

**Β! ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ 22/3/2020****Ζήτημα 1<sup>ο</sup>**Έστω ο καμπύλη **C**:  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ 

α) Να δείξετε ότι C είναι κύκλος και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του

**Μονάδες 7**β) Να βρείτε την εφαπτόμενη του κύκλου **C** που διέρχεται από το σημείο του**A(2,  $\sqrt{3}$ )****Μονάδες 10**γ). Να δείξετε ότι η ευθεία  $\varepsilon: \chi - \psi + 1 = 0$  είναι τέμνουσα του κύκλου**Μονάδες 8****Ζήτημα 2<sup>ο</sup>**Θεωρούμε την παραβολή  $C: y^2 = 4x$  και την κατακόρυφη ευθεία  $\varepsilon: x = \frac{p}{2}$ , όπου  $p$ 

είναι η παράμετρος της παραβολής C.

α) Να βρείτε την εστία και τη διευθετούσα της παραβολής.

(Μονάδες 10)

β) Αν η ευθεία  $\varepsilon$  τέμνει την παραβολή C στα σημεία της B και Γ, τότε:i) να βρείτε τις συντεταγμένες των B και Γ, καθώς και τις εξισώσεις των εφαπτομένων  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  της παραβολής C στα σημεία της αυτά αντίστοιχα.

(Μονάδες 10)

ii) να αποδείξετε ότι το σημείο τομής των  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  ανήκει στη διευθετούσα της C.

(Μονάδες 5)

**Ζήτημα 3<sup>ο</sup>**Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy θεωρούμε τα σημεία  $K(2, -1)$  και  $A(-6, 5)$ .

α) Να αποδείξετε ότι ο κύκλος με κέντρο K που διέρχεται από το A, έχει εξίσωση

$$C: (x-2)^2 + (y+1)^2 = 100$$

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε την εξίσωση κύκλου που εφάπτεται εσωτερικά στον κύκλο C στο σημείο A

και έχει ακτίνα ίση με το μισό της ακτίνας του C.

(Μονάδες 13)

**Ζήτημα 4<sup>ο</sup>****A.** Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - 2\lambda x + 2\lambda y = 0$  όπου  $\lambda \in R$  (1)**α.** Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in R^*$ .**Μονάδες 7****β.** Να βρείτε το γεωμετρικό τόπο των κέντρων των κύκλων που προκύπτουν από την παραπάνω εξίσωση καθώς μεταβάλλεται ο αριθμός  $\lambda$ .**Μονάδες 8****γ.** Να βρείτε το  $\lambda \in R^*$  ώστε η ευθεία  $\varepsilon: x - \psi = 0$  είναι εφαπτόμενη του παραπάνω κύκλου.**Μονάδες 10**

## Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ – ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ &amp; ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ 22-3-2020

**Θέμα Α**

Α. Να υπολογισθούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων.

α)  $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + \ln x - 2\eta\mu x + \sqrt{3}$

β)  $f(x) = (x^3 + x) \cdot \ln x - 5$

γ)  $f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x^2 + 4}$

δ)  $f(x) = x^3 e^x - \frac{\ln x}{x}$

ε)  $f(x) = \frac{x^2 \cdot \ln x}{x^2 + 1}$

**Μονάδες 25**

**Θέμα Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = x^2 - 4x + 2$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε την  $f'(x)$

**Μονάδες 6**

β) Να βρείτε το  $f'(4)$

**Μονάδες 5**

γ) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης στο σημείο με τετμημένη  $x_0=4$

**Μονάδες 6**

δ) Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

**Μονάδες 8**