ(A)}\cdot\omega^2 = mgh_1 + M_1gh_2 \,(3)$

$h_1 = L\cdot συνφ = 1\cdot 0{,}8 = 0{,}8\,m, \quad h_2 = \frac{L}{2}\cdot συνφ = \frac{1}{2}\cdot 0{,}8 = 0{,}4\,m$

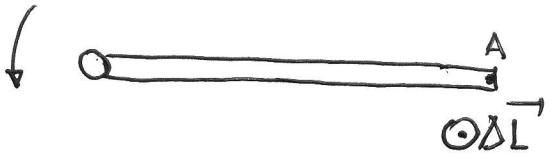
Άρα $\quad m\,(3) \rightarrow \frac{1}{2}\cdot 3\cdot\omega^2 = 1\cdot 10\cdot 0{,}8 + 6\cdot 10\cdot 0{,}4 \rightarrow \frac{3}{2}\omega^2 = 8+24 \rightarrow$

$\frac{3}{2}\omega^2 = 32 \rightarrow 3\omega^2 = 64 \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{64}{3}} \rightarrow \omega = \frac{8}{\sqrt{3}} \rightarrow \omega = \frac{8\sqrt{3}}{3}\,\frac{rad}{s}$.

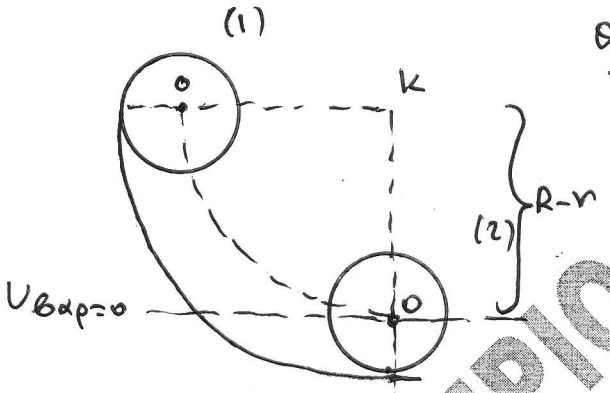
i) $\Delta\vec{L} = \vec{L}_{\tau\epsilon\lambda} - \cancel{\vec{L}_{\alpha\rho\chi}}^{\,0} \longrightarrow |\Delta L| = |L_{\tau\epsilon\lambda}| = I_{o\lambda_A} \cdot \omega \longrightarrow$

$|\Delta L| = \cancel{3} \cdot \frac{8\sqrt{3}}{\cancel{3}} \longrightarrow \boxed{|\Delta L| = 8\sqrt{3} \ kg\frac{m^2}{s}}$

ii) Με τον κανόνα του δεξιού χεριού, η φορά της $\vec{L}$ προκύπτει κάθετη στο επίπεδο περιστροφής (κάθετη στη σελίδα) με φορά προς τα μέσα μας δηλ.



Δ4.



Θ.Μ.Κ.Ε.

$K_2 - \cancel{K_1}^{\,0} = W_w \longrightarrow K_2 = U_1 - \cancel{U_2}^{\,0} \rightarrow$

$\frac{1}{2} I_\delta \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} M_2 U_{cm}^2 = M_2 g (R-r) \rightarrow$

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cancel{M_2} r^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cancel{M_2} \cdot U_{cm}^2 = \cancel{M_2} g (R-r)$

Λόγω κύλισης: $\omega r = U_{cm}$ $\Rightarrow$

$\frac{1}{4} U_{cm}^2 + \frac{1}{2} U_{cm}^2 = g(R-r) \rightarrow U_{cm}^2 + 2U_{cm}^2 = 4g(R-r) \longrightarrow$

$3U_{cm}^2 = 4g(R-r) \longrightarrow U_{cm} = \sqrt{\frac{4g(R-r)}{3}} \rightarrow U_{cm} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10 \cdot (2,8 - 0,1)}{3}} \Rightarrow$

$U_{cm} = \sqrt{\frac{40 \cdot 2,7}{3}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 27}{3}} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} \rightarrow \boxed{U_{cm} = 6\frac{m}{s}}$

Δ5. i) • Το μήκος του τεταρτοκυκλίου είναι

$$l = \frac{2\pi R}{4} \rightarrow l = \frac{2\pi \cdot 2,8}{4} \rightarrow \boxed{l = 1,4\pi \text{ m}}$$

• Το μήκος της περιφέρειας (της περιμέτρου) του δίσκου

Είναι: $\Gamma = 2\pi r \rightarrow \Gamma = 2\pi \cdot 0,1 \rightarrow \boxed{\Gamma = 0,2\pi \text{ m}}$

και αν N ο αριθμός των περιστροφών θα ισχύει:

$$N \cdot \Gamma = l \rightarrow N = \frac{l}{\Gamma} \rightarrow N = \frac{1,4\pi}{0,2\pi} \rightarrow N = 7 \text{ περιστροφές.}$$

ii) Ομοίως ισχύει:

$$N \cdot \Gamma = S \rightarrow N = \frac{S}{\Gamma} \rightarrow N = \frac{\cancel{\pi}}{0,2\cancel{\pi}} \Rightarrow$$

$$N = \frac{1}{0,2} \rightarrow N = 5 \text{ περιστροφές}$$