ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑΛ
18/6/2020

ΘΕΜΑ 1ο

A_1: σελ. 16 σχολικού.

A_2) α) Λ β) Σ γ) Λ

A_3) α) $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

β) $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $x>0$

γ) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

A_4) σελ. 28-29 Απόδειξη σχολικού.

ΘΕΜΑ Β

Β1)

x_i	ν_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0	20	40	20	40
1	15	30	35	70
2	10	20	45	90
3	5	10	50	100
Σύν	$\nu=50$	100		

$f_3\% = F_3\% - F_2\% = 90\% - 70\% = 20\%$

το 40% δεν διάβασε κανένα βιβλίο άρα $f_1\% = 40\%$

$f_3 = \frac{\nu_3}{\nu} \Rightarrow \frac{20}{100} = \frac{10}{\nu} \Leftrightarrow 20\nu = 1000 \Rightarrow \nu = \frac{1000}{20} \Rightarrow \nu = 50$

το $f_1 = \frac{\nu_1}{\nu} \Rightarrow \frac{40}{100} = \frac{\nu_1}{50} \Leftrightarrow \nu_1 = 20$

$f_4 = \frac{\nu_4}{\nu} \Leftrightarrow \frac{10}{100} = \frac{\nu_4}{50} \Rightarrow \nu_4 = 5$

Β2) Ποσοστό μαθητών που διάβασαν 3 βιβλία 10%

Β3) Τουλάχιστον 1 βιβλίο διάβασαν 15+10+5 = 30 μαθητές

Β4) Ποσοστό που διάβασαν το πολύ 2 βιβλία

$40\% + 30\% + 20\% = 90\%$

ΘΕΜΑ Γ

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-\lambda x^2+2$, $\lambda\in\mathbb{R}$ σταθερά

Γ1) Η C_f περνά από $A(-1,-2)$

άρα $-2=(-1)^3-\lambda(-1)^2+2$

$-2=-1-\lambda\cdot 1+2$

$-2=-1-\lambda+2$

$\lambda=2+2-1$

$\lambda=3$

Γ2) $\lambda=3$ άρα $f(x)=x^3-3x^2+2$

$f'(x)=3x^2-6x$

$f''(x)=6x-6$

Γ3) $f(x)=x^3-3x^2+2$, $x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=3x^2-6x$,

$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-6x=0$

$3x(x-2)=0$

$x=0$ ή $x-2=0$

$x=2$

	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	τ.μεγ. $f(0)$	$\searrow$	τ.ελ. $f(2)$	$\nearrow$	

η f ↑ για $x \in (-\infty, 0]$

η f ↓ για $x \in [0, 2]$

η f ↑ για $x \in [2, +\infty)$

παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 = 0$, $f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 2 = 2$

στο σημείο $B(0,2)$

παρουσιάζει τοπικό ελάχ. στο $x_0 = 2$, $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2$

$= 8 - 12 + 2$

$= -2$

στο σημείο $Γ(2,-2)$

Γ4) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f'(x)+3}{f''(x)} = \lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3x^2 - 6x + 3}{6x - 6} =$

$\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{3(x-1)^{\cancel{2}}}{6\cancel{(x-1)}} = \dfrac{3(1-1)}{6} = \dfrac{3 \cdot 0}{6} = 0$

$3x^2 - 6x + 3$

$\Delta = 0$

$x_{1,2} = \dfrac{6}{2 \cdot 3} = 1$

ΘΕΜΑ Δ

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$f(x) = (x^2+4x+5)^{20}$

Δ1) $f'(x) = 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (x^2+4x+5)'$

$= 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot (2x+4)$

$= 20(x^2+4x+5)^{19} \cdot 2(x+2)$

$= 40(x^2+4x+5)^{19}(x+2)$

Δ2) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(-2+h)-f(-2)}{h} = f'(-2) =$

$= 40\left[(-2)^2+4(-2)+5\right]^{19}(-2+2)$

$= 40(4-8+5)^{19} \cdot 0$

$= 40 \cdot 1^{19} \cdot 0 = 0$

Δ3) Η εξίσωση της εφαπτομένης που είναι παράλληλη στο $x'x$ πρέπει $\lambda = 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow$

το $40(x^2+4x+5)^{19}(x+2) = 0$

$x^2+4x+5 = 0$ ή $x+2 = 0$

$\Delta = 16-20 = -4$ $\qquad x = -2$

δεν έχει ρίζα

άρα στο $x_0 = -2$

Η εξίσωση της εφαπτομ. της C_f στο $x_0=-2$

$\varepsilon: y=\lambda x+\beta$

$f(-2)=0\cdot(-2)+\beta$

$1=0+\beta$

$\beta=1$

το $f(-2)=\left((-2)^2+4(-2)+5\right)^{20}$

$=(4-8+5)^{20}=$

$=1^{20}=1$

Άρα $y=\lambda x+\beta$

$y=0x+1$

$y=1$

Άρα η εξίσωση της εφαπτομ. είναι $\varepsilon: y=1$

Δ1) $A(x,1)$ της $y=1$, $x>0$

Απόσταση σημείων $\left.\begin{array}{l} A(x,1) \\ O(0,0) \end{array}\right\}$ $AO=\sqrt{(0-x)^2+(0-1)^2}$

$OA=\sqrt{x^2+1}$

$d(x)=\sqrt{x^2+1}$

τον ρυθμό μεταβολής $d'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+1}}(x^2+1)'$

$=\dfrac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

στο $x_0=1$ έχω $d'(1)=\dfrac{1}{\sqrt{1^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$